

e4a PHYSIQUE (3H) PSI 2003**PREMIERE PARTIE**

OPTIQUE GEOMETRIQUE

A-Généralités :

A.1. L'indice absolu d'un milieu transparent est **le rapport c_0/c** de la célérité des ondes électromagnétiques dans le vide à celle dans le milieu. C'est aussi la racine carrée de la permittivité relative du milieu.

Pour un verre ordinaire, **$n = 1,5$** , (comme on peut le voir à la question C.5 !).

A.2 L'optique géométrique est un modèle qui convient lorsque les dispositifs sont de dimension caractéristique **très grande devant la longueur d'onde**.

A.3 Un système optique qui présente la symétrie de révolution par rapport à un axe est un **système centré**. L'axe de révolution s'appelle **l'axe optique**.

A.4 L'approximation de Gauss consiste à ne prendre en compte que les rayons **proches de l'axe optique** et **peu inclinés** par rapport à cet axe. Il y a alors stigmatisme et aplanétisme.

A.5.a Si F et F' désignent les foyers objet et image, alors **$\overline{SF} = \overline{SF'} = \frac{\overline{SC}}{2}$** . D'où

$$\boxed{f = f' = -R/2}$$

A.5.b La figure ci-contre montre un rayon lumineux partant d'un point objet A, se réfléchissant sur le miroir en un point I, puis arrivant au point image A'. En assimilant les angles à leur tangente, on peut écrire :

$$\alpha = \frac{\overline{SI}}{\overline{AS}}, \quad \alpha' = \frac{\overline{SI}}{\overline{A'S}} \quad \text{et} \quad \beta = \frac{\overline{SI}}{\overline{CS}}.$$

Par ailleurs, on peut écrire (loi de Descartes) :

$$\alpha' - \beta = \beta - \alpha, \quad \text{d'où} \quad \alpha + \alpha' = 2\beta, \quad \text{et donc} \quad \boxed{\frac{1}{\overline{SA}} + \frac{1}{\overline{SA'}} = \frac{2}{\overline{SC}}}.$$

D'autre part, en utilisant les triangles semblables (A, B, S) et (A', B', S) dans le

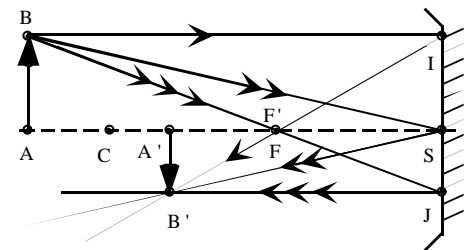
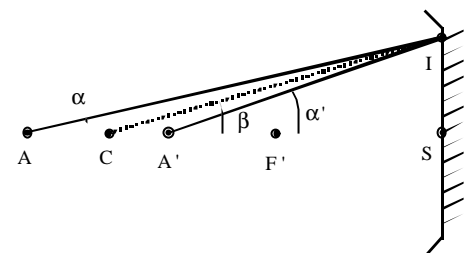
second schéma, on peut dire que $\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}$.

A.5.c Les triangles semblables (A,B,F) et (F,S,J) conduisent à $\frac{\overline{SF}}{\overline{SJ}} = \frac{\overline{AF}}{\overline{AB}}$, soit

encore $\frac{\overline{SF}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{AF}}{\overline{AB}}$. De même, avec les triangles (A',B',F') et (F',I,S), on a

$$\frac{\overline{SF'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A'F'}}{\overline{A'B'}}. \quad \text{Les deux dernières relations conduisent bien à} \quad \boxed{\overline{FAF'A'} = \overline{SFSF'} = ff'} \quad \text{et à} \quad \boxed{\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{FS}}{\overline{FA}}}$$

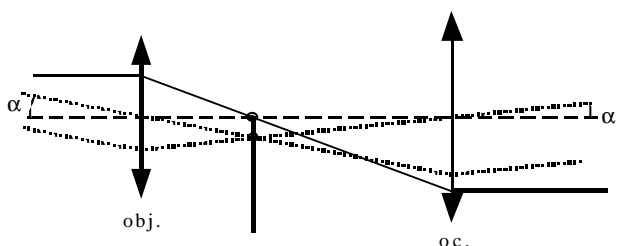
A.5.d Ces expressions algébriques **restent valables** pour un miroir sphérique convexe.

