

CCP PSI I 2004 Corrigé

PROBLÈME A

A.1.a. $m(U5)c^2 = 92.m_{p}c^2 + 143.m_{n}c^2 - B_N(U5)$.

A.1.b. $Q_N = m_{U5} - [m_{PF1} + m_{PF2} + x.m_n]$ (en unité énergétique).

A.1.c. On a la réaction $^{235}\text{U}_{92} = ^{132}\text{Sn}_{50} + ^{100}\text{Mo}_{42} + 3n$ par conservation du nombre de nucléon. On a donc $Q_N = 218\,942,00 - [122\,880,49 + 93\,069,46 + 3 \times 939,57] = 173,34 \text{ MeV}$.

A.1.d. En moyenne, $Q_N = [92.m_{p}c^2 + 143.m_{n}c^2 - 235.b_N(U5)] - [92.m_{p}c^2 + 140,5.m_{n}c^2 - 232,5.b_N(PF) + 2,5.m_n] = 232,5.b_N(PF) - 235.b_N(U5)$.

$Q_N = 232,5 \times 8,4 - 235 \times 7,55 = 178,75 \text{ MeV}$.

A.1.e. $M = N_A \frac{m_{U5}c^2}{c^2}$. $M = 6,022 \times 10^{23} \frac{(218942 \times 10^6)(1,602 \times 10^{-19})}{(2,998 \times 10^8)^2} = 235,00 \text{ g.mol}^{-1}$.

A.1.f. $E = \frac{1}{234,39} 6,02 \times 10^{23} \cdot 178,75 = 4,59 \times 10^{23} \text{ MeV.g}^{-1}$
 $= 7,34 \times 10^{10} \text{ J.g}^{-1}$
 $= 20,4 \text{ MW.h.g}^{-1}$.

A.1.g. Le bilan de combustion du méthane est $\text{CH}_4 + 2\text{O}_2 = 2\text{H}_2\text{O} + \text{CO}_2$. 1 gramme de CH_4 représente $\frac{1}{16}$ mole qui libèrent $E_{\text{CH}_4} = \frac{1}{16} 6,02 \times 10^{23} \cdot 6 = 2,25 \times 10^{17} \text{ MeV.g}^{-1} = 10 \text{ W.h.g}^{-1}$.

A.1.h Pour obtenir 20,4 MW.h, il faut une masse $m = 2,04 \times 10^6 \text{ kg} = 2000 \text{ tonnes}$.

A.2.a. $n = \frac{2,6 \times 10^9}{(178,75 \times 10^6) \cdot (1,6 \times 10^{-19})} = 9,1 \times 10^{19}$ fissions par seconde.

A.2.b. 1g d'U5 libère $7,3 \times 10^{10} \text{ J}$ donc il faut, par seconde, une masse $m = \frac{2,6 \times 10^9}{7,34 \times 10^{10}} = 3,53 \times 10^{-2} \text{ .g.s}^{-1}$, soit par an, $\Delta M(U5) = 3,53 \times 10^{-2} \cdot 86400 \cdot 365 = 1,11 \times 10^6 \text{ g.an}^{-1} = 1,11 \text{ tonne.an}^{-1}$.

A.2.c. $M(U5) = 157 \times 461,7 \times 0,0242 = 1,75 \text{ tonne}$ et $\frac{\Delta M_{U5}}{M_{U5}} = 63,3\%$.

A.3.a. Si ϵ est l'épaisseur de la cuve et k sa conductivité thermique, on a en régime stationnaire : $\frac{q_C}{S_{\text{é ch}}} = k \frac{T_C - T_S}{\epsilon}$.

A.3.b) $h_C = \frac{51}{20 \times 10^{-2}} = 255 \text{ W.m}^{-2} \cdot \text{K}$

A.3.c) Le flux d'énergie thermique est le même à travers toutes les surfaces en régime stationnaire d'où $\frac{q_C}{S_{\text{é ch}}} = h_{\text{air}}(T_S - T_E)$ soit, numériquement, en W.m^{-2} , $\frac{q_C}{S_{\text{é ch}}} = 10(T_S - T_E)$.

