

## PHYSIQUE

### Quelques aspects de l'astronautique

#### Partie I - Principe de la « propulsion par réaction »

**I.A** - Le système constitué par le chariot, l'opérateur et les  $n$  sacs n'est soumis qu'à des forces verticales, poids et réaction du sol, parce qu'il n'y a pas d'action dissipative. La composante horizontale de sa quantité de mouvement se conserve donc.

Comme la suite de cette question et la question B sont des cas particuliers de la question C, nous allons d'abord résoudre la question C.

Il est dit que la vitesse de lancement d'un sac est  $\vec{u}$  par rapport au chariot ; comme la vitesse du chariot varie au cours du lancer,  $\vec{u}$  est mal défini par cette formule. En fait, on obtient la relation donnée en I.B si on suppose que  $\vec{u}$  est la vitesse par rapport à un référentiel animé de la vitesse du chariot avant le lancer.

**I.C** - Considérons le système constitué par le chariot, l'opérateur et les  $n - k + 1$  sacs. Avant le  $k^{\text{ième}}$  jet, la composante horizontale de sa quantité de mouvement est  $(n - k + 1)m\vec{V}_{k-1}$  ; après, elle vaut  $(n - k)m\vec{V}_k + m(\vec{V}_{k-1} + \vec{u})$ .

$$\text{D'où } (n - k + 1)m\vec{V}_{k-1} = (n - k)m\vec{V}_k + m(\vec{V}_{k-1} + \vec{u}) \Rightarrow \vec{V}_k = \vec{V}_{k-1} - \frac{\vec{u}}{n - k}.$$

D'où, comme  $\vec{V}_0 = \vec{0}$  :

$$\text{I.A } \vec{V}_1 = -\frac{\vec{u}}{n - 1}.$$

$$\text{I.B } \vec{V}_2 = -\left(\frac{1}{n - 1} + \frac{1}{n - 2}\right)\vec{u}.$$

$$\text{I.C } \vec{V}_k = -\vec{u} \sum_{i=1}^k \frac{1}{n - i}.$$

$$\text{I.D } \vec{a}_k = \frac{\vec{V}_k - \vec{V}_{k-1}}{T} = -\frac{\vec{u}}{(n - k)T}.$$

$$\text{I.E } D_m = \frac{m}{T} ; \vec{a}_k = -\frac{D_m \vec{u}}{m(n - k)}.$$

$$\text{I.F } \vec{\Pi} = (n - k)m\vec{a}_k = -D_m \vec{u}.$$

#### Partie II - Propulsion par moteur fusée

**II.A** - Considérons le système constitué à l'instant  $t$  par la fusée de masse  $m$  et de vitesse  $\vec{V}$  et à l'instant  $t + dt$  par l'ensemble de la fusée de masse  $m + dm$  et de vitesse  $\vec{V} + d\vec{V}$  et des gaz éjectés pendant  $dt$ , de masse  $-dm$  et de vitesse  $\vec{V} + \vec{u}$ . Le théorème de la quantité de mouvement s'écrit :

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{(m + dm)(\vec{V} + d\vec{V}) - dm(\vec{V} + \vec{u}) - m\vec{V}}{dt} = \vec{R}$$

En simplifiant et en supprimant le terme quadratique par rapport aux différentielles, qui correspond à un terme négligeable devant les termes linéaires par rapport aux différentielles, on obtient :

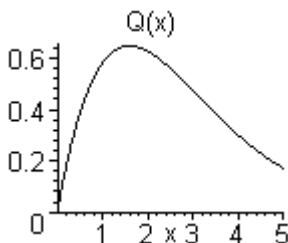
$$\frac{d\vec{p}}{dt} = m \frac{d\vec{V}}{dt} - \vec{u} \frac{dm}{dt} = \vec{R}$$

qu'on peut écrire :

$$m \frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{R} + \vec{T} \quad \text{où } \vec{T} = \vec{u} \frac{dm}{dt} = -D_m \vec{u}$$