B-Lunette astronomique :

B.1. Une lentille mince est un ensemble de 2 dioptries sphériques de rayons R_1 et R_2 , de sommets S_1 et S_2 avec, en posant $e = S_1S_2$, **$|e| \ll |R_1|$** , **$|e| \ll |R_2|$** et **$|e| \ll |R_2 - R_1|$** .

B.2.a Un système est dit afocal lorsque **les foyers objet et image sont à l'infini**.

B.2.b Dispositif : la lumière traverse d'abord l'objectif (placé du côté de l'objet) puis l'oculaire (placé du côté de l'œil). Le foyer image de l'objectif est confondu avec le foyer objet de l'oculaire.

B.2.c

B.3 Avec des grandeurs algébriques, on a, dans l'approximation de Gauss : $\alpha = \frac{\overline{F_2M}}{f'_{\text{obj}}}$ et $\alpha' = -\frac{\overline{F_2M}}{f'_{\text{oc}}}$. D'où $\boxed{G = \frac{\alpha'}{\alpha} = -\frac{f'_{\text{obj}}}{f'_{\text{oc}}}}$.

L'image est renversée. Elle est réelle à l'infini (en pratique sur la rétine, dans le plan focal image du cristallin).

B.4 S'il y a de la poussière sur l'objectif, cela peut atténuer la luminosité, mais pas altérer l'image.

B.5 La position de l'œil a peu d'importance a priori, puisque l'observation se fait à l'infini. Toutefois, il est préférable de placer l'œil dans le plan du "cercle oculaire", qui est l'image de la monture de l'objectif à travers l'instrument. Cela donne un meilleur confort.

B.6 Les systèmes catadioptriques sont plus utilisés car :

- Ils ne présentent pas d'aberration chromatique.
- Ils sont plus faciles à usiner en grande dimension.

C. Télescope spatial de Hubble :

C.1. $\overline{S_1 F_1} = \overline{S_1 F'_1} = -\frac{R_1}{2}$. Le foyer image F' du télescope est l'image de F'_1 par le miroir secondaire. On peut donc écrire :

$$\frac{1}{\overline{S_2 F'_1}} + \frac{1}{\overline{S_2 F'}} = -\frac{2}{R_2}. \text{ D'où } \overline{S_2 F'} = \frac{R_2 (R_1 - 2d)}{2(R_2 + 2d - R_1)}$$

C.2 Soit A l'intersection du rayon incident avec le miroir primaire, et B l'intersection du premier rayon réfléchi avec le miroir

secondaire. $\alpha_1 = -\frac{\overline{S_2 B}}{\overline{S_2 F'}}$ et $\overline{S_2 B} = \frac{D_{01}}{2} \frac{\overline{F'_1 S_2}}{\overline{F'_1 S_1}}$. D'où $\alpha_1 = -\frac{D_{01}}{2} \frac{\frac{R_1}{2} - d}{\frac{R_1}{2}} \frac{2(R_2 + 2d - R_1)}{R_2 (R_1 - 2d)}$. Puis $\alpha_1 = \frac{D_{01} (R_1 - 2d - R_2)}{R_2 R_1}$.

App. Num : $\alpha_1 = -0,024 \text{ rad}$

C.3 A l'avant dernière ligne de la page 4, il faut sans doute lire S_1 au lieu de S_2 . $\delta(\overline{S_2 F'}) \approx \frac{\partial \overline{S_2 F'}}{\partial R_1} \varepsilon = \frac{R_2^2 \varepsilon}{2(R_2 + 2d - R_1)^2}$.

Numériquement, $\delta(\overline{S_2 F'}) \approx 81 \mu\text{m}$.

C.4 $\alpha'_1 = \frac{D_{01} (R_1 + \varepsilon - 2d - R_2)}{R_2 (R_1 + \varepsilon)}$. $\delta\alpha_1 \approx \frac{\partial \alpha_1}{\partial R_1} \varepsilon = \frac{D_{01} (R_2 + 2d)}{R_2 R_1^2} \varepsilon$. Numériquement : $\delta\alpha_1 \approx 0,33 \mu\text{rad}$

C.5 Si le télescope est utilisé dans les conditions de Gauss, on peut légitimement supposer que $|i| \ll 1$. Donc $|\sin r| \ll 1$, puis $|r| \ll 1$. $A \ll 1$ conduit donc aussi à $|r'| \ll 1$, puis à $|i'| \ll 1$.

