

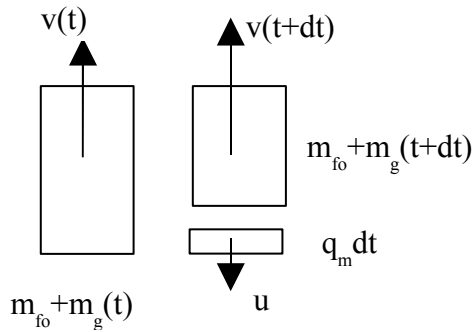
CORRECTION DE L'ÉPREUVE DE PHYSIQUE

Pour toutes remarques : marc.strubel@wanadoo.fr ou nicole.adloff@wanadoo.fr

PREMIERE PARTIE : ETUDE MECANIQUE D'UNE FUSEE ET DE SON SATELLITE

A/ Décollage de la fusée

A1.



Effectuons un bilan de quantité de mouvement :

$$\text{à } t : \quad \mathbf{P}(t) = (m_{fo} + m_g(t))\mathbf{v}(t)$$

à $t+dt$:

$$\mathbf{P}(t+dt) = (m_{fo} + m_g(t+dt))\mathbf{v}(t+dt) + q_m dt(\mathbf{v}(t+dt) + \mathbf{u}) \quad \text{or}$$

$$m_g(t+dt) = m_g(t) - q_m dt \quad \text{donc}$$

$$\mathbf{P}(t+dt) = (m_{fo} + m_g(t))\mathbf{v}(t+dt) + q_m dt\mathbf{u}$$

Système à t Système à $t+dt$

$$\text{Donc en différenciant : } \frac{D\vec{P}}{Dt} = (m_{fo} + m_g(t))\frac{d\vec{v}}{dt} + q_m\vec{u}$$

La seule force qui s'applique sur le système est le poids, donc en appliquant la relation

fondamentale de la dynamique : $\frac{D\vec{P}}{Dt} = (m_{fo} + m_g(t))\vec{g} = (m_{fo} + m_g(t))\frac{d\vec{v}}{dt} + q_m\vec{u}$, soit

$$(m_{fo} + m_g(t))\frac{d\vec{v}}{dt} = (m_{fo} + m_g(t))\vec{g} - q_m\vec{u} \quad \text{ce qui définit la force de poussée par } \mathbf{F}_{\text{poussée}} = -q_m\mathbf{u}.$$

A2. Pour que la fusée décolle, il faut que à $t = 0$ $\|\mathbf{F}_{\text{poussée}}\| > (m_{fo} + m_{go})g$.

L'accélération à $t = 0$, est $\frac{d\vec{v}}{dt}(0) = \vec{g} - \frac{q_m\vec{u}}{(m_{fo} + m_{go}(0))}$, soit en projetant sur l'axe vertical

$$\text{ascendant : } \frac{dv}{dt}(0) = -g + \frac{q_m u}{(m_{fo} + m_{go}(0))} = -9,8 + \frac{1,8 \cdot 10^3 * 2,1 \cdot 10^3 * 2}{460 \cdot 10^3} = 6,6 \text{ m.s}^{-2}$$

L'énoncé n'est pas clair, débit total des gaz et vitesse par réacteur, la vitesse d'éjection étant une grandeur intensive, elle est la même pour chaque réacteur, mais il faut bien multiplier par 2 le débit massique dans l'AN, sinon on trouve une accélération négative...

Cette accélération inférieure à g est bien supportable...

A3. Sachant que $q_m = -\frac{dm_g}{dt}$ en intégrant on trouve $m_g(t) = m_{go} - q_m t$, donc en remplaçant dans

l'équation précédente : $\frac{dv}{dt} = -g + \frac{q_m u}{(m_{fo} + m_{go} - q_m t)}$ en intégrant $v(t) = -gt - u \cdot \ln\left(\frac{m_{fo} + m_{go} - q_m t}{m_{fo} + m_{go}}\right)$

$$\text{et } v(15s) = -9,8 * 15 - 2,1 \cdot 10^3 \ln\left(\frac{460 \cdot 10^3 - 2 * 1,8 \cdot 10^3 * 15}{460 \cdot 10^3}\right) = 115 \text{ m.s}^{-1} = 414 \text{ km.h}^{-1}$$