$$\text{II.B } m \frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{u} \frac{dm}{dt} \Rightarrow d\vec{V} = \vec{u} \frac{dm}{m} \Rightarrow \vec{V}_f - \vec{V}_i = \vec{u} \int \frac{dm}{m} = \vec{u} \ln \frac{m_f}{m_i}.$$

$$\text{II.C } Q = \frac{\frac{1}{2} m_f V_f^2}{\frac{1}{2} m_e u^2}$$



$$V_f = u \ln \frac{m_i}{m_f} \Rightarrow m_e = m_i - m_f = m_f [\exp(V_f / u) - 1]$$

$$Q = \frac{x^2}{\exp(x) - 1} \text{ où } x = V_f / u .$$

$Q(x)$  est une fonction positive de la variable  $x$  positive ; si  $x \rightarrow 0, Q(x) \approx x \rightarrow 0$  ; si  $x \rightarrow \infty, Q(x) \rightarrow 0$  ; donc  $Q(x)$  présente un maximum pour une valeur de  $x$  strictement positive.

La courbe de droite montre que  $Q$  est toujours inférieur à 1 et qu'il passe par un maximum pour  $x = 1,5936$ , ce qui traduit que, quand  $x$  est de l'ordre de 1, il y a moins d'énergie cinétique perdue.

**II.D**  $T \approx 2mg = D_m u \Rightarrow D_m = \frac{2 \times 2.10^6 \times 10}{4.10^3} = 10^4 \text{ kg/s}$ , ce qui représente un débit considérable.

**II.E** - Sous réserve que le débit des gaz soit constant et suffisant pour que la poussée soit supérieure au poids :

$$\frac{dm}{dt} = -D_m \quad m = m(0) - D_m t$$

$$m \frac{dV}{dt} = -mg - u \frac{dm}{dt} \quad dV = -gdt - u \frac{dm}{m} \quad V = -gt - u \ln \frac{m}{m(0)} = -gt - u \ln[1 - D_m t / m(0)]$$

$$z = \int V dt = -\frac{1}{2} g t^2 + u t \ln(m(0)) - u \int dt \ln m$$

$$\int dt \ln m = -\frac{1}{D_m} \int dm \ln m = -\frac{1}{D_m} [m \ln m - m]_{m(0)}^{m(0) - D_m t} = -\frac{1}{D_m} [(m(0) - D_m t) \ln(m(0) - D_m t) - m(0) \ln m(0) - D_m t]$$

$$= -\frac{m(0)}{D_m} \ln[1 - D_m t / m(0)] + t[1 + \ln(m(0) - D_m t)]$$

$$z = -\frac{1}{2} g t^2 + u t [1 - \ln(1 - D_m t / m(0))] + u \frac{m(0)}{D_m} \ln[1 - D_m t / m(0)]$$

$$z = u t - \frac{1}{2} g t^2 + u [m(0) / D_m - t] \ln(1 - D_m t / m(0))$$

**II.F**  $dE_p = mg(r) dr = \frac{mg_0 R_T^2}{r^2} dr \Rightarrow E_p / m = -\frac{g_0 R_T^2}{r} \quad E_p(r = R_T) / m = -g_0 R_T = 6,4.10^7 \text{ J/kg}$ .

**II.G** - L'énergie nécessaire est le triple de l'énergie massique produite par un combustible. Comme en outre le rendement  $Q$  est inférieur à 1, il faut une quantité de combustible très supérieure à la masse qu'on veut faire échapper au champ gravitationnel terrestre.

