EPL - SESSION 2003
ÉNONCÉ

Questions liées.

[1,2,3,4] [5,6,7,8,9,10,11,12] [13,14,15,16,17] [18,19,20,21,22,23,24] [25,26,27,28,29,30]

1. Un "pont d'impédance" est alimenté en régime sinusoïdal par un générateur de tension de force électromotrice $e(t) = E\cos(\omega t)$ et d'impédance interne négligeable (figure 1).
La branche CD a une impédance négligeable. R est une résistance et n un nombre entier.

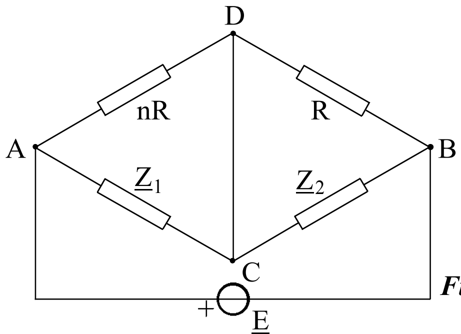


Fig.1

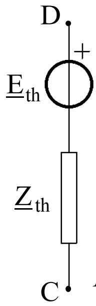


Fig.2

Calculer la force électromotrice $\underline{E}_{th}$ du générateur de Thévenin équivalent au dipôle de bornes C et D, obtenu en enlevant la branche CD, en fonction de n, des impédances complexes $\underline{Z}_1$ et $\underline{Z}_2$ et de l'amplitude complexe $\underline{E}$ de e(t) (figure 2).

a) $\underline{E}_{th} = \dfrac{\underline{Z}_1 - (n+1)\,\underline{Z}_2}{n\left(\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2\right)}\underline{E}$ b) $\underline{E}_{th} = \dfrac{\underline{Z}_1 - n\,\underline{Z}_2}{(n+1)\left(\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2\right)}\underline{E}$

c) $\underline{E}_{th} = \dfrac{\underline{Z}_2 - n\,\underline{Z}_1}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}\underline{E}$ d) $\underline{E}_{th} = \dfrac{\underline{Z}_2 - (n+1)\,\underline{Z}_1}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}\underline{E}$

2. Calculer l'impédance interne $\underline{Z}_{th}$ du générateur de Thévenin en fonction de $\underline{Z}_1$, $\underline{Z}_2$, R et n.

a) $\underline{Z}_{th} = \dfrac{nR}{n+1} + \dfrac{\underline{Z}_1\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}$ b) $\underline{Z}_{th} = R + n\dfrac{\underline{Z}_1\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}$

c) $\underline{Z}_{th} = (n+1)R + 2\dfrac{\underline{Z}_1\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}$ d) $\underline{Z}_{th} = \dfrac{n+1}{n}R - \dfrac{\underline{Z}_1\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}$

3. La branche AC est constituée par un condensateur de capacité C_1 en série avec une résistance R_1.
La branche BC est constituée par un condensateur de capacité C_2 en parallèle avec une résistance R_2.
Déterminer la valeur ω_0 de la pulsation ω et la relation qui lie les rapports R_1/R_2, C_1/C_2 à n lorsque le pont (figure 1) est en équilibre (*c'est-à-dire lorsque le courant est nul dans le branche CD*).

a) $\omega_0^2 = \dfrac{1}{n\,R_1R_2C_1C_2}$ b) $\omega_0^2 = \dfrac{1}{R_1R_2C_1C_2}$

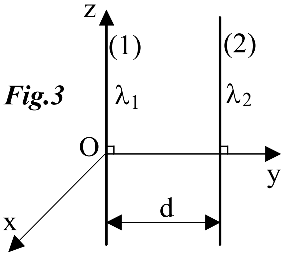
c) $\dfrac{R_1}{R_2} + \dfrac{C_2}{C_1} = n$ d) $\dfrac{R_1}{R_2} + \dfrac{C_1}{C_2} = n$

4. On a $C_2 = 2C_1 = 0{,}1\ \mu F$, $R_1 = 500\ \Omega$ et $n = 4$.
Calculer la fréquence N_0 à l'équilibre du pont, exprimée en kHz.
a) $N_0 = 12{,}74$ kHz b) $N_0 = 120$ kHz c) $N_0 = 60$ kHz d) $N_0 = 6{,}37$ kHz

Nota. L'équilibrage du pont permet donc la mesure de la fréquence correspondante. Le dispositif est utilisé comme fréquencemètre.