B/ Orbites circulaires

B1. en appliquant la relation fondamentale de la dynamique au satellite soumis uniquement à la

force de gravitation, centrale : $m_s \frac{V_{cT}^2}{R_T + h} = G \frac{m_s M_T}{(R_T + h)^2}$ où h est l'altitude du satellite, M_T la masse de la terre, m_s la masse du satellite. Le premier terme est l'accélération normale,

$$V_{cT} = \sqrt{\frac{GM_T}{R_T + h}} = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} * 5,97 \cdot 10^{24}}{(6400 + 200) \cdot 10^3}} = 7,77 \text{ km.s}^{-1}$$

B2. τ période de gravitation est donnée par $\tau = \frac{2\pi(R_T + h)}{V_{cT}} = \frac{2\pi * 6600 \cdot 10^3}{7767} = 5340 \text{ s} \approx 1 \text{ h } 30 \text{ min}$.

B3. Un satellite est dit géostationnaire lorsqu'il est immobile dans tout référentiel lié à la terre.

B4. Un satellite n'est soumis qu'à la force de gravitation, force centrale, son mouvement est donc plan. Ce plan doit contenir le centre de force, en l'occurrence le centre de la terre et le satellite doit décrire un mouvement circulaire autour de l'axe des pôles, le mouvement a donc forcément lieu dans le plan équatorial. Comme la trajectoire est circulaire, le mouvement uniforme, le module de la vitesse est constant. En reprenant l'expression de la question **B1** et celle de la question **B2**, sachant que la période d'un satellite géostationnaire est de 1 jour :

$$\left(\frac{2\pi(R_T + h)}{\tau} \right)^2 \frac{1}{R_T + h} = G \frac{M_T}{(R_T + h)^2} \text{ on retrouve la 3è loi de Képler et}$$

$$h = \left(\frac{GM_T \tau^2}{4\pi^2} \right)^{1/3} - R_T = \left(\frac{6,67 \cdot 10^{-11} * 5,97 \cdot 10^{24} * (24 * 3600)^2}{4\pi^2} \right)^{1/3} - 6400 \cdot 10^3 \approx 36000 \text{ km}$$

DEUXIEME PARTIE :

Propagation d'une onde ém à travers un plasma

A/ Propagation de l'onde

A.1. Le PFD appliqué à un proton s'écrit :

$$m_p \frac{d\vec{v}_p}{dt} = e(\vec{E} + \vec{v}_p \wedge \vec{B}) + m_p \vec{g}$$

$$\text{et à un électron : } m_e \frac{d\vec{v}_e}{dt} = -e(\vec{E} + \vec{v}_e \wedge \vec{B}) + m_e \vec{g}$$

L'action du champ \vec{B} est négligeable si $\|\vec{v} \wedge \vec{B}\| \ll \|\vec{E}\|$ avec $E \sim cB$; on doit donc avoir $v \ll c$.

L'action du champ de pesanteur est négligeable si $\|m_p \vec{g}\| \ll e\|\vec{E}\|$ ce qui est le cas avec les valeurs numériques données.

Rque : quid de la valeur numérique donnée pour E ?

A.2. En négligeant le poids et la force magnétique, on a en notation complexe :

$$\underline{\vec{v}}_p = -j \frac{e}{m_p \omega} \underline{\vec{E}}_0 e^{j(\omega t - kz)} \quad \underline{\vec{v}}_e = -j \frac{e}{m_e \omega} \underline{\vec{E}}_0 e^{j(\omega t - kz)}$$

$$\text{d'où } \underline{\vec{J}}_{\text{elec}} = N e \underline{\vec{V}}_p - N e \underline{\vec{V}}_e = -jN \frac{e^2}{\omega} \left(\frac{1}{m_p} + \frac{1}{m_e} \right) \underline{\vec{E}}_0 e^{j(\omega t - kz)}$$

$$\text{A.3. } \underline{\vec{J}}_{\text{elec}} = \underline{\sigma} \underline{\vec{E}} \Rightarrow \sigma = -jN \frac{e^2}{\omega} \left(\frac{1}{m_p} + \frac{1}{m_e} \right) = \frac{\epsilon_0}{j\omega} (\omega_{pp}^2 + \omega_{pe}^2)$$

On calcule

$$\omega_{pp} = 0,42 \cdot 10^6 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1} ; \omega_{pe} = 17,9 \cdot 10^6 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