A.3.d) $h_{\text{air}}(T_S - T_E) = h_C(T_C - T_S)$ d'où $T_S = \frac{h_C T_C + h_{\text{air}} T_E}{h_C + h_{\text{air}}}$ puis

$\frac{q_C}{S_{\text{é ch}}} = h_{\text{air}} \left(\frac{h_C T_C + h_{\text{air}} T_E}{h_C + h_{\text{air}}} - T_E \right) = h_{\text{air}} \frac{h_C (T_C - T_E)}{h_C + h_{\text{air}}}$.

A.3.e. On a donc $\frac{q_C}{S_{\text{é ch}}} = \frac{h_{\text{air}} h_C}{h_C + h_{\text{air}}} (T_C - T_E) = h' (T_C - T_E)$ avec $h' = \frac{h_{\text{air}} h_C}{h_C + h_{\text{air}}}$ ou encore

$\frac{1}{h'} = \frac{1}{h_C} + \frac{1}{h_{\text{air}}}$: on a une association série de deux conductances thermiques.

Numériquement : $\frac{1}{h'} = \frac{1}{255} + \frac{1}{10}$ d'où $9,62 \text{ W.m}^{-2}$. La conductance thermique de l'ensemble est pratiquement celle de l'air seul.

A.3.f. $q_C = h' \cdot S_{\text{éch.}} \cdot (T_C - T_E)$. A.N. $q_C = 9,62 \cdot 750 \cdot (330 - 38) = 2,1 \times 10^6 \text{ J}$. C'est l'énergie dissipée par seconde, c'est-à-dire la puissance $2,1 \text{ MW}$.

$$\text{A.3.g. } T_s = \frac{255 \times 603 + 10 \times 311}{255 + 10} = 592 \text{ K soit } 319^\circ\text{C}$$

A.3.h. L'énergie thermique traverse successivement la paroi de la cuve puis l'isolant. Les conductances sont donc en série et l'on a $\frac{1}{h''_c} = \frac{1}{h_c} + \frac{1}{h_i}$. A.N. $\frac{1}{h''_c} = \frac{1}{255} + \frac{1}{0,25}$ d'où $0,25 \text{ W.m}^{-2}$.

La conductance de l'ensemble est celle de l'isolant.

$$\text{A.3.i. } T_s = \frac{h''_c T_C + h_{\text{air}} T_E}{h_c + h_{\text{air}}} \quad \text{A.N. } T_s = \frac{0,25 \times 603 + 10 \times 311}{0,25 + 10} = 318 \text{ K soit } 45,1^\circ\text{C. Alors}$$

$q'_c = h''_c \cdot S_{\text{éch.}} \cdot (T_C - T_s)$. A.N. $q'_c = 0,25 \cdot 750 \cdot (330 - 45,1) = 53,4 \text{ kJ par seconde}$.

A.3.j. On a $\frac{q'_c}{P_{\text{TH}}} = 2,5 \times 10^{-5}$. Les pertes sont négligeables devant la puissance thermique produite.

$$\text{A.3.k. La puissance utilisable est } q_{\text{GV}} = P_C - 3 P_{\text{PI}} - P_{\text{Pr}} \text{ donc } \rho_1 = \frac{P_C - 3 P_{\text{PI}} - P_{\text{Pr}}}{P_C}$$

$$\text{A.N. } \rho_1 = \frac{2,6 \times 10^3 - 3 \cdot 5,5 - 1,5}{2,6 \times 10^3} = 0,993$$

A.4.a. Pendant dt , l'enthalpie d'une masse $dm = D_2 dt$ de fluide du secondaire varie de $dH = dm(H_{\text{LIQ}} - H_X)$ dans le condenseur. Le premier principe s'écrit $dH = \delta Q + \delta W_U$ où $\delta Q = -q_{\text{CO}} dt$ car q_{CO} est « évacuée » par le système et δW_U est le travail utile autre que celui des forces de pression. On a donc $dH = -q_{\text{CO}} dt$ car il n'y a pas de parties mobiles dans le condenseur d'où $q_{\text{CO}} = D_2(H_X - H_{\text{LIQ}})$.

$$\text{A.N. } q_{\text{CO}} = 830(2228,76 - 136,9) \times 10^3 = 1,74 \text{ GW}$$

