 corrigé proposé par Jean-Pierre Duval jpduval@ac-nice.fr

MECANIQUE

Avertissement : l'auteur de ce corrigé estime que la partie 1.1.(jusque 1.1.2.f.) **n'est pas conforme au programme**, qui limite clairement l'étude de la composition des accélérations et des forces d'inertie à la rotation **UNIFORME**

1.1.1.a. $\dfrac{d\omega}{dt}=\alpha \quad \omega=\alpha t \quad \varphi=\dfrac{1}{2}\alpha t^2$ **1.1.1.b.** $\boxed{\vec{F}_{ie}=-ma\alpha\,\vec{e}_y+ma\alpha^2t^2\,\vec{e}_x}$

1.1.1.d. $\sum\vec{F}=\vec{0}$ donne $T_x=-ma\alpha^2t^2 \qquad T_y=ma\alpha \qquad N=mg$

1.1.1.e. $\left\|\vec{T}\right\|\le\mu_s N$ donne $\boxed{a\alpha\sqrt{1+\alpha^2t^4}\le\mu_s g}$ **1.1.1.f.** $\boxed{\alpha_d=\mu_s\dfrac{g}{a}=53\,rd.s^{-1}}$

1.1.1.g. $\boxed{t_l=\dfrac{(\beta^2-1)^{1/4}}{\sqrt{\alpha}}}$ **1.1.1.h.** $\boxed{\omega_l=\alpha\,t_l=\sqrt{\alpha}\,(\beta^2-1)^{1/4}}$

1.1.1.i. on fait $\varphi=2\pi$ d'où $\alpha t^2=4\pi$ puis on trouve

$\boxed{\alpha_r=\dfrac{\alpha_d}{\sqrt{1+16\pi^2}}\approx 4{,}2\,rd.s^{-1} \quad \beta_r=\sqrt{1+16\pi^2}\approx 12{,}6}$ (à cette précision aussi bien $\beta_r = 4\pi$)

1.1.2.a. $\beta^2>\beta_r^2\approx 160$ **1.1.2.b.** $\boxed{\omega_l\approx\sqrt{\alpha\beta}=\sqrt{\alpha_d}\approx 7{,}3\,rd.s^{-1}}$ N.B. *indépendant de* α

1.1.2.c. $t_l\approx\sqrt{\dfrac{\beta}{\alpha}}=\dfrac{\sqrt{\alpha_d}}{\alpha} \qquad t_r=\sqrt{\dfrac{1+16\pi^2}{\alpha_d}}\approx\dfrac{4\pi}{\sqrt{\alpha_d}}\approx 1{,}7\ s$

1.1.2.d. $\dfrac{\Delta\omega_l}{\omega_l}=\dfrac{\sqrt{\beta}-(\beta^2-1)^{1/4}}{(\beta^2-1)^{1/4}}=\left(1-\dfrac{1}{\beta^2}\right)^{-1/4}-1\approx\dfrac{1}{4\beta^2}<\dfrac{1}{4\beta_r^2}\approx 1{,}6.10^{-3}$ soit $\boxed{<0{,}2\ \%}$

l'erreur relative sur t_l est la même que sur ω_l puisque $\omega_l=\alpha\,t_l$

1.1.2.e. $|T_y| = ma\alpha$ est une constante en t ; à t_l : $|T_x| = ma\alpha^2 t_l^2 \approx ma\alpha_d = \mu_s mg$

donc $\dfrac{|T_y|}{|T_x|}=\dfrac{\alpha}{\alpha_d}<\dfrac{\alpha_r}{\alpha_d}=\dfrac{1}{\sqrt{1+16\pi^2}}\approx\dfrac{1}{4\pi}\approx 0{,}08$