On remarque que $\omega_{pp} \ll \omega_{pe}$ soit $\sigma = \frac{\epsilon_0}{j\omega} \omega_{pe}^2$

$$\text{A.4. } \text{div} \underline{\vec{E}} = \frac{\rho}{\epsilon_0} = 0 \text{ dans le vide; } \text{div} \underline{\vec{B}} = 0; \text{rot} \underline{\vec{E}} = -\frac{\partial \underline{\vec{B}}}{\partial t}, \text{rot} \underline{\vec{B}} = \mu_0 \underline{\vec{J}}_{\text{elec}} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \underline{\vec{E}}}{\partial t}$$

$$\text{rot} \underline{\vec{B}} = \mu_0 \left(\frac{\epsilon_0 \omega_{pe}^2}{j\omega} \right) \underline{\vec{E}} + \mu_0 \epsilon_0 j\omega \underline{\vec{E}} = \epsilon_0 \mu_0 \left(1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \right) \frac{\partial \underline{\vec{E}}}{\partial t}$$

$$\text{A.5. } \text{rot}(\text{rot} \underline{\vec{B}}) = -\Delta \underline{\vec{B}} = -\frac{\partial^2 \underline{\vec{B}}}{\partial z^2} = \epsilon_0 \mu_0 \left(1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \right) \frac{\partial \text{rot} \underline{\vec{E}}}{\partial t} = -\epsilon_0 \mu_0 \left(1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \right) \frac{\partial^2 \underline{\vec{B}}}{\partial t^2}$$

On obtient la même équation en E.

$$\text{div} \underline{\vec{E}} = 0 \Rightarrow \frac{\partial E_z}{\partial z} = 0 \text{ On en déduit que l'onde est transverse.}$$

Idem pour B.

A.6. L'équation de propagation fournit :

$$\frac{-\partial^2 \underline{\vec{B}}}{\partial z^2} = \underline{k}^2 \underline{\vec{B}} = -\epsilon_0 \mu_0 \left(1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \right) \frac{\partial^2 \underline{\vec{B}}}{\partial t^2} = \epsilon_0 \mu_0 \left(1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \right) \omega^2 \underline{\vec{B}}$$

$$\underline{k}^2 = \epsilon_0 \mu_0 \left(1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \right) \omega^2 = \left(1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \right) \omega^2 c^2$$

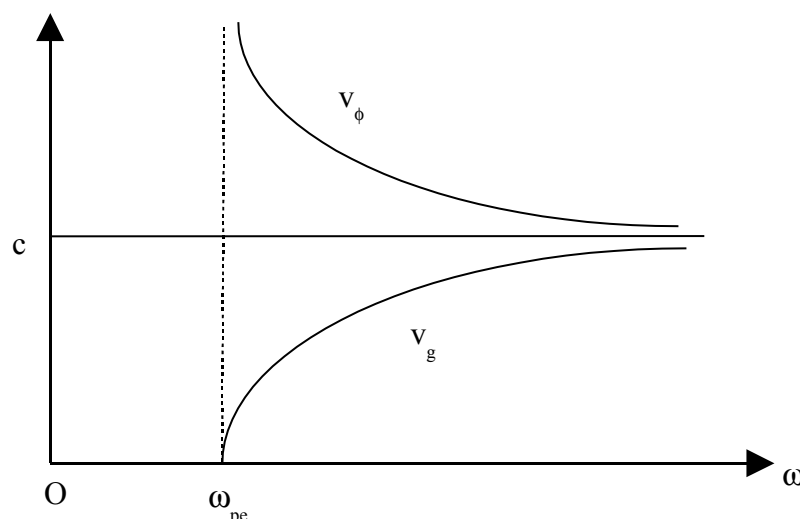
Le milieu est donc dispersif car v_ϕ (si elle existe) dépend de ω .

Si $\omega < \omega_{pe}$ \underline{k} est pur ; l'onde ne se plus.

On calcule alors $N =$ particules.m⁻³.

A.7. Si $\omega > \omega_{pe}$ on

$$v_\phi = c \sqrt{1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2}} \text{ et}$$



imaginaire
propage

$2,4 \cdot 10^{10}$

calculé

$$v_g = \frac{c}{\sqrt{1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2}}}$$

$\omega \gg \omega_{pe}$ on a $v_\phi = v_g = c$.

