ICNA - SESSION 2000
ÉPREUVE COMMUNE DE PHYSIQUE
ÉNONCÉ

Questions faisant partie d'un même exercice.

[1,2,3,4,5,6,7,8,9] [10,11,12,13,14] [15,16,17,18] [19,20,21,22,23,24,25,26,27,28] [29,30,31,32,33] [34,35,36,37,38,39,40]

Dans le plan horizontal xOy d'un référentiel galiléen $\mathcal{R}$, un mobile modélisé par un point matériel P de masse m est astreint à se déplacer sur le cercle de centre O et de rayon b (*figure 1*). L'équation horaire du mouvement est : $s = \overset{\frown}{AP} = b\ln(1+\omega t)$ où ω est une constante positive, A est un point du cercle situé sur le demi-axe positif Ox et $t \in [0,+\infty[$ est le temps.

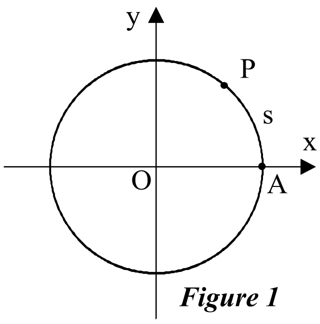


Figure 1

1. Calculer la vitesse v de P à la date t en fonction de la seule variable s. En déduire la vitesse initiale $v_0 = v(t=0)$.

a) $v = \dfrac{2b\omega}{1+s/b}$ b) $v = b\omega\exp\left(-\dfrac{s}{b}\right)$

c) $v_0 = 2b\omega$ d) $v_0 = b\omega$

2. Calculer en fonction de s et des seuls paramètres b et v_0 les composantes tangentielle a_T et normale a_N du vecteur accélération de P par rapport à $\mathcal{R}$ exprimées dans la base de Frenet.

a) $a_T = -\dfrac{v_0^2}{b}\exp\left(-\dfrac{2s}{b}\right)$ b) $a_T = -\dfrac{v_0^2}{b}\dfrac{1}{(1+s/b)^2}$

c) $a_N = \dfrac{v_0^2}{b}\dfrac{1}{(1+s/b)^2}$ d) $a_N = \dfrac{v_0^2}{b}\exp\left(-\dfrac{2s}{b}\right)$

3. Indiquer si le mouvement est :

a) uniformément décéléré b) uniformément accéléré

c) accéléré d) décéléré

4. L'hodographe du mouvement de pôle O est l'ensemble des points N tels que $\mathbf{ON} = \mathbf{v}(P/\mathcal{R})$, si $\mathbf{v}(P/\mathcal{R})$ est le vecteur vitesse de P par rapport à $\mathcal{R}$. Soient r et θ les coordonnées polaires de N. Déterminer l'équation polaire de l'hodographe ; identifier celui-ci.

a) $r = v_0\exp\left(\dfrac{\pi}{2}-\theta\right)$ b) $r = v_0\sin\theta$

c) spirale logarithmique d) cercle centré sur l'axe Oy

5. Donner l'expression, en fonction de v, de $\|\mathbf{F}\| = F$, si **F** est la résultante des forces appliquées à P.

a) $F = \dfrac{mv^2}{b\sqrt{2}}$ b) $F = \dfrac{mv^2\sqrt{2}}{b}$ c) $F = \dfrac{mv^2}{2b}\exp\left(-\dfrac{v}{v_0}\right)$ d) $F = \dfrac{mv^2}{2b}\ln\left(1+\dfrac{v}{v_0}\right)$

6. Calculer en radian l'angle $\alpha = (\mathbf{F},\mathbf{v}(P/\mathcal{R}))$.

a) $\alpha = \dfrac{\pi}{2}$ b) $\alpha = \dfrac{\pi}{4}$ c) $\alpha = -\dfrac{3\pi}{4}$ d) $\alpha = -\dfrac{2\pi}{3}$

7. Dans ces conditions, indiquer le type de force auquel s'apparente le plus **F**.

a) élastique b) gravitationnelle c) frottement sec d) frottement visqueux

8. Calculer en fonction de s et des paramètres b et v_0 le travail W de **F** pendant l'intervalle de temps [0,t].

a) $W = -\frac{1}{2} m v_0^2 \left(1 - \exp\left(-\frac{2s}{b}\right)\right)$ b) $W = m v_0^2 \ln\left(1 + \frac{s}{b}\right)$

c) $W = m v_0^2 \dfrac{1 - \exp\left(-\frac{2s}{b}\right)}{1 + \exp\left(-\frac{2s}{b}\right)}$ d) $W = \frac{1}{2} m v_0^2 \left(1 + \exp\left(-\frac{s}{b}\right)\right)$

9. En déduire le travail total W_T de **F** au cours du mouvement.

a) $W_T = \frac{1}{2} m v_0^2$ b) $W_T = -\frac{1}{2} m v_0^2$ c) $W_T \to \infty$ d) $W_T = m v_0^2$

10. Un fil rectiligne "infini", de direction Oz, porte des charges électrostatiques positives réparties uniformément avec une densité linéique λ (*figure 2*).
Déterminer le vecteur champ électrostatique **E**(P) créé en tout point P situé à la distance HP = ρ du fil. Les vecteurs de la base polaire de P sont $\mathbf{e}_\rho$ et $\mathbf{e}_\varphi$.

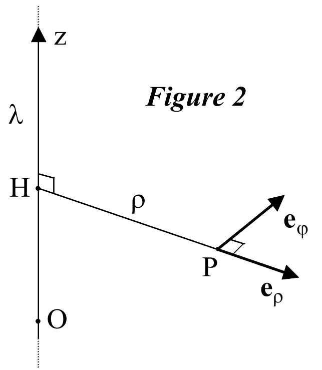


Figure 2

a) $\mathbf{E}(P) = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 \rho} \mathbf{e}_\rho$ b) $\mathbf{E}(P) = \dfrac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 \rho} \mathbf{e}_\rho$

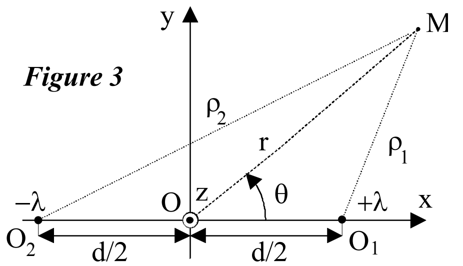
c) $\mathbf{E}(P) = \dfrac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 \rho} \mathbf{e}_\varphi$ d) $\mathbf{E}(P) = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \ln\rho\, \mathbf{e}_\varphi