A.4.b. Le premier principe pour un écoulement appliqué à une masse $dm = D_F dt$ du fluide refroidissant s'écrit $dH = q_{\text{CO}} dt + P_{\text{PSF}} dt$ avec $dH = dm \cdot \Delta H_F$ d'où $D_F = \frac{q_{\text{CO}} + P_{\text{PLS}}}{\Delta H_F}$.

$$\text{A.N. } D_F = \frac{1,74 \times 10^9 + 3,3 \times 10^6}{41,69 \times 10^3} = 41,8 \times 10^3 \text{ kg.s}^{-1} \text{ soit } 41,8 \text{ tonne.s}^{-1} \text{ ou, en débit volumi-}$$

que, environ 42 L.s^{-1} . Ce débit est très important et justifie l'utilisation des fleuves comme sources d'eau pour le circuit de refroidissement

A.4.c. L'enthalpie est une grandeur extensive : Pour une masse dm de mélange liquide vapeur, on a une enthalpie $\delta H = x \cdot \delta m H_{\text{VAP}} + (1-x) \cdot \delta m \cdot H_{\text{EAU}}$. Comme $\delta H = \delta m H_X$, il vient :

$$H_X = x \cdot H_{\text{VAP}} + (1-x) \cdot H_{\text{EAU}}$$

$$\text{A.4.d. On en déduit } x = \frac{H_X - H_{\text{EAU}}}{H_{\text{VAP}} - H_{\text{EAU}}}. \quad \text{A.N. } x = \frac{2228,76 - 136,9}{2561,26 - 136,9} = 0,86$$

A.5.a.

Y étape 1 \longrightarrow 2 : compression isentropique (l'énoncé ajoute « à isentropie constante » ! !) donc dans le diagramme (T, S), le chemin (1, 2) est une droite verticale. Le point (2) est dans le domaine du liquide sur le diagramme (T, S) donc le fluide est entièrement liquide dans cet état. Comme le liquide est incompressible, son volume ne varie pas au cours de cette compression, le chemin est donc vertical dans le diagramme (P, V). De plus, le travail reçu par le fluide au cours de cette compression n'est pas évacué sous forme thermique donc l'énergie interne augmente ce qui se

traduit par une augmentation de T. Dans les deux diagrammes, le point (1) est en dessous du point (2).

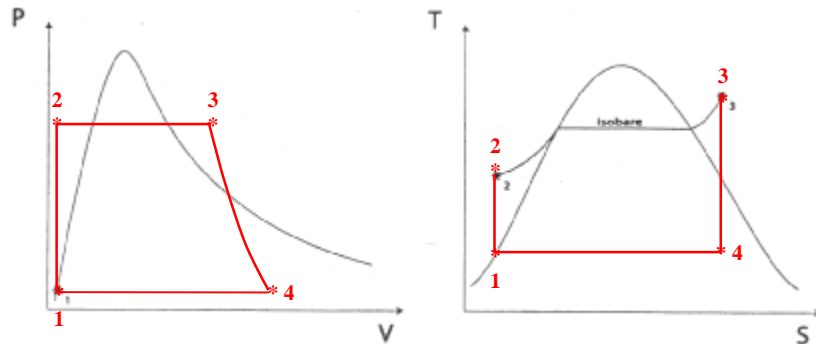
Étape 2 → 3 : la transformation est isobare et se représente donc par une droite dans le diagramme (P, V). Le point 3 représente un état de vapeur sèche donc au-dessus de la courbe de saturation.

Étape 3 → 4 : détente isentropique donc dans le diagramme (S, T), le chemin (3, 4) est une droite verticale. L'état final est un mélange liquide-vapeur donc le point 4 est sous la courbe de saturation dans les deux diagrammes. Au début de cette transformation, la vapeur sèche, décrite par le modèle du gaz parfait, suit la loi de Laplace $PV^\gamma = Cte$ dont la représentation est classique.

Étape 4 → 1 : la transformation est isotherme et quasi isobare donc le chemin (4, 1) est une droite horizontale dans les deux diagrammes.

On obtient finalement les diagrammes suivants :

A.5.b. Après surchauffage, l'énergie du fluide (récupérable dans la turbine) est plus élevée. De plus, le titre x en vapeur de l'unité de masse de fluide en fin de détente est supérieure avec surchauffe que sans surchauffe ce qui est un avantage en ce qui concerne l'usure des aubages de la turbine et des pertes thermiques moindres au contact des parois.