A.8. $\underline{n}^2 = \frac{1}{1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2}}$; Si $\omega < \omega_{pe}$ $\underline{n} = \frac{j}{\sqrt{\frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} - 1}}$; Si $\omega > \omega_{pe}$ $\underline{n} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2}}}$

A.9. En $z = 0$ $\vec{E}_{iono} - \vec{E}_{atm} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{e}_z$; En projetant sur Ox : $\vec{E}_{i0} + \vec{E}_{r0} = \vec{E}_{t0}$ (1)

$\vec{B}_{iono} - \vec{B}_{atm} = \mu_0 \vec{j}_s \wedge \vec{e}_z = \vec{0}$ car $\vec{j}_s = \vec{0}$; En projetant sur Oy : $\vec{E}_{i0} - \vec{E}_{r0} = \underline{n} \vec{E}_{t0}$ (2)

On déduit des relations (1) et (2) : $\underline{r} = \frac{1 - \underline{n}}{1 + \underline{n}}$

A.10. $\langle \|\vec{\Pi}_{oi}\| \rangle = \frac{1}{2\mu_o} \text{Re}(\vec{E}_{io} \cdot \vec{B}_{io}^*) = \frac{1}{2c\mu_o} \|\vec{E}_{io}\|^2$; $\langle \|\vec{\Pi}_{or}\| \rangle = \frac{1}{2\mu_o} \text{Re}(\vec{E}_{ro} \cdot \vec{B}_{ro}^*) = \frac{1}{2c\mu_o} \|\vec{E}_{ro}\|^2$

On en déduit $\mathfrak{R} = \frac{|1 - \underline{n}|^2}{|1 + \underline{n}|^2}$

A.11. Si $\omega < \omega_{pe}$ $\mathfrak{R} = 1$ l'onde est totalement réfléchi.

Application : propagation des ondes radio par réflexion sur l'ionosphère.

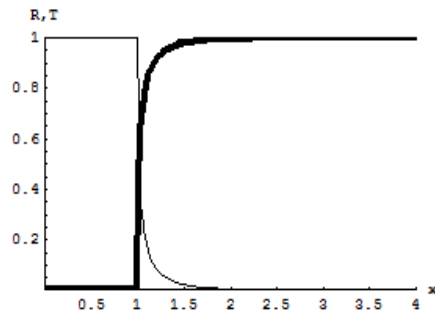
Si $\omega > \omega_{pe}$ $\mathfrak{R} = \frac{2x^2 - 1 - 2x\sqrt{x^2 - 1}}{2x^2 - 1 + 2x\sqrt{x^2 - 1}}$ avec $x = \omega / \omega_{pe}$.

Application : communication sol-satellite.

A.12. Par conservation de l'énergie on a :

$\mathfrak{R} + T = 1$, d'où $T = 1 - \mathfrak{R}$.

Pour mesurer ω_{pe} il suffit de mesurer l'amplitude de l'onde réfléchi par le plasma en faisant varier ω ; cette amplitude décroît à partir de $\omega = \omega_{pe}$.



B/ Influence d'un champ magnétique statique B_0 .

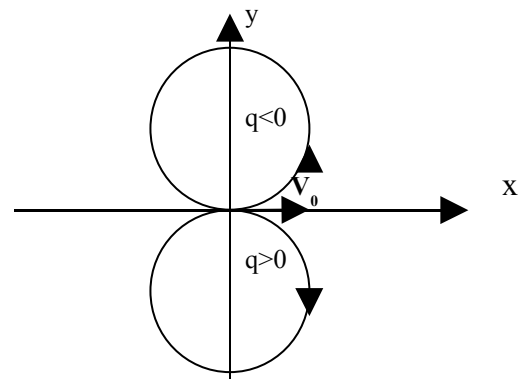
B.1. La particule a un mouvement circulaire de rayon $r = mv / qB$.

La quantité $\omega = qB/m$ représente la pulsation du mouvement de rotation.

Attention erreur d'énoncé : lire ω_{cp} au lieu de ω_{pe} .

On calcule $\omega_{ce} = 7,0 \cdot 10^6 \text{ rad.s}^{-1}$; $\omega_{cp} = 3,8 \cdot 10^3 \text{ rad.s}^{-1}$.

On remarque que $\omega_{ce} \gg \omega_{cp}$.



B.2. $\text{rot} \vec{B}_0 = \mu_0 \vec{J}_{\text{elec}} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \vec{0}$ Car \vec{B}_0 est uniforme.