**II.H** -

II.H.1) L'accélération est

$$\vec{a} = \frac{d}{dt}(V\vec{w}) = \frac{dV}{dt} \vec{w} + V \frac{d\vec{w}}{dt} . \text{ Or, } \vec{w} \text{ est une}$$

$$\frac{d\vec{w}}{dt} = \frac{d\vec{w}}{d\psi} \frac{d\psi}{dt} = \frac{d\psi}{dt} \vec{w}' . \text{ D'où}$$

II.H.2) Projetons sur la base de Frenet la loi dynamique  $m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{T}$  :

$$m \frac{dV}{dt} = -mg \cos \psi + T$$

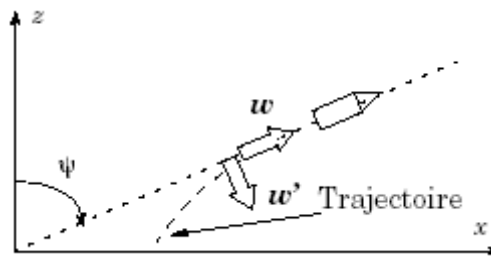
$$mV \frac{d\psi}{dt} = mg \sin \psi$$

**II.I** -

II.I.1) L'idée que le rapport  $T / m$  est constant dans le temps est peu réaliste, car le débit des gaz est constant et la masse varie d'un facteur de l'ordre de 3 pendant la combustion d'un étage. Par contre, elle simplifie le calcul qui suit et donne une idée de l'évolution possible ; le résultat est plus réaliste si on se limite au début de la poussée, où le rapport n'a pas eu le temps de varier.

II.I.2) Prenons le rapport membre à membre des équations de II.H.2 :  $\frac{1}{V} \frac{dV}{d\psi} = \frac{-\cos \psi + q}{\sin \psi}$ .

**II.J** -



fonction de  $\psi(t)$  :

$$\vec{a} = \frac{dV}{dt} \vec{w} + V \frac{d\psi}{dt} \vec{w}' .$$

fondamentale de la

$$\ln \frac{V}{V_0} = \int_{V_0}^V \frac{dV}{V} = \int_{\pi/2}^{\psi} \frac{-\cos \psi + q}{\sin \psi} d\psi = [q \ln |\tan(\psi/2)| - \ln |\sin \psi|]_{\pi/2}^{\psi} = q \ln \tan(\psi/2) - \ln \sin \psi$$

$$V = V_0 \frac{\tan^q(\psi/2)}{\sin \psi}$$

**II.K** - On pourrait faire basculer un peu de la verticale la fusée au moyen d'ailerons ; ensuite, le poids amplifierait cette inclinaison, ce qui permettrait de prendre naturellement l'orbite de transfert. La fusée suit ensuite cette orbite de façon balistique jusqu'à son apogée qui est à l'altitude recherchée. Alors une nouvelle accélération permet de prendre l'orbite circulaire.

Une autre stratégie est de tirer verticalement pour traverser l'atmosphère. Une fois l'atmosphère traversée, la fusée bascule et accélère horizontalement, prenant l'orbite de transfert.

La première méthode est plus simple que la seconde, elle ne nécessite pas de manœuvre de basculement. Le point principal est de savoir si elle est plus économique en carburant.

### Partie III - Le moteur ionique

**III.A**  $\frac{1}{2} \mu u^2 = qU_t \quad T = D_m \sqrt{\frac{2qU_t}{\mu}}$

**III.B**  $P_{e \min} = U_t I$  où le courant est  $I = \frac{D_m q}{\mu}$  ;  $P_{e \min} = \frac{D_m q U_t}{\mu}$

**III.C** -

**III.C.1)**  $\frac{1}{2} \mu v(x)^2 + qU(x) = 0 \quad v(x) = \sqrt{-\frac{2qU(x)}{\mu}}$

**III.C.2)**  $D_m = n(x)v(x)\mu S$

**III.C.3)** L'équation de Poisson s'écrit  $\Delta U + \frac{qn(x)}{\epsilon_0} = 0$  que l'énoncé propose de remplacer par  $\frac{d^2U}{dx^2} = \frac{-U_t}{L^2}$

**III.C.4)** D'après l'équation de Poisson,  $n(x) = -\frac{\epsilon_0}{q} \frac{d^2U}{dx^2} \approx \frac{\epsilon_0 U_t}{q L^2}$ . Au point d'abscisse  $x = L$ ,

$$D_m = \frac{\epsilon_0 U_t}{q L^2} \sqrt{\frac{2qU_t}{\mu}} \mu S = \frac{\epsilon_0 S}{L^2} U_t^{3/2} \sqrt{\frac{2\mu}{q}}$$

**III.C.5)**  $T = D_m \sqrt{\frac{2qU_t}{\mu}} = \frac{2\epsilon_0 S U_t^2}{L^2}$ . On ne voit pas en quoi cette poussée est maximum.