Finalement, les relations de Descartes deviennent : $i = nr$ et $i' = nr'$. D'où $D = (n-1)A$.

$A = \frac{\delta\alpha_1}{n-1}$. Application numérique : $A \approx 0,66 \mu\text{rad}$.

DEUXIEME PARTIE

OPTIQUE PHYSIQUE

A-Interférences :

A.1. $s = s_1 + s_2$ donne $\underline{s} = (a_1 e^{-j\varphi_1} + a_2 e^{-j\varphi_2}) e^{j\omega t}$. Puis

$E = \gamma \underline{s}^* = E_1 + E_2 + 2\sqrt{E_1 E_2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1) = E_1 + E_2 + 2\sqrt{E_1 E_2} \cos \varphi$. Le terme d'interférences est le troisième ; le seul qui dépende du déphasage.

A.2 La figure ci-contre montre l'évolution de l'éclairement en fonction du

déphasage. $E_{\min} = (\sqrt{E_1} - \sqrt{E_2})^2$ et $E_{\max} = (\sqrt{E_1} + \sqrt{E_2})^2$

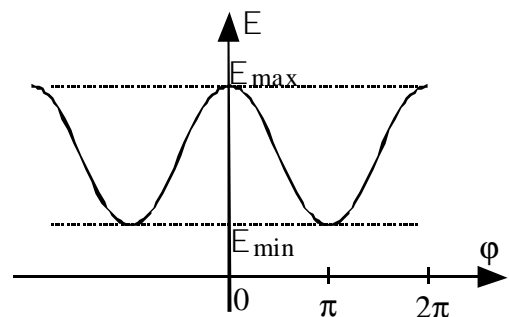
A.3 Le contraste a pour valeur : $C = \frac{2\sqrt{E_1 E_2}}{E_1 + E_2}$. Il ne dépend pas de φ !!! On

remarque que, vue la définition du contraste, $0 \leq C \leq 1$ car $0 \leq E_{\min} \leq E_{\max}$. Il est donc maximum lorsqu'il est égal à 1, c'est-à-dire lorsque les 2 sources sont de même éclairement : $E_1 = E_2$.

A.4 Compte tenu de la définition de φ donnée au A.1 et de celle de δ donnée au A.4, il vient : $\varphi = -\frac{2\pi}{\lambda} \delta$. Ce signe moins était-il vraiment souhaité par l'auteur du sujet ?

A.5.a $(S_1 M) = \sqrt{(x + a/2)^2 + y^2 + D^2}$.

A.5.b Le calcul très classique des trous d'Young donne, au premier ordre : $\delta \approx \frac{ax}{D}$.



A.5.c Des points d'une même frange correspondent à une même différence de marche, donc à un même x (à l'ordre 1). Donc les franges sont **rectilignes, parallèles à Oy**, alternativement brillantes et sombres.

A.5.d L'interfrange est la plus petite distance non nulle entre deux points de même éclairement.

$$|\Delta\phi| = 2\pi \Rightarrow |\Delta\delta| = \lambda \Rightarrow |\Delta x| = \frac{\lambda D}{a}. \text{ Donc } i = \frac{\lambda D}{a}.$$

A.6 L'énoncé manque de précision concernant les 2 fentes. Il semble que ce soient 2 fentes diffractantes, éclairées par une même source primaire monochromatique. Dans ce cas, la figure d'interférences est la même qu'avec deux sources ponctuelles, mais nettement plus lumineuse et plus facile à réaliser !

A.7.a Le "dispositif précédent" n'est pas bien explicité, mais il y a tout lieu de penser qu'il s'agit de 2 fentes fines diffractantes...