Or $\vec{J}_{\text{elec}} = Ne \vec{V}_p - Ne \vec{V}_e$ d'où $\epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = Ne \vec{V}_e - Ne \vec{V}_p$

B.3. $m_p \frac{d\vec{v}_p}{dt} = e(\vec{E} + \vec{v}_p \wedge \vec{B}_0)$

Par dérivation : $m_p \frac{\partial^2 \vec{v}_p}{\partial t^2} = e \left(\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial t} (\vec{v}_p \wedge \vec{B}_0) \right)$

$\Rightarrow \frac{\partial^2 v_p}{\partial t^2} = \frac{e}{m_p} \frac{\partial E}{\partial t} - \omega_{cp}^2 v_p = \frac{Ne^2}{m_p} \underline{V}_e - \frac{Ne^2}{m_p} \underline{V}_p - \omega_{cp}^2 v_p = \omega_{pp}^2 (v_e - v_p) - \omega_{cp}^2 v_p$

On obtient de même à partir du PFD appliqué à un électron :

$\frac{\partial^2 v_e}{\partial t^2} = -\omega_{pe}^2 (v_e - v_p) - \omega_{ce}^2 v_e$

B.4. Les deux solutions sont positives ; la solution « + » correspond à ω_{UH} et la solution « - » à ω_{LH} ; ce sont les deux pulsations d'oscillation du plasma.

On calcule : $\omega_{UH} = 1,92 \cdot 10^7 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$; $\omega_{LH} = 1,53 \cdot 10^5 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$

B.5. On a ici $\vec{v}_p = \vec{0}$.

Le PFD appliqué à un électron s'écrit :

$m_e \frac{d\vec{v}_e}{dt} = -e(\vec{E} + \vec{v}_e \wedge \vec{B})$

$\Rightarrow m_e j\omega \vec{v}_e = -e(\vec{E} + \vec{v}_e \wedge \vec{B}_0)$

$m_e j\omega v_x = -e(E_x + v_y B_0)$ et $m_e j\omega v_y = -e(E_y - v_x B_0)$.

On en déduit les relations demandées et $\vec{J}_{\text{elec}} = -Ne \vec{V}_e$.

B.6. Curieuse question ; on demande de projeter une équation de dispersion ? Je pense qu'il s'agissait d'une équation de propagation...

L'équation de Maxwell-Faraday s'écrit ici : $\text{rot} \vec{E} = \frac{-\partial(\vec{B} + \vec{B}_0)}{\partial t} = \frac{-\partial \vec{B}}{\partial t}$ car B_0 est uniforme.

On forme grâce à cette dernière équation et à l'équation de Maxwell-Ampère l'équation de propagation de E :

$\Delta \vec{E} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} + \mu_0 \frac{\partial \vec{J}_{\text{elec}}}{\partial t}$

Si $\vec{J}_{\text{elec}} = \vec{0}$ on retrouve naturellement l'équation de propagation dans le vide.

En projetant cette équation et en utilisant les coordonnées de \vec{J}_{elec} trouvées à la question précédente, on obtient :

Sur Ox : $-k^2 \underline{E}_x = \frac{-\omega^2}{c^2} \underline{E}_x - \mu_0 Ne j\omega \frac{j\omega m_e \underline{E}_x - e^2 B_0 \underline{E}_y}{m_e^2 \omega^2 - e^2 B_0^2}$

Sur Oy :
$$-k^2 \underline{E}_y = \frac{-\omega^2}{c^2} \underline{E}_y - \mu_0 Ne j\omega \frac{j\omega e m_e \underline{E}_y + e^2 B_0 \underline{E}_x}{m_e^2 \omega^2 - e^2 B_0^2}$$

On obtient bien le système proposé avec :

$$\alpha = \frac{\omega^2}{c^2} - k^2 - \frac{\mu_0 Ne^2 \omega^2 m_e}{m_e^2 \omega^2 - e^2 B_0^2}; \quad \beta = \frac{\mu_0 \omega Ne^3 B_0}{m_e^2 \omega^2 - e^2 B_0^2}$$

B.7. Pour qu'il existe des solutions non nulles, on doit avoir $\alpha^2 - \beta^2 = 0$

On en déduit
$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - \frac{\mu_0 Ne^2 \omega}{m_e \omega \pm e B_0}$$

Si la propagation est possible ($k^2 > 0$) il existe deux solutions positives réelles pour k.