**III.C.6)** En utilisant la relation de III.B,  $P_{e \min} = \frac{\epsilon_0 S}{L^2} U_t^{3/2} \sqrt{\frac{2\mu}{q}} \frac{qU_t}{\mu} = \frac{\epsilon_0 S U_t^{5/2}}{L^2} \sqrt{\frac{2q}{\mu}}$

**III.C.7)** La poussée ne dépend pas de la masse des ions, alors que la puissance en est une fonction décroissante. Dans le cadre de ce raisonnement, on a intérêt à choisir les ions les plus lourds possibles.

**III.C.8)** Application numérique :

Comme  $P_{e \min} = \frac{1}{2} D_m u^2$  et  $T = D_m u$ ,  $u = 2P_{e \min} / T = 2 \times 2300 / 0,093 = 49,5 \text{ km/s}$ .

D'autre part,  $u = \sqrt{\frac{2qU_t}{\mu}} = \sqrt{\frac{2 \times 96500 \times 1090}{0,1313}} = 40,0 \text{ km/s}$ .

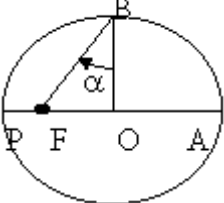
Ces données sont approximativement cohérentes si l'on admet qu'une partie de la puissance électrique est dissipée.

$D_m = T / u = 0,093 / 40000 = 2,325 \cdot 10^{-6} \text{ kg/s}$  ; la durée de fonctionnement est  $81 / 2,325 \cdot 10^{-6} = 3,5 \cdot 10^7 \text{ s}$ , soit plus d'un an.

En 24 heures, la variation de vitesse produite est  $\Delta V = Tt / m = 0,093 \times 86400 / 486 = 16,5 \text{ m/s}$ , ce qui est de l'ordre de grandeur des corrections nécessaires pour stabiliser un satellite.

**III.C.9)** Il faut que le gaz éjecté soit électriquement neutre, sinon, la fusée se chargerait négativement et le gaz éjecté chargé positivement attirerait la fusée et la freinerait.

**III.C.10)** L'énergie provient d'un réacteur nucléaire, ce qui évite le stockage de produits chimiques réactifs sur une longue durée. Les poussées à réaliser sont très faibles et l'allumage du moteur facile, alors qu'une fusée chimique fonctionne plus facilement pour une poussée importante.



**Partie IV - La voile solaire**

**IV.A** - Dans tout choc, la quantité de mouvement est conservée ; dans un choc élastique, l'énergie cinétique est conservée ; lors d'un choc élastique d'un projectile sur une paroi infiniment lourde, la quantité de mouvement du projectile est changée en sa symétrique par rapport à la paroi.

**IV.B** - Soit  $\vec{e}_n$  le vecteur unitaire normal à la paroi et dirigé dans le sens du mouvement du photon incident. Lors d'un choc perpendiculaire avec un photon, la variation de quantité de mouvement de la voile est  $\Delta\vec{p} = \frac{2h\nu}{c}\vec{e}_n$ .

**IV.C**  $\Phi_e = ncSh\nu$ .

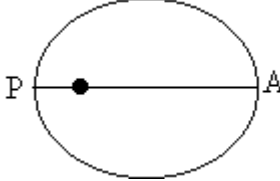
**IV.D**  $\vec{T}_0 = 2nSh\nu\vec{e}_n$ .

**IV.E**  $T_0 = \frac{2\Phi_e}{c} = \frac{2 \times 1000}{3 \cdot 10^8} = 0,7 \cdot 10^{-5} \text{ Pa}$ , ce qui est très faible.