1.1.2.f. le mouvement initial est donc quasiment <u>radial</u> (la force d'inertie est principalement centrifuge) $\vec{T}_l^{\,-}\approx-\mu_s\,m\,g\,\vec{e}_x$ et $\vec{T}_l^{\,+}\approx-\mu_d\,m\,g\,\vec{e}_x$ de valeurs respectives 53 et 36 mN

1.2.1.a. il faut maintenant tenir compte de la force d'inertie de Coriolis, et d'autre part introduire le vecteur unitaire **u** de la vitesse tel que $\vec{T}=-\mu_d\,mg\vec{u}$; on obtient donc :
(en supposant en outre que le guidage se fait sans frottement…)

$$\boxed{\ddot{x}=\omega^2x+2\omega\,\dot{y}-\mu_d\,g\frac{\dot{x}}{\sqrt{\dot{x}^2+\dot{y}^2}} \qquad \ddot{y}=\omega^2y-2\omega\,\dot{x}-\mu_d\,g\frac{\dot{y}}{\sqrt{\dot{x}^2+\dot{y}^2}}}$$ **!!** (et z = 0)

1.2.1.b. l'accélération initiale est suivant Ox et vaut $\boxed{\gamma\approx\omega_l^2\,a-\mu_d\,g=\varepsilon\,g=1{,}7\ m.s^{-2}}$

1.2.2.a. l'équation devient $\boxed{\ddot{x}=\omega_l^2\,x-\mu_d\,g}$ et y = 0, z = 0 ; les conditions initiales à t_l étant { x = a, dx/dt = 0 } , on calcule $\boxed{x(t)=\delta\,a+(1-\delta)a\cosh[\omega_l(t-t_l)]}$ (en fonction aussi de t !)

1.2.2.b. on atteint x = R à l'instant $\boxed{t_s=\dfrac{\omega_l}{\alpha}+\dfrac{1}{\omega_l}\cosh^{-1}\left(\dfrac{\rho-\delta}{1-\delta}\right)}$ A.N. $\boxed{t\approx 0{,}56\,s \quad t_b\approx 2{,}3\,s}$

1.2.2.c. N = mg = 0,1 N ; $\vec{T}_x\approx-\mu_d\,m\,g\,\vec{e}_x$ déjà calculé de valeur constante 0,036 N

$T_y=2m\omega\,\dot{x}=2m\omega\,(1-\delta)a\sinh[\omega_l(t-t_l)]$ on calcule à t_b : $T_y \approx 0{,}987 \approx 1$ N

1.2.2.d. ? travailler sur l'équation différentielle parait très compliqué ; en supposant que la force précédente de 1 N agisse uniformément selon Oy sur la masse m = 10 g pendant la durée τ = 0,6 s, nous trouvons un déplacement de ... 18 m !!? le mouvement non guidé ne resterait donc pas du tout au voisinage de Ox.

2.1.a. $V_s = \dot{x}(t = t_s) = (1 - d)a w_l \sinh[w_l t] \approx 6{,}8\, m.s^{-1}$

2.1.b. $j_s = \frac{1}{2} a\, t_l^{\,2} + w_l\, t \qquad j_r = 2p + \cosh^{-1}\left(\frac{r-d}{1-d}\right) = 10{,}4\ rd = 1{,}65\ tour$

2.1.c. la vitesse d'entraînement est $V_e = R\omega_l \approx 7{,}3$ m.s^{-1} ; $\boxed{\overrightarrow{V_0} = V_s \overrightarrow{e_x} + R w_l \overrightarrow{e_y} \quad V_0 \approx 10\, m.s^{-1}}$

2.1.d. $q = j_s + \tan^{-1}\frac{V_e}{V_s} \qquad q_r \approx 11{,}2\ rd \approx 1{,}78\ tour$ [et alors ?]