A.5.c. L'aire s'écrit $A_1 = \oint_{\text{CYCLE}} PdV$

dans le premier cas et $A_2 = \oint_{\text{CYCLE}} TdS$ dans le deuxième. A_1 est l'opposée du travail reçu par le fluide au cours du cycle et A_2 est l'énergie thermique reçue. A_1 et A_2 sont opposés (c'est un cycle donc $\Delta U = 0$), ou égaux en valeur absolue.

A.5.d. Au cours de chaque étape, le premier principe appliqué à une masse δm s'écrit $dH = \delta Q + \delta W_U$ ou δW_U est le travail utile autre que celui des forces de pression.

Il y a des parties mobiles que dans la turbine donc le travail utile est reçu (algébriquement) seulement dans l'étape (3→4). La détente étant isentropique, on a $\delta Q = 0$ donc $\delta W_U = dH_{34} = \delta m(H_4 - H_3) = D_2 \cdot dt \cdot (H_4 - H_3)$. En supposant le rendement de la turbine unitaire, on a $\delta W_U = P_{el,TUR} \cdot dt$ d'où $P_{el,TUR} = D_2 (H_4 - H_3)$.

De même, dans le compresseur (étape 1→2), la transformation est isentropique donc $P_{el,COMP} = D_2 (H_2 - H_1)$.

On a $P_{GV} = P_C - 3 P_{P1} - P_{Pr}$ d'après A.3.k. Cette puissance est reçue au cours de l'étape (2→3) pour laquelle $\delta W = 0$ donc on peut écrire aussi $\delta Q = dH_{23} = D_2 \cdot dt \cdot (H_3 - H_2)$.

La puissance électrique fournie au réseau est $P_{el} = |P_{el,TUR}| - P_{el,COMP}$ donc le rendement est

$$\rho_2 = \frac{|(H_4 - H_3)| - (H_2 - H_1)}{(H_3 - H_2)} \quad \text{A.N. } \rho_2 = \frac{|(1756,97 - 2686,60)| - (357,91 - 136,90)}{(2686,60 - 357,91)} = 0,30$$

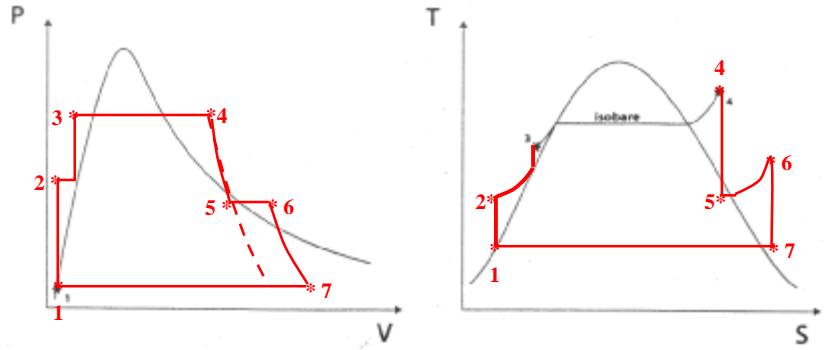
(Remarque : on définit aussi le rendement par : $\rho_2 = \frac{-P_{el,TUR}}{P_{GV} + P_{el,COMP}}$ soit

$$\rho_2 = \frac{(H_3 - H_4)}{(H_3 - H_2) + (H_2 - H_1)} = \frac{(H_3 - H_4)}{(H_3 - H_1)} \text{ qui conduit à } \rho_2 = 0,36$$

A.5.e. Pour l'ensemble primaire-secondaire, on trouve $\rho = \rho_1 \times \rho_2$. A.N. $\rho = 0,993 \times 0,30 = 0,298$

A.5.f. Pour le fluide non prélevé, le cycle est voisin de celui étudié en A.5.a. La resurchauffe se traduit par un chemin 5-6-7 analogue à 3-4-5. (En réalité, la vapeur est sèche à la sortie de la turbine).

L'échange thermique permettant le chauffage de l'eau du circuit principal avant le générateur de vapeur entraîne une élévation de température. La pression à laquelle s'effectue cette transformation n'est pas clairement précisée. On a pris une valeur intermédiaire entre P_1 et P_4 .