Pour l'étoile 1, la différence de marche s'écrit : $\delta_1 = a(\sin\theta + \sin\beta) \approx a(\theta + \beta) \approx a(\theta + x/f')$.

$$\text{L'éclairement pour cette étoile peut ainsi s'écrire : } E_1 = E_0 \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi a}{\lambda} (\theta + x/f') \right) \right) \text{ si } E_0/2$$

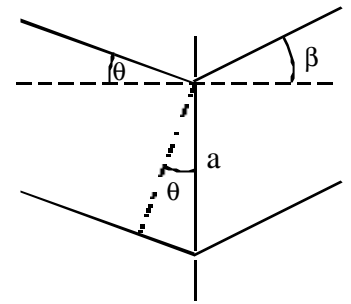
correspond à l'éclairement pour une seule fente.

$$\text{De la même façon, } E_2 = E_0 \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi a}{\lambda} (-\theta + x/f') \right) \right).$$

$$\text{Et, puisque les 2 étoiles sont incohérentes, } E_{\text{tot}} = E_1 + E_2 = 2E_0 \left(1 + \gamma \cos \left(\frac{2\pi a x}{\lambda f'} \right) \right), \text{ avec } \gamma = \cos \left(\frac{2\pi a \theta}{\lambda} \right).$$

$$|\gamma| \text{ est le facteur de visibilité des franges : } |\gamma| = \frac{E_{\text{maxloc}} - E_{\text{minloc}}}{E_{\text{maxloc}} + E_{\text{minloc}}}, \text{ loc signifiant local.}$$

A.7.b Il y a plusieurs valeurs de a donnant un brouillage des franges ($|\gamma| = 0$). La plus petite est $a = \frac{\lambda}{4\theta}$. D'où $\theta = 0,12 \mu\text{rad}$.



B-Diffraction :

B.1. Principe de Huygens-Fresnel :

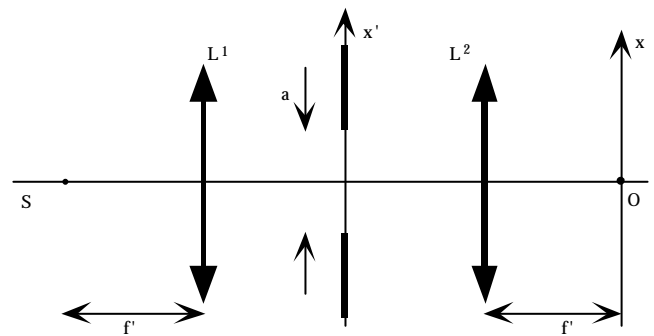
Soit une source ponctuelle S , monochromatique (λ) d'amplitude complexe $\underline{s}_{\text{source}}$.

- Toute surface élémentaire $d\Sigma$ d'une surface d'onde de S se comporte comme une source ponctuelle secondaire de même longueur d'onde (λ), d'amplitude proportionnelle à $d\Sigma$ et à $\underline{s}_{\text{source}}$.
- Toutes les sources secondaires sont cohérentes.
- Toutes les sources secondaires d'une même surface d'onde sont en phase.

$$\underline{S}(M) = K \iint_{\text{ouverture}} \underline{s}(P) \frac{e^{-j\phi(P)}}{PM} d\Sigma$$

B.3.a voir figure ci-contre. Si on veut n'utiliser qu'une lentille (L_1), il faut placer l'écran très loin (à plusieurs mètres si a est de l'ordre du dixième de mm). Sinon, on n'est plus dans les conditions de Fraunhofer (avec un seul f).

B.3.b La fente est éclairée, grâce à la lentille, par un faisceau parallèle en incidence normale. Puisque « a est très petit », la diffraction ne se fera que dans des plans parallèles à $x'O'z$, puis tout est ramené par la seconde lentille sur l'axe Ox . On peut donc raisonner sur le dessin, c'est-à-dire dans le plan $x'O'z$. $\underline{s}(P)$ est le même en tout point de la fente (du fait de l'incidence normale). On peut donc le noter \underline{s}_0 . Si on utilise une lentille en entrée et en sortie de montage, r_0 n'a plus sa raison d'être. Je pense que l'énoncé fait allusion au cas d'un montage sans la seconde lentille. Dans ce cas, si l'écran se trouve à grande distance de la fente (par rapport à a), au dénominateur on peut assimiler PM à $O'M$, c'est-à-dire à r_0 . En revanche, cette approximation n'est pas possible dans l'expression du déphasage $\phi(P)$ car une différence entre PM et $O'M$ de l'ordre de la longueur d'onde donne un déphasage non négligeable.



$$\underline{S}(M) = K \underline{s}_0 \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{e^{-j\phi(x',y')}}{r_0} dx' dy'$$

B.3.c O' étant sur l'axe de symétrie de la fente, l'onde résultante est en phase avec celle issue de O' .