5. Un fil rigide très fin et illimité (1) est disposé dans le vide selon l'axe Oz du repère $\mathcal{R}$: (O,$\mathbf{u}_x$,$\mathbf{u}_y$,$\mathbf{u}_z$). Il est chargé uniformément avec la densité linéique $\lambda_1 > 0$. Établir l'expression du champ électrostatique $\mathbf{E}$(M) créé en un point M situé à la distance ρ du fil. La base cylindro-polaire de M est $\mathbf{u}_\rho$, $\mathbf{u}_\varphi$, $\mathbf{u}_z$.

Fig.3



a) $\mathbf{E}(M) = \dfrac{\lambda_1}{4\pi\varepsilon_0}\rho\,\mathbf{u}_\rho$ b) $\mathbf{E}(M) = \dfrac{\lambda_1}{2\pi\varepsilon_0}\dfrac{1}{\rho}\mathbf{u}_\rho$

c) $\mathbf{E}(M) = \dfrac{\lambda_1}{\pi\varepsilon_0}\dfrac{1}{\rho}\mathbf{u}_\varphi$ d) $\mathbf{E}(M) = \dfrac{\lambda_1}{4\pi\varepsilon_0}\rho^2\,\mathbf{u}_\varphi$

6. Un fil illimité (2) comme le fil (1) est chargé uniformément avec la densité linéique $\lambda_2 > 0$. Il est disposé dans le plan yOz parallèlement à l'axe Oz et à la distance d de celui-ci, comme l'indique la figure 3. Calculer la résultante $\mathbf{f}_e$ des forces qu'exercent les charges les charges du fil (1) sur l'unité de longueur du fil (2).

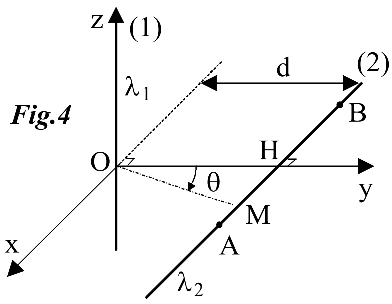
a) $\mathbf{f}_e = \dfrac{\lambda_1\lambda_2}{4\pi\varepsilon_0} d\,\mathbf{u}_y$ b) $\mathbf{f}_e = \dfrac{\lambda_1\lambda_2}{4\pi\varepsilon_0}\ln d\,\mathbf{u}_y$

c) $\mathbf{f}_e = \dfrac{\lambda_1\lambda_2}{2\pi\varepsilon_0}\dfrac{1}{d}\mathbf{u}_y$ d) $\mathbf{f}_e = \dfrac{\lambda_1\lambda_2}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{1}{d}\mathbf{u}_x$

7. Le fil (2) est maintenant disposé perpendiculairement au fil (1), dans le plan xOy, parallèlement à Ox, à la distance d de celui-ci, comme l'indique la figure 4. Calculer la résultante $\mathbf{F'}_e$ des forces qu'exercent les charges du fil (1) sur le segment AB du fil (2). A et B sont symétriques par rapport à l'axe Oy et situés à la distance h/2 de celui-ci.

Si M est le point courant de AB, il est commode d'utiliser la variable $\theta = (\mathbf{u}_y, \mathbf{AB})$.