Une difficulté est que ce cycle n'est pas parcouru par une quantité de fluide unique puisqu'une partie est prélevée et subit d'autres transformations.

A.5.g. La surface du cycle est augmenté donc le travail produit aussi.

A.5.h. Le travail utile reçu est $\delta W_U = dH_{45} + dH_{67} = D'_2 dt \cdot [(H'_5 - H'_4) + [(H'_7 - H'_6)]]$.

La puissance thermique reçue est $P'_{GV} dt = dH_{34} = D'_2 dt \cdot (H'_4 - H'_3)$.

$$\rho'_2 = \frac{-P'_{el,TUR} - P'_{el,COMP}}{P'_{GV}} = \frac{-[(H'_5 - H'_4) + (H'_7 - H'_6)] - (H'_2 - H'_1)}{(H'_4 - H'_3)}$$

$$\text{A.N. : } \rho'_2 = \frac{-(2186,78 - 2716,60) + (1756,97 - 2279,47) - (357,91 - 136,90)}{(2716,60 - 510,36)} = 0,377$$

Le rendement est amélioré.

A.5.i. Pour l'ensemble primaire-secondaire, on trouve $\rho = \rho_1 \times \rho'_2$. A.N. $\rho = 0,993 \times 0,377 = 0,374$

A.6.a. La loi des nœuds au point de mélange s'écrit pendant dt , $\delta m_{MEL} = D_A dt + D_B dt$. Juste avant le mélange, l'enthalpie de cette masse est $H_A D_A dt + H_B D_B dt$. Après le mélange, elle vaut $H_{MEL} \delta m_{MEL}$. Il n'y a pas de variation d'enthalpie au cours du mélange donc $H_{MEL}(D_A + D_B) = H_A D_A + H_B D_B$ d'où $H_{MEL} = \frac{H_A D_A + H_B D_B}{D_A + D_B}$.

Au point 25, il n'y a pas de mélange ! !?

A.6.b. Comme vu en A.5.d., les puissances fournies par les turbines sont $P_{CHP} = -D_9 (H_{12} - H_9) - D_5 (H_{13} - H_{12})$ et $P_{CBP} = -D_6 (H_{16} - H_6) - D_7 (H_7 - H_{16})$.

$$\text{A.N. } P_{CHP} = -1322,7 \cdot (2649,7 - 2786,6) - 1217,0 (2561,0 - 2649,7) = 289,0 \text{ MW}$$

$$P_{CBP} = -997,5 (2328,0 - 2942,7) - 804,5 (2228,8 - 2328,0) = 693,0 \text{ MW.}$$

A.6.c. La variation d'enthalpie du fluide principal au niveau du sécheur est, par unité de temps, $P = D_{11} \cdot H_{11} - D_{10} \cdot H_{10}$.

$$\text{A.N. } P = 997,5 \cdot 2759,7 - 1109,0 \cdot 2561,0 = -87,35 \text{ MW.}$$

$$\text{A.6.d. } P_{POMPES} = D_1 (H_{24} - H_1) + D_{19} (H_{19} - H_{21}) + D_2 (H_2 - H_{18})$$

$$\text{AN : } P_{POMPES} = 997,5 (142,5 - 136,9) + 436,5 (781,0 - 771,7) + 1434,0 (767,6 - 765,5) = 12,66 \text{ MW.}$$

$$\text{A.6.e. } P_{SURCHAUF} = D_6 (H_6 - H_{11}). \text{ A.N. : } P_{SUR} = 997,5 (2942,7 - 2759,7) = 182,5 \text{ MW.}$$

$$\text{A.6.f. } P_{R3} = D_2 (H_3 - H_2). \text{ A.N. : } P_{R3} = 1434,0 (931,6 - 767,6) = 235,2 \text{ MW}$$

$$\text{A.6.g. } D_{14} = D_{10} - D_{11} \quad \text{A.N. } D_{14} = 1109,0 - 997,5 = 111,5 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}.$$

$$\text{A.6.h. La puissance thermique reçue du primaire est } P_{GV} = D_3 (H_4 - H_3)$$

$$\text{A.N. } P_{GV} = 1434,0 (2786,6 - 931,6) \quad \text{A.N. } P_{GV} = 2,66 \text{ GW.}$$

$$\text{Le rendement du secondaire est donc } \rho''_2 = \frac{289,0 + 693,0 - (12,66 + 3,3)}{2,66 \times 10^3} = 0,363.$$

A.6.i. Pour l'ensemble primaire-secondaire, on trouve $\rho_{TOT} = \rho_1 \times \rho_2$.