**IV.F**  $\Delta\vec{p} = \frac{2h\nu \cos\theta}{c}\vec{e}_n$  ;  $\vec{T} = 2nSh\nu \cos\theta\vec{e}_n$  ;  $T = T_0 \cos\theta$ .

**IV.G** - La poussée a toujours une composante radiale opposée à la direction du Soleil, donc ne permet pas de s'en rapprocher.

**IV.H** - L'avantage de la voile solaire est de ne pas nécessiter de carburant ; elle a l'inconvénient de nécessiter le déploiement de voiles immenses et fragiles et de ne fonctionner efficacement que près



du Soleil.

**Partie V - Vaisseau spatial dans un champ newtonien**

**V.A** - La force est centrale, son moment en O est nul ; d'après le théorème du moment cinétique, ce moment est la dérivée du moment cinétique  $\vec{L}_O$  par rapport au temps. Donc  $\vec{L}_O$  est une constante du mouvement.

**V.B** - Soit P la position du vaisseau ;  $\vec{OP}$  est perpendiculaire à  $\vec{L}_O$ , donc le vaisseau se meut dans le plan fixe passant par O et perpendiculaire à  $\vec{L}_O$ .

L'aire balayée par OP est proportionnelle au temps.

**V.C**  $\vec{g}(P) = -\frac{GMm\vec{OP}}{r^3}$

**V.D**  $dE_p = -m\vec{g}(P) \cdot d\vec{P} = \frac{GMm dr}{r^2} \Rightarrow E_p = -\frac{GMm}{r}$  en choisissant l'énergie potentielle nulle à l'infini.

**V.E** - L'équilibre sur une orbite circulaire de rayon  $r_0$  implique  $m\frac{V_0^2}{r_0} = \frac{GMm}{r_0^2}$ , d'où  $E_m = \frac{1}{2}mV_0^2 - \frac{GMm}{r_0} = -\frac{GMm}{2r_0}$

, qui est négatif, comme il se doit pour un état lié.

$T_{rev} = \frac{2\pi r_0}{V_0} = \frac{2\pi r_0}{\sqrt{\frac{GM}{r_0}}} = 2\pi\sqrt{\frac{r_0^3}{GM}}$ .

**V.F**  $\Delta E_m = -\frac{GMm}{2r_0} + \frac{GMm}{R_T}$  en négligeant l'énergie cinétique due à la rotation de la Terre autour de l'axe des Pôles.

Comme  $mg_0 = \frac{GMm}{R_T^2}$ ,  $GM = g_0 R_T^2$ ,

$\Delta E_m / m = g_0 R_T^2 (1/R_T - 1/2r_0) = 10 \times (6,4 \cdot 10^6)^2 (1/6400000 - 1/1400000) = 3,5 \cdot 10^7 \text{ J/kg}$

**V.G** - Si 1kWh = 3,6.10<sup>6</sup> J revient environ à 0,15 €, le coût théorique de la satellisation d'un kg de charge utile serait

de  $\frac{3,5 \cdot 10^7 \times 0,15}{3,6 \cdot 10^6} = 1,4 \text{ € par kg}$ . Le coût réel est mille fois plus grand, ce qui signifie que le coût essentiel est celui du matériel.

**V.H**  $r_A = \frac{p}{1-e}$   $r_P = \frac{p}{1+e}$   $2a = r_A + r_P \Rightarrow a = \frac{p}{1-e^2}$

**V.I**  $T_{orb} = 2\pi\sqrt{\frac{a^3}{GM}}$  qu'on retrouve en remplaçant  $r_0$  par  $a$  dans l'expression de la question V.E.

**V.J** - Comme la vitesse et la distance sont les mêmes que pour un mouvement circulaire, l'énergie est la même : la trajectoire est une ellipse de demi grand axe  $a = r_0$ . Le point considéré de la trajectoire étant à la distance  $a$  du foyer, il est un des sommets B du petit axe de l'ellipse.