Fig.4



a) $\mathbf{F'}_e = \dfrac{\lambda_1\lambda_2}{\pi\varepsilon_0}\dfrac{h}{d}\mathbf{u}_z$

b) $\mathbf{F'}_e = -\dfrac{\lambda_1\lambda_2}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{h}{\sqrt{h^2+d^2}}\mathbf{u}_x$

c) $\mathbf{F'}_e = \dfrac{\lambda_1\lambda_2}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{h}{d}\mathbf{u}_y$

d) $\mathbf{F'}_e = \dfrac{\lambda_1\lambda_2}{\pi\varepsilon_0}\arctan\left(\dfrac{h}{2d}\right)\mathbf{u}_y$

8. En déduire la résultante $\mathbf{F''}_e$ des forces qu'exercent les charges du fil (1) sur le fil (2) illimité. Dans les deux cas envisagés - questions 6 et 7 - les fils chargés s'attirent-ils ou se repoussent-ils ?

a) $\mathbf{F''}_e \to \infty$ b) $\mathbf{F''}_e = \dfrac{\lambda_1\lambda_2}{2\varepsilon_0}\mathbf{u}_y$

c) Il y a attraction. d) Il y a répulsion.

9. Dans ce qui suit, les fils (1) et (2) ne sont plus maintenant chargés mais parcourus par des courants continus d'intensités respectives I_1 et I_2.

Le courant dans le fil (1) circule dans le sens des z > 0. Établir l'expression du champ magnétique $\mathbf{B}$(M) créé en un point M situé à la distance ρ du fil.

a) $\mathbf{B}(M) = \dfrac{\mu_0 I_1}{2\pi}\dfrac{1}{\rho}\mathbf{u}_\varphi$ b) $\mathbf{B}(M) = \dfrac{\mu_0 I_1}{2\pi}\rho\,\mathbf{u}_\varphi$

c) $\mathbf{B}(M) = \dfrac{\mu_0 I_1}{2\pi}\dfrac{1}{\rho}\mathbf{u}_\rho$ d) $\mathbf{B}(M) = \dfrac{\mu_0 I_1}{2\pi}\rho\,\mathbf{u}_\rho$

10. Calculer la résultante $\mathbf{f}_m$ des forces qu'exerce le courant du fil (1) sur l'unité de longueur du fil (2), lorsque les deux fils sont disposés parallèlement comme sur la figure 3 et que les deux courants circulent dans le même sens.

a) $\mathbf{f}_m = -\dfrac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi}\dfrac{1}{d}\mathbf{u}_y$ b) $\mathbf{f}_m = \mathbf{0}$

c) $\mathbf{f}_m = -2\dfrac{\mu_0 I_1 I_2}{\pi}\dfrac{1}{d}\mathbf{u}_y$ d) $\mathbf{f}_m = -\dfrac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi}\ln d\,\mathbf{u}_x$

11. Calculer la résultante $\mathbf{F'}_m$ des forces qu'exerce le courant du fil (1) sur une longueur AB = h du fil (2) lorsque les deux fils sont disposés perpendiculairement comme sur la figure 4 et que le courant dans le fil (2) circule dans le sens des x > 0.

a) $\mathbf{F'}_m = -\dfrac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi}\dfrac{1}{\sqrt{h^2+d^2}}\mathbf{u}_y$ b) $\mathbf{F'}_m = \mathbf{0}$

c) $\mathbf{F'}_m = -\dfrac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi}\dfrac{h}{d^2}\mathbf{u}_z$ d) $\mathbf{F'}_m = -\dfrac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi}\dfrac{1}{d}\arcsin\left(\dfrac{h}{d}\right)\mathbf{u}_z$

12. En déduire la résultante $\mathbf{F''}_m$ des forces qu'exerce le courant du fil (1) sur le fil (2) illimité.
Quand au total les forces magnétiques ne sont pas nulles, les fils (1) et (2) s'attirent-ils ou se repoussent-ils lorsqu'ils sont parcourus par les courants ?

a) $\mathbf{F''}_m \to \infty$ b) $\mathbf{F''}_m = \mathbf{0}$

c) Il y a attraction. d) Il y a répulsion.