On a dans un cas $\underline{E}_x = j \underline{E}_y$; on calcule à l'aide du système de la question B5 :

$$\underline{J}_- = -j \frac{Ne^2}{m\omega - eB_0} \underline{E}$$

On a dans l'autre cas $\underline{E}_x = -j \underline{E}_y$; on calcule :

$$\underline{J}_+ = -j \frac{Ne^2}{m\omega + eB_0} \underline{E}$$

TROISIEME PARTIE : ELECTRONIQUE DE RECEPTION

A/ Modèles équivalents d'un condensateur réel

A1. Le condensateur se décharge dans l'association en parallèle de R_f et R_v , donc $\tau = R_{\text{éq}} C$ et $1/R_{\text{éq}} = C/\tau = 1/R_f + 1/R_v$ soit $1/R_f = C/\tau - 1/R_v = 10^{-6}/0,9 - 1/10 \cdot 10^6$, d'où $R_f \approx 1 M\Omega$.

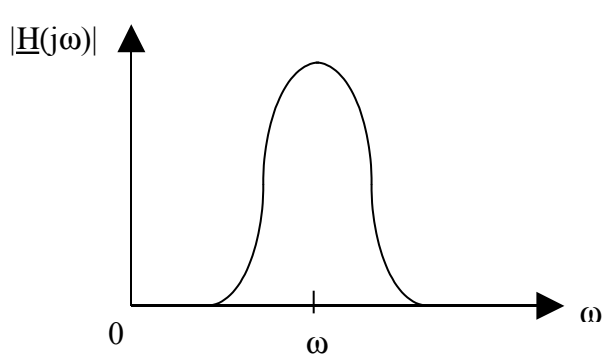
A2. Si on envisageait un modèle série, le condensateur se déchargerait dans $R_{\text{éq}} = R_f + R_v = \tau/C$, soit $R_f = \tau/C - R_v = 0,9/10^{-6} - 10 \cdot 10^6 < 0$, donc impossible.

B/ Etude d'un filtre simplifié

B1. On applique un diviseur de tension :

$$\underline{H} = \frac{s}{e} = \frac{Z_{\text{éq}}}{r + Z_{\text{éq}}} = \frac{1}{\frac{r}{Z_{\text{éq}}} + 1} = \frac{1}{r \left(\frac{1}{jL\omega} + jC\omega + \frac{1}{r} \right) + 1} = \frac{1}{2 + j \left(rC\omega - \frac{r}{L\omega} \right)} = \frac{1/2}{1 + j \left(\frac{rC\omega}{2} - \frac{r}{2L\omega} \right)}$$

Soit en identifiant avec la fonction de transfert proposée $H_0 = 1/2$, $Q/\omega_0 = rC/2$ et $Q\omega_0 = r/2L$, d'où



$$Q = \frac{r}{2} \sqrt{\frac{C}{L}} \quad \text{et} \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Il s'agit d'un filtre passe-bande.

$$AN : Q = \frac{10^6}{2} \sqrt{\frac{10^{-6}}{0,1}} = 1,6 \cdot 10^3$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{0,1 \cdot 10^{-6}}} = 3,2 \cdot 10^3 \text{ s}^{-1} \quad H_0 = 0,5.$$

B2. en $\omega = \omega_o$; $|\underline{H}(j\omega_o)| = \frac{H_o}{2\Delta\omega} \omega_o + s_1 = H_o$ d'où $s_1 = H_o \left(1 - \frac{\omega_o}{2\Delta\omega}\right)$
 $|\underline{H}(j\omega_o)| = -\frac{H_o}{2\Delta\omega} \omega_o + s_2 = H_o$ d'où $s_2 = H_o \left(1 + \frac{\omega_o}{2\Delta\omega}\right)$

B3. $\omega(t)$ varie de $\omega_{\text{Max}} = \Omega_o + \omega'$ lorsque $\cos\Omega t = 1$ à $\omega_{\text{min}} = -\Omega_o + \omega'$ lorsque $\cos\Omega t = -1$, on est donc toujours dans la situation où $\omega_o - 2\Delta\omega < \omega < \omega_o + 2\Delta\omega$ car $\Omega_o < \Delta\omega$.