A.N. $\rho_{TOT} = 0,993 \times 0,363 = 0,36$.

PROBLÈME B

B.1.a. $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{v}) = 0$

B.1.b. L'eau est incompressible donc $\text{div} \mathbf{v} = 0$. Le débit volumique est le même à travers toute section droite du canal.

B.1.c. L'écoulement est unidimensionnel donc $Q = \iint_{\Sigma} \mathbf{v} \cdot \mathbf{n}_{\Sigma} dS = vLh$.

B.1.d. L'écoulement est parfait, incompressible et stationnaire. La seule force (autre que la pression) considérée est conservative donc on a $\frac{1}{2} \rho v_A^2 + \rho g z_A + p_A = C$ en tout point A d'une ligne de courant.

B.1.e. On considère une ligne de courant entre un point à la surface du canal (pression p_0 , altitude h , vitesse v) et un point au sommet de la colonne dans le tube (pression p_0 , altitude $h+z$, vitesse nulle) $\frac{1}{2} \rho v^2 + \rho gh + p_0 = \rho g(h+z) + p_0$ d'où $v = \sqrt{2gz}$.

B.1.f. $Q = Lh\sqrt{2gz}$ A.N. $Q = 4 \times 3 \times \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 10 \times 10^{-2}} = 17 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$.

B.2.a. En tout point d'une ligne de courant sur l'interface entre l'eau et l'atmosphère, on a $\frac{1}{2} \rho v^2 + \rho gh + p_0 = C$ d'où $e = (\frac{1}{2} v^2 + gh) = \frac{C - p_0}{\rho} = Cte$. La quantité e est donc uniforme tout le long du canal.

B.2.b. $e = \frac{1}{2} v^2 + gh$ est l'énergie mécanique par unité de masse.

A.N. $e = g(h+z) = 10(3+0,1) = 31 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-3}$

B.2.c. $Q = Lh\sqrt{2(e-gh)}$.

B.2.d. La courbe numérique $Q(h) = 4h\sqrt{2(31-10h)}$ est la suivante : une valeur donnée Q (inférieure à Q_{MAX}) est obtenue pour deux valeurs h_T et h_F de la profondeur.

B.2.e. Q_{MAX} est obtenu pour $\frac{dQ}{dh} = 0$. Or

$$\frac{dQ}{dh} = L\sqrt{2(e-gh)} + \frac{1}{2} Lh \frac{-2g}{\sqrt{2(e-gh)}} = L \frac{2e-3gh}{\sqrt{2(e-gh)}}$$

Q est maximal pour la hauteur critique $h_C = \frac{2e}{3g}$

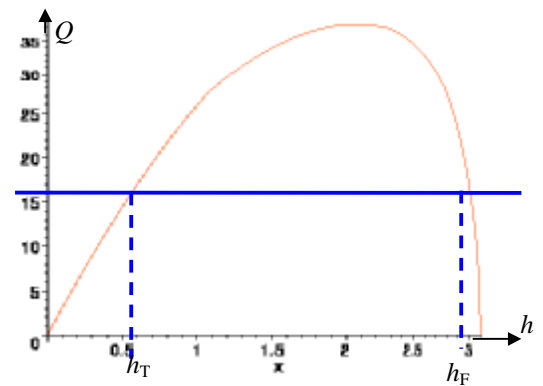
A.N. $h_C = \frac{2 \times 31}{3 \times 10} = 2,07 \text{ m}$

B.2.f. On a alors $Q_{MAX} = \frac{2eL}{3g} \sqrt{2(e-\frac{2}{3}e)} = \left(\frac{2e}{3}\right)^{\frac{3}{2}} \frac{L}{g}$ d'où $v_{MAX} = \frac{Q_{MAX}}{Lh_{MAX}}$

$= \left(\frac{2e}{3}\right)^{\frac{3}{2}} \frac{L \times 3g}{g \times 2e \times L}$ soit $v_{MAX} = \left(\frac{2e}{3}\right)^{\frac{1}{2}}$ A.N. $v_{MAX} = \sqrt{\frac{2 \times 31}{3}} = 4,55 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Remarque : on a dans ce cas $v_{MAX} = \sqrt{gh_{MAX}}$.