13. Un amplificateur opérationnel idéal fonctionne en régime sinusoïdal avec le montage représenté sur la figure 5.

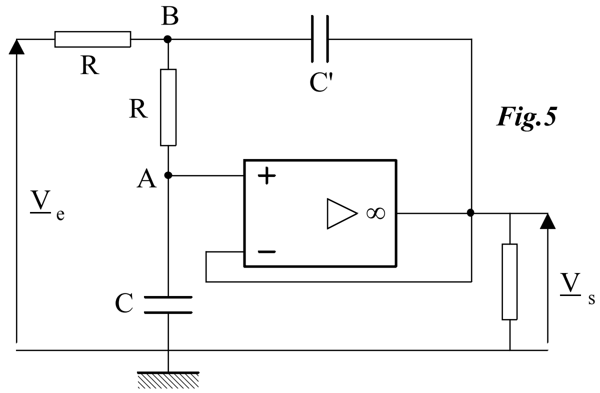


Fig.5

Établir l'expression de la transmittance $\underline{T}(j\omega) = \dfrac{\underline{V}_s}{\underline{V}_e}$ en fonction de la pulsation ω et des caractéristiques du circuit.

a) $\underline{T}(j\omega) = \dfrac{1}{1 + R^2CC'\omega^2 + jCR\omega}$ b) $\underline{T}(j\omega) = \dfrac{1}{1 + R^2C^2\omega^2 - jC'R\omega}$

c) $\underline{T}(j\omega) = \dfrac{1}{1 - R^2CC'\omega^2 + 2jCR\omega}$ d) $\underline{T}(j\omega) = \dfrac{1}{1 - R^2C^2\omega^2 - 2jC'R\omega}$

14. Déterminer la relation entre les capacités C et C' pour que $\left|\underline{T}(j\omega)\right| = \dfrac{1}{\sqrt{1+\left(\dfrac{\omega}{\omega_0}\right)^4}}$.

Donner l'expression de ω_0.

a) 2C' = C b) C' = 2C

c) $\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{2}RC}$ d) $\omega_0 = \dfrac{1}{2RC}$

15. Sachant que C = 0,1 μF et R = 1 kΩ, calculer les valeurs numériques de C' et de la fréquence N_0, exprimée en kHz, correspondant à la pulsation ω_0.

a) C' = 0,05 μF b) C' = 0,2 μF

c) $N_0 = 3{,}4$ kHz

d) $N_0 = 1{,}13$ kHz

16. Donner alors les équations des asymptotes de la fonction $G(dB) = 20\log|\underline{T}|$ en fonction de $\log\omega$ (plan de Bode) aux basses et aux hautes fréquences.

a) basses fréquences : G(dB) = 0

b) basses fréquences : $G(dB) = 20(\log\omega - \log\omega_0)$

c) hautes fréquences : $G(dB) = 20(\log\omega_0 - \log\omega)$

d) hautes fréquences : $G(dB) = 40(\log\omega_0 - \log\omega)$

17. Indiquer le type de filtre que constitue le circuit et l'expression de la pulsation de coupure ω_c à −3 dB.

a) filtre passe-bas

b) filtre passe- bande

c) $\omega_c = \omega_0$

d) $\omega_c = \omega_0/2$

18. Une barre rectiligne AB de longueur 2b se déplace dans le référentiel $\mathcal{R}$: $(O,\mathbf{u}_x,\mathbf{u}_y,\mathbf{u}_z)$ de telle sorte que (figures 6 et 7) :

♦ son extrémité A se trouve sur le demi-axe positif Oz ;

♦ son extrémité B décrit le demi-cercle du plan xOy de centre I (0,b,0) et de rayon b, à la vitesse angulaire ω constante et positive.