D'où $|\underline{H}(j\omega_{\text{Max}})| =$
 $\frac{H_o}{2\Delta\omega} \omega_{\text{Max}} + H_o \left(1 - \frac{\omega_o}{2\Delta\omega}\right) = H_o \left(\frac{\Omega_o + \omega' - \omega_o}{2\Delta\omega} + 1\right) = H_o \left(\frac{\Omega_o + \omega_o - \Delta\omega - \omega_o}{2\Delta\omega} + 1\right) = \frac{H_o}{2} \left(1 + \frac{\Omega_o}{\Delta\omega}\right)$

Donc $S_{\text{Max}} = e_o \frac{H_o}{2} \left(1 + \frac{\Omega_o}{\Delta\omega}\right)$

De même $|\underline{H}(j\omega_{\text{Min}})| =$
 $\frac{H_o}{2\Delta\omega} \omega_{\text{Min}} + H_o \left(1 - \frac{\omega_o}{2\Delta\omega}\right) = H_o \left(\frac{-\Omega_o + \omega' - \omega_o}{2\Delta\omega} + 1\right) = H_o \left(\frac{-\Omega_o + \omega_o - \Delta\omega - \omega_o}{2\Delta\omega} + 1\right) = \frac{H_o}{2} \left(1 - \frac{\Omega_o}{\Delta\omega}\right)$

Donc $S_{\text{Min}} = e_o \frac{H_o}{2} \left(1 - \frac{\Omega_o}{\Delta\omega}\right)$.

$s(t)$ varie donc entre S_{Min} et S_{Max} et en faisant la différence entre les valeurs crête-à-crêtes on obtient $S_{\text{Max}} - S_{\text{Min}} = e_o \frac{H_o}{2} \frac{\Omega_o}{\Delta\omega}$, une grandeur proportionnelle à Ω_o pulsation du signal modulant, et connaissant e_o , H_o et $\Delta\omega$, on peut en déduire Ω_o .

C/ Etude d'un composant réel

C1. Pour le signal symétrique $a_o = E/2$

Pour le signal dissymétrique $a_o = \frac{1}{T_1} \left(\int_0^{\alpha T_1} E dt + \int_{T_1(1-\alpha)}^{T_1} E dt \right) = 2\alpha E$

C2. Comme $f = f_o + \epsilon f_o$, $\omega = \omega_o + \epsilon \omega_o$

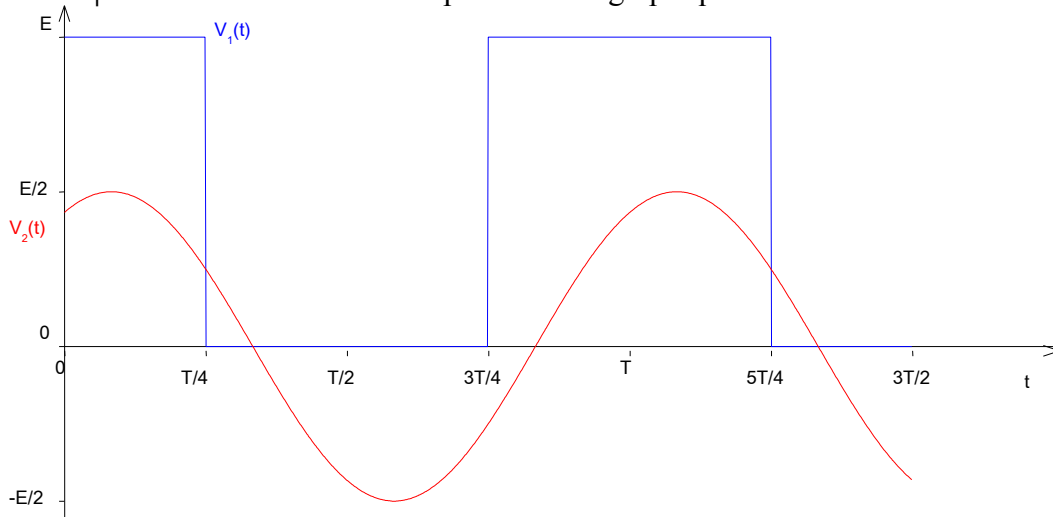
déterminons $\underline{H}(j\omega) = \frac{H_o}{1 + jQ \left(\frac{\omega_o + \epsilon \omega_o}{\omega_o} - \frac{\omega_o + \epsilon \omega_o}{\omega_o} \right)} = \frac{H_o}{1 + jQ(1 + \epsilon - (1 + \epsilon)^{-1})} = \frac{H_o}{1 + jQ2\epsilon}$

et $G = \log|\underline{H}(j\omega)| = \log|H_o| - \log|1 + 2jQ\epsilon| = \log|H_o| - \frac{1}{2} \log(1 + 4Q^2\epsilon^2)$, expression qui ne contient pas de terme en premier ordre en ϵQ , cqfd.