B.2.g. Pour un débit $Q = v.L.h$ donné, avec L fixé, v est inversement proportionnel à h . Donc h_T correspond à une grande vitesse d'écoulement : c'est le régime torrentiel ; h_F correspond à une petite vitesse d'écoulement : c'est le régime fluvial.



B.3.a. La masse du système (S) est à l'instant t : $\rho Lh\xi + \rho Lh'(1 - \xi)$

et à $t + dt$, $\rho Lh(\xi - vdt - wdt) + \rho Lh'(1 - \xi + wdt)$

La conservation de la masse du système fermé entraîne l'égalité des deux expressions d'où :

$$-\rho Lh(vdt + wdt) + \rho Lh'wdt = 0$$

$$\text{soit } (h' - h)w = hv$$

B.3.b. La composante horizontale de la quantité de mouvement du système (S) est à l'instant t : $\rho Lh\xi v$ car la vitesse du fluide est nulle après le front d'onde

et à $t + dt$, $\rho Lh(\xi - vdt - wdt)v$

Elle varie donc de $dP_X = -\rho Lh(v + w)vdt$

soit $\frac{dP_X}{dt} = -\rho Lh(v + w)v$ qui est bien de la forme

demandée avec $g(v, w) = (v + w)v$.

B.3.c. En orientant l'axe vertical vers le bas, la pression en un point s'écrit $P = P^0 + \rho gz$.

B.3.d. Par définition, la résultante des forces de pression est $\mathbf{F} = \int_0^h P(z) \mathbf{n} dS = \int_0^h (P^0 + \rho gz) L dz \mathbf{e}_x = P^0 Lh + \rho g L \left(P^0 Lh + \rho g \frac{h^2}{2} \right) \mathbf{e}_x$ en supposant que la paroi est perpendiculaire à l'axe Ox .

B.3.e. On a successivement $\dot{\mathbf{F}}_G = \left(P^0 Lh + \rho g \frac{h^2}{2} \right) \mathbf{e}_x$; $\dot{\mathbf{F}}_D = - \left(P^0 Lh' + \rho g \frac{h'^2}{2} \right) \mathbf{e}_x$ et $\dot{\mathbf{F}}_F = P^0 L(h' - h) \mathbf{e}_x$ car la pression de l'air s'exerce uniformément sur le front de vague. La composante sur \mathbf{e}_x de la résultante des forces exercées sur (S) est donc $\left(P^0 Lh + \rho g \frac{h^2}{2} \right) - \left(P^0 Lh' + \rho g \frac{h'^2}{2} \right) + P^0 L(h' - h) = \frac{1}{2} \rho g L(h^2 - h'^2)$.

B.3.f. Le théorème de la résultante cinétique appliqué au système fermé (S) dans le référentiel terrestre supposé galiléen s'écrit $\frac{dP_X}{dt} = \frac{1}{2} \rho g L(h^2 - h'^2)$ d'où $-\rho Lh(v + w)v = \frac{1}{2} \rho g L(h^2 - h'^2)$ soit $h(v + w)v = \frac{1}{2} g(h^2 - h'^2)$ qui est de la forme demandée en posant $f(h, h') = h^2 - h'^2$.

B.3.g. D'après B.3.a., on a $(h' - h)w = hv$ donc la relation précédente peut s'écrire $(h' - h)w \left(\frac{h' - h}{h} w + w \right) = \frac{1}{2} g(h^2 - h'^2)$ d'où $w^2 \left(\frac{h'}{h} - 1 + 1 \right) = \frac{1}{2} g(h' + h)$ soit $w = \sqrt{\frac{gh(h' + h)}{2h'}}$.

B.3.h. Si l'on fait $h = h'$, on trouve $w = \sqrt{gh}$. D'après la relation B.2.e. le débit est alors maximal dans la zone où l'eau s'écoule.