2.2.a.b.c. $\overrightarrow{V_{1^-}} = V_0\, \overrightarrow{e_{x_0}} - \sqrt{2gh}\, \overrightarrow{e_z} \quad V_{1^-} \approx 10{,}95\, m.s^{-1} \quad t_c = \sqrt{\frac{2h}{g}} \approx 0{,}45\ s \quad d_0 = V_0\, t_c \approx 4{,}5\ m$

THERMODYNAMIQUE

A-1 (Cours) $\Delta H = Q$ pour une transformation isobare

A-2 $Q_F = m(h_A - h_D) = 103{,}8$ kJ $\quad Q_C = m(h_D - h_B) = -\ 162{,}2$ kJ

A-3 $W = -\ Q_F - Q_C = m(h_B - h_A) = +\ 58{,}4$ kJ

A-4 $S_F = Q_F/T_F = 373$ J.K^{-1} $\quad S_C = Q_C/T_C = -\ 554$ J.K^{-1}

$S_p = -S_F - S_C = +180$ J.K^{-1} donc irréversible

A-5 $\mu = Q_F/W \approx 1{,}78$ **A-6** $q_m = P_F/Q_F$ puisque Q_F correspond à 1 kg; $q_m \approx 4{,}82$ g.s^{-1}

B-1-1 (Cours) $P^{1-\gamma}T^{\gamma}$ = constante **B-1-2** $\boxed{T' = T_A \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{g-1}{g}} = 341{,}4\ K}$

B-2-1 $dU = TdS - pdV$

B-2-2 $dU = \delta Q_f - pdV = adU - pdV$ donne $pdV = (a-1)dU = (a-1)C_VdT = (a-1)[R/(\gamma-1)]dT$

Puis $RT = pV$ donne $RdT = pdV + Vdp$ et finalement $(1-a)dp/p + (\gamma-a)dV/V = 0$

B-2-3 s'écrit pV^k = constante pourvu que $\boxed{k = \frac{g-a}{1-a}}$

C-1 Cours : cycle de Carnot : deux isothermes et deux adiabatiques réversibles

C-2 $Q'_C = T_C\Delta S_C = -121{,}9$ kJ $\quad Q'_F = -\ T_F\Delta S_C = +\ 115{,}6$ kJ **C-3** $\mu_{max} = T_F / (T_C - T_F) = 18{,}5$

D-1 $\mathbf{J_Q} = -\ \lambda\ dT/dx\ \mathbf{e_x}$ **D-2** $\Phi_{th} = \sigma\ (T_0 - T_e)$

D-3 $\Phi_{th} = Q/t$ donc $\boxed{t = \frac{1}{s}\frac{Q}{T_0 - T_e}}$ qui tend vers l'infini si $(T_0 - T_e)$ tend vers zéro

D-4-1 $\boxed{t_1 = \frac{1}{s_1}\frac{Q_1}{T_F - T_1} \qquad t_2 = \frac{1}{s_2}\frac{Q_2}{T_C - T_2}}$

D-4-2 $\mu' = T_1 / (T_2 - T_1)$ **D-4-3** $\mu' \approx 3{,}76$

D-4-4 $Q_1 = \mu'W = [T_1/(T_2 - T_1)]\ W \qquad Q_2 = -\ [T_2/(T_2 - T_1)]\ W$

D-4-5 $\boxed{t_1 = \frac{W\ T_1}{s_1(T_F - T_1)(T_2 - T_1)} \qquad t_2 = \frac{W\ T_2}{s_2(T_2 - T_C)(T_2 - T_1)}}$

E-1 NB « puissance consommée par la machine au cours d'un cycle » est une expression dépourvue de signification

$P = W/(t_1 + t_2)$ et on remplace.. **E-2** on exprime $T_1 = y/(x-1)$ et $T_2 = xy/(x-1)$ et on remplace…

E-3 **question incompréhensible** ; on peut diminuer P à volonté en augmentant t_1 ou t_2, donc en prenant T_1 voisin de T_F ou T_2 voisin de T_C ou les σ assez petits…mais ça n'a aucun intérêt !! car on diminue alors aussi la puissance thermique retirée à la source froide…. **??**