On prendra donc $G = \log|H_o|$ au premier ordre.

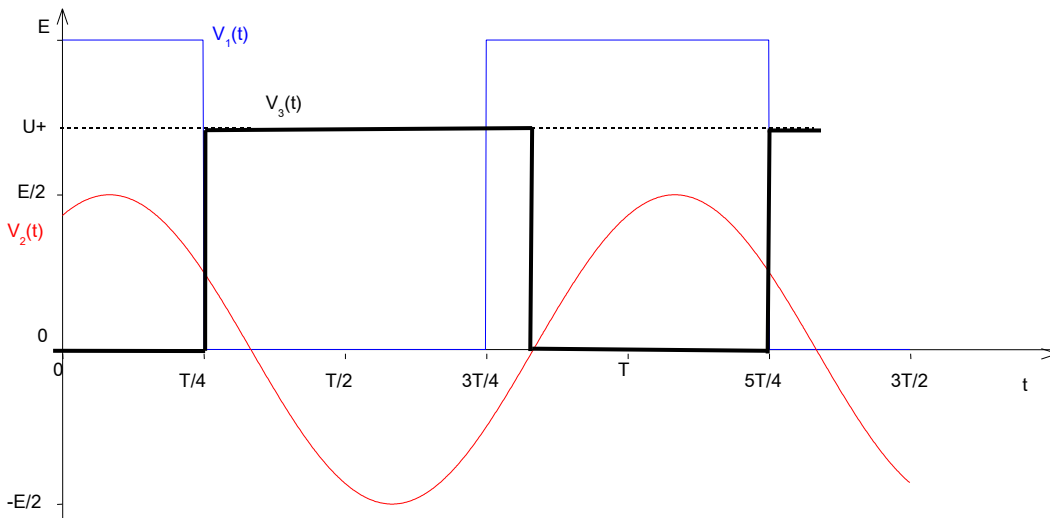
C3. $\tan\psi = \arg\underline{H}(j\omega) = -2Q\epsilon$ et comme ϵ est petit ψ l'est aussi donc $\tan\psi \approx \psi = -2Q\epsilon$.

C4. D'après le graphique $U_{\text{entrée}} = E \cos(2\pi t/T_0)$ donc $V_2(t) = H_0 E \cos(2\pi t/T_0 + \psi)$ avec $H_0 = 1/2$ et $-\pi/2 < \psi < 0$. On obtient donc la représentation graphique ci-dessous :



t	$0 \rightarrow \frac{T}{4}$	$\frac{T}{4} \rightarrow \frac{T}{4} - \frac{\psi T}{2\pi}$	$\frac{T}{4} - \frac{\psi T}{2\pi} \rightarrow \frac{3T}{4}$	$\frac{3T}{4} \rightarrow \frac{3T}{4} - \frac{\psi T}{2\pi}$	$\frac{3T}{4} - \frac{\psi T}{2\pi} \rightarrow T$
$V_1(t)$	+	0	0	+	+
	K_1 fermé	K_1 ouvert	K_1 ouvert	K_1 fermé	K_1 fermé
sgn $V_2(t)$	+	+	-	-	+
	K_2 fermé	K_2 fermé	K_2 ouvert	K_2 ouvert	K_2 fermé
$V_3(t)$	0	U_+	U_+	U_+	0

C5.



$$\text{D'après C1 } \langle V_3(t) \rangle = \left(\frac{3T}{4} - \frac{\psi T}{2\pi} - \frac{T}{4} \right) \frac{U_+}{T} = \left(1 - \frac{\psi}{\pi} \right) \frac{U_+}{2} = \left(1 + \frac{2Q\varepsilon}{\pi} \right) \frac{U_+}{2},$$

Les variations de $v_3(t)$ sont une fonction linéaire de ε qui est la variation de fréquence. On a donc bien démodulé le signal.