L'angle  $\alpha$  entre la direction de la vitesse et celle qu'elle aurait pour un mouvement circulaire est aussi l'angle entre les directions perpendiculaires, soit  $\alpha = (BO, BF)$  ;  $e = \frac{c}{a} = \frac{OF}{BF} = \sin \alpha$  ; l'expression de V.H  $a = \frac{p}{1-e^2}$  et les formules  $r_A = a + c = a(1+e)$  et  $r_P = a - c = a(1-e)$  montrent que  $p = r_0 \cos^2 \alpha$   $r_A = r_0(1 + \sin \alpha)$   $r_P = r_0(1 - \sin \alpha)$ .

### Partie VI - Vitesse de libération

VI.A - Le vaisseau échappe au champ gravitationnel de l'astre si son énergie est positive soit si

$$\frac{1}{2}mV_1^2 - \frac{GMm}{r_0} \geq 0 \quad V_1 \geq \sqrt{\frac{2GM}{r_0}}.$$

VI.B.1) **option 1** : Exprimons la conservation de l'énergie entre le départ et l'infini :  $\frac{1}{2}m(5V_0)^2 - \frac{GMm}{r_0} = \frac{1}{2}mV_\infty^2$ .

L'équilibre sur l'orbite circulaire implique que  $m\frac{V_0^2}{r_0} = \frac{GMm}{r_0^2} \Rightarrow \frac{GMm}{r_0} = mV_0^2$ . D'où :  $V_\infty = \sqrt{\frac{23}{2}}V_0$ .

VI.B.2) **option 2** : La conservation de l'énergie, qui est égale à l'énergie potentielle à une distance égale au grand axe, permet de calculer ce grand axe :

$$\frac{1}{2}m(V_0/2)^2 - \frac{GMm}{r_0} = -\frac{GMm}{2a} \Rightarrow \frac{GMm}{2a} = \frac{GMm}{r_0} - \frac{GMm}{8r_0} \Rightarrow a = \frac{4}{7}r_0$$

Il n'y a qu'au périhélie et à l'apogée que le rayon vecteur est perpendiculaire à la vitesse. Donc le point de départ est l'apogée :  $r_A = r_0$   $V_A = V_0/2$ .

La valeur de  $a$  et la conservation du moment cinétique entre l'apogée et le périhélie montrent que :

$$r_A + r_P = 2a \Rightarrow r_P = r_0/7 ; r_A V_A = r_P V_P \Rightarrow V_P = \frac{7}{2}V_0.$$

Pour que la manœuvre réussisse, il faut que le rayon de l'astre soit inférieur à  $r_P$ .

VI.B.3) Au périhélie, on fait passer la vitesse de  $7V_0/2$  à  $7V_0/2 + 7V_0/2 = 7V_0$ . La nouvelle trajectoire est une branche d'hyperbole, car l'énergie est positive, comme le montre le calcul qui suit, et la nouvelle vitesse finale (« à l'infini ») est

$$\text{telle que } \frac{1}{2}m(7V_0)^2 - \frac{GMm}{r_0/7} = \frac{1}{2}mV_\infty^2 \Rightarrow \frac{1}{2}mV_\infty^2 = \frac{1}{2}mV_0^2(7^2 - 2 \times 7) \Rightarrow V_\infty = \sqrt{35}V_0$$

VI.B.4) La deuxième option permet d'obtenir une vitesse à l'infini plus grande, ce qui peut paraître paradoxal, puisqu'on a utilisé une partie du budget vitesse pour freiner. Il est plus efficace de produire une variation de vitesse près d'un astre que loin de lui.

### Partie VII - Rentrée dans l'atmosphère

VII.A - Le vaisseau est soumis à la force de freinage de l'air  $\frac{1}{2}C_x \rho S V^2$  et au poids ; ce dernier est négligeable si le freinage est efficace. On obtient alors la formule de l'énoncé en supposant l'atmosphère isotherme, d'où  $\rho = \rho_0 \exp(-z/H)$ , où  $H = 8 \text{ km}$ , et en posant  $\tau = C_x/2$ .