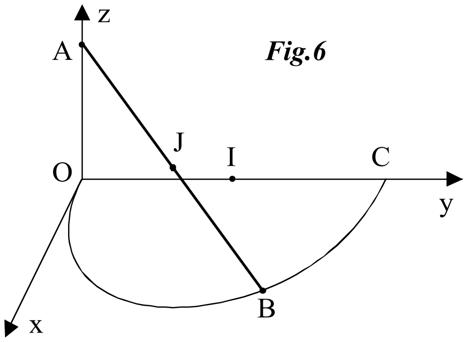


Fig.6

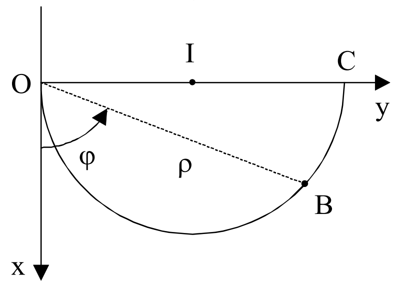


Fig.7

A l'instant t = 0, B se trouve en O.

L'exercice ne nécessite aucune connaissance de mécanique du solide.

Déterminer la durée T du mouvement.

a) $T = \dfrac{\pi}{\omega}$

b) $T = \dfrac{2\pi}{\omega}$

c) $T = \dfrac{\pi}{2\omega}$

d) $T = \dfrac{\pi}{4\omega}$

19. Établir les expressions en fonction du temps des coordonnées polaires ρ et φ de B (figure 7).

a) $\rho = 2b\sin\left(\dfrac{\omega t}{2}\right)$

b) $\rho = 2b\cos(\omega t)$

c) $\varphi = \omega t$

d) $\varphi = \dfrac{\omega t}{2}$

20. Déterminer l'angle α = (**AO**,**AB**) et décrire le mouvement de la barre.

a) $\alpha = \omega t$

b) $\alpha = \dfrac{\omega t}{2}$

c) la barre en appui sur l'axe Oz à l'instant initial se retrouve sur l'axe Oy à la fin du mouvement

d) la barre en appui sur l'axe Oz à l'instant initial se retrouve à la fin du mouvement en appui sur l'axe Oz

21. Calculer les coordonnées cartésiennes X, Y et Z du milieu J de la barre.

a) $X = \dfrac{b}{2}\sin(\omega t)$, $Y = \dfrac{b}{2}[1-\cos(\omega t)]$, $Z = b\sin\left(\dfrac{\omega t}{2}\right)$

b) $X = \dfrac{b}{2}\sin\left(\dfrac{\omega t}{2}\right)$, $Y = \dfrac{b}{2}\cos\left(\dfrac{\omega t}{2}\right)$, $Z = b\cos\left(\dfrac{\omega t}{2}\right)$

c) $X = b\cos(\omega t)$, $Y = b\sin(\omega t)$, $Z = \dfrac{b}{2}\sin\left(\dfrac{\omega t}{2}\right)$

d) $X = b\cos\left(\frac{\omega t}{2}\right)$, $Y = b\sin\left(\frac{\omega t}{2}\right)$, $Z = \frac{b}{2}\sin\left(\frac{\omega t}{2}\right)$

22. La trajectoire de J peut être considérée comme l'intersection d'une sphère de centre O et d'un cylindre de révolution de génératrices parallèles à Oz. Préciser les caractéristiques de ces deux surfaces.
a) sphère : rayon 2b
b) sphère : rayon b
c) cylindre dont l'axe passe par le point de coordonnées $\left(0, \frac{b}{2}, 0\right)$ et de rayon $\frac{b}{2}$
d) cylindre dont l'axe passe par le point I et de rayon b

23. Déterminer la valeur moyenne $\langle v^2 \rangle$ du carré de la vitesse v de J, calculée sur la durée T du mouvement.
a) $\langle v^2 \rangle = \frac{b^2\omega^2}{4}$
b) $\langle v^2 \rangle = \frac{b^2\omega^2}{2}$
c) $\langle v^2 \rangle = \frac{3b^2\omega^2}{2}$
d) $\langle v^2 \rangle = \frac{3b^2\omega^2}{8}$

24. Indiquer la nature du mouvement de J.
a) accéléré
b) décéléré
c) uniforme
d) accéléré puis décéléré

25. Une lentille mince convergente L_1 a pour centre O_1, foyer objet F_1, foyer image F'_1 et distance focale image f'_1.
Deux autres lentilles minces convergentes L_2 et L_3 possèdent les caractéristiques notées respectivement :
- pour L_2 : O_2, F_2, F'_2 et f'_2
- pour L_3 : O_3, F_3, F'_3 et f'_3

Les trois lentilles possèdent le même axe.