Je suppose que « vers le haut » ou « vers le bas » signifie parallèlement à $O'x'$. Cela rajoute un même déphasage pour tous les rayons, donc n'a **pas de conséquences sur l'éclairement**.

B.3.d $\varphi(x', y') = \varphi(x') = -\frac{2\pi x x'}{\lambda f'}$ et $\underline{S}(M) = \frac{K S_0 L}{r_0} \int_{-a/2}^{a/2} e^{j\frac{2\pi x x'}{\lambda f'}} dx'$. Ainsi, $\underline{S}(M)$ est de la forme $\underline{S}(M) = \gamma \text{sinc}\left(\frac{\pi a x}{\lambda f'}\right)$, où γ est

une constante réelle. L'éclairement peut donc s'écrire : $E(x) = E_0 \left(\text{sinc}\left(\frac{\pi a x}{\lambda f'}\right) \right)^2$.

$\frac{E(x)}{E_0}$ est la classique fonction sinus cardinal au carré. Le premier maximum secondaire a une valeur relative de $0,047$, et les

minima (nuls) sont obtenus pour x multiple entier de $\frac{\lambda f'}{a}$.

B.3.e Le pouvoir séparateur est la capacité à distinguer 2 objets proches l'un de l'autre.

Critère de Rayleigh : on distingue 2 taches si le maximum de la seconde est au moins là où l'éclairement de la première s'annule.

C-Application :

C.1. On voit l'enveloppe en pointillés due à la diffraction par les fentes de largeur a . Et à l'intérieur de l'enveloppe, la figure

d'interférences à 2 ondes. On en déduit $\frac{\lambda f'}{a} = 4,4 \text{ mm}$, d'où $a = 0,25 \text{ mm}$.

La figure d'interférences correspond à la question A7a, avec une seule étoile et $\theta = 0$, et en remplaçant a par d . L'éclairement est ainsi en $1 + \cos\left(\frac{2\pi d x}{\lambda f'}\right)$. On en déduit $\frac{\lambda f'}{2d} = 0,55 \text{ mm}$, d'où $d = 1,0 \text{ mm}$.

C.2.a Pour la longueur d'onde λ_1 , l'éclairement est $E_1 = E_0 \left(1 + \cos\left(\frac{2\pi d x}{\lambda_1 f'}\right) \right)$. De même, pour λ_2 , l'éclairement est

$E_2 = E_0 \left(1 + \cos\left(\frac{2\pi d x}{\lambda_2 f'}\right) \right)$. Les 2 sources étant incohérentes, les éclairements s'ajoutent, d'où

$E = 2E_0 \left(1 + \cos\left(\pi \delta \left(\frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2}\right)\right) \cos\left(\pi \delta \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}\right)\right) \right)$. Puis $E \approx 2E_0 \left(1 + \cos\left(\pi \delta \frac{\Delta \lambda}{\lambda_0^2}\right) \cos\left(\frac{2\pi \delta}{\lambda_0}\right) \right)$

C.2.b $E_{\max} \approx 2E_0 \left(1 + \left| \cos\left(\pi \delta \frac{\Delta \lambda}{\lambda_0^2}\right) \right| \right)$. $E_{\min} \approx 2E_0 \left(1 - \left| \cos\left(\pi \delta \frac{\Delta \lambda}{\lambda_0^2}\right) \right| \right)$ Contraste local : $C = \left| \cos\left(\pi \delta \frac{\Delta \lambda}{\lambda_0^2}\right) \right|$

C.2.c Le contraste local s'annule une première fois pour $\pi \delta \frac{\Delta \lambda}{\lambda_0^2} = \frac{\pi}{2}$, soit $\frac{\delta}{\lambda_0} = \frac{\lambda_0}{2\Delta \lambda} = 491$.