VII.B  $dz/dt = -V \cos \psi$ .

$$\frac{dV}{dz} = \frac{dV}{dt} \frac{dt}{dz} = \frac{1}{V \cos \psi} \tau S V^2 \rho_0 \exp(-z/H)$$

$$\frac{dV}{dz} = \frac{\tau S \rho_0 \exp(-z/H)}{\cos \psi}$$

VII.C - Séparons les variables et intégrons :

$$\frac{dV}{V} = \frac{\tau S \rho_0}{\cos \psi} \exp(-z/H) dz$$

$$\ln \frac{V}{V_i} = \frac{\tau S \rho_0}{\cos \psi} [\exp(-z/H) - \exp(-z_i/H)]$$

$$\frac{V}{V_i} = \exp\left(\frac{\tau S \rho_0}{\cos \psi} [\exp(-z/H) - \exp(-z_i/H)]\right)$$

$$\text{VII.D } \frac{V}{V_i} = \exp\left(\frac{\tau S \rho_0}{\cos \psi} \exp(-z/H)\right)$$

VII.E - La formule admise par l'énoncé s'obtient en remplaçant  $V$  dans l'expression de la question VII.A par l'expression obtenue en VII.D.

Soit  $y = -\frac{z}{H} - \frac{2\alpha\rho_0 H}{\cos\psi} \exp(-z/H)$ . La norme de l'accélération est une fonction croissante de  $y$ , donc elle est maximum quand  $y$  est maximum.

$$\frac{dy}{dz} = -\frac{1}{H} + \frac{2\alpha\rho_0}{\cos\psi} \exp(-z/H)$$

$$\frac{dy}{dz} > 0 \Leftrightarrow \frac{2\alpha\rho_0}{\cos\psi} \exp(-z/H) > \frac{1}{H} \Leftrightarrow z < H \ln \frac{2\alpha\rho_0 H}{\cos\psi}$$

La réponse à la question posée est donc plus compliquée que l'énoncé le laisse supposer. Il y a deux cas à considérer :

- si  $2\alpha\rho_0 H < \cos\psi$ , l'accélération est maximum pour  $z = 0$  :  $\gamma_{\max} = \alpha\rho_0 V_i^2 \exp\left\{-\frac{2\alpha\rho_0 H}{\cos\psi}\right\}$
- si  $2\alpha\rho_0 H > \cos\psi$ , l'accélération est maximum pour  $z = H \ln \frac{2\alpha\rho_0 H}{\cos\psi}$  :  $\gamma_{\max} = \frac{V_i^2 \cos\psi}{2H} \exp(-1)$

#### VII.F - Application numérique :

VII.F.1)  $2\alpha\rho_0 H = 64\rho_0$ , avec  $\rho_0$  de l'ordre de  $1,2 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ , donc il faut considérer le deuxième cas.

$$\gamma_{\max} < 10g \text{ si } \cos\psi < \frac{20Hg}{V_i^2 \exp(-1)} = 0,068 \quad \psi > 86,1^\circ. \text{ Commentaire : voir F3.}$$

VII.F.2) Supposons  $\alpha$  égal pour la navette spatiale et pour Appolo XIII.  $\cos\psi < \frac{6Hg}{V_i^2 \exp(-1)} = 0,0204 \quad \psi > 88,83^\circ$ .

Commentaire : voir F3.

VII.F.3) Si  $\psi$  est trop proche de  $\pi/2$ , il faut tenir compte du poids et de la rotondité de la Terre. C'est particulièrement le cas pour la navette spatiale, puisqu'on veut  $\gamma_{\max} < 3g$ , donc le poids n'est pas négligeable.

VII.F.4) Un astronaute doit résister à de fortes accélérations, d'où l'appel aux pilotes d'avions de chasse. Toutefois, pour explorer la Lune, il aurait été préférable d'envoyer des géologues plutôt que des pilotes d'avions, qui ont moins bien su examiner les roches sur place.

VII.F.5) La coiffe du vaisseau peut être recouverte de matériaux réfractaires dont l'ablation absorbe une grande chaleur ou plus simplement être constituée d'un matériau résistant aux hautes températures.

Annexe : dessins vectoriels utilisés