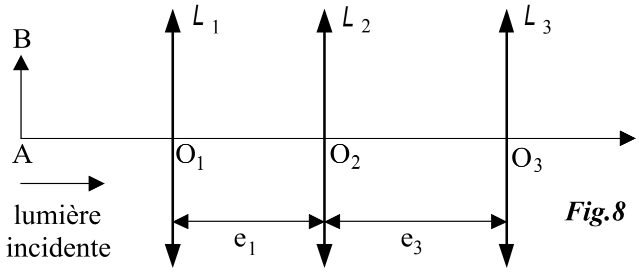


Fig.8

Les distances qui séparent L_1 de L_2 et L_2 de L_3 sont respectivement e_1 et e_3 (figure 8). Établir la condition pour que le système soit afocal.
a) $\frac{1}{e_1 + f'_1} - \frac{1}{e_3 + f'_3} = \frac{1}{f'_2}$
b) $\frac{1}{e_1 - f'_1} + \frac{1}{e_3 - f'_3} = \frac{1}{f'_2}$
c) $f'_1 + f'_2 = e_1 + e_3$
d) $(e_1 - f'_1)(e_3 - f'_3) = f'^2_2$

26. **Dans toute la suite**, on suppose que le foyer F'_1 se trouve en O_2. Comment faut-il choisir e_3 pour que le système des trois lentilles soit afocal ?
a) $e_3 = f'_3$
b) $e_3 = f'_2$
c) $e_3 = f'_1$
d) $e_3 = \frac{f'_1 + f'_3}{2}$

27. Sachant que f'_1 = 4 cm et f'_3 = 3 cm, calculer les grandissements tranversal γ et angulaire G du système.
a) $\gamma = -3/4$
b) $\gamma = -1/2$
c) $G = -2$
d) $G = -4/3$

28. Avec les mêmes valeurs des distances focales f'_1 et f'_3, établir la relation de conjugaison entre l'abscisse $x = \overline{F_1A}$ d'un objet AB et l'abscisse $x' = \overline{F'_3A'}$ de son image A'B' exprimées en centimètres.

a) $x' = \frac{3}{4}\left(f'_2\ x + 4\right)$ b) $x' = 2\left(x - 2f'_2\right)$

c) $x' = \frac{4}{3}\left(x - 3f'_2\right)$ d) $x' = \frac{9}{16f'_2}\left(f'_2\ x - 16\right)$

29. On veut que l'image de O_1 soit F'_3. Quelle valeur de f'_2 faut-il adopter pour qu'il en soit ainsi ?

a) $f'_2 = 2$ cm b) $f'_2 = 3$ cm c) $f'_2 = 4$ cm d) $f'_2 = 6$ cm

30. Déterminer dans ces conditions les grandissements transversaux γ_1, γ_2 et γ_3 des trois lentilles.

a) $\gamma_1 = -\frac{4}{x}$, $\gamma_2 = x - 8$, $\gamma_3 = \frac{x}{8}(x-8)$ b) $\gamma_1 = \frac{4}{x}$, $\gamma_2 = \frac{x}{x-4}$, $\gamma_3 = -\frac{3}{16}(x-4)$

c) $\gamma_1 = \frac{2}{x}$, $\gamma_2 = x - 6$, $\gamma_3 = -\frac{3x}{8(x-6)}$ d) $\gamma_1 = \frac{3}{2x+4}$, $\gamma_2 = \frac{x}{4}$, $\gamma_3 = -\frac{2x+4}{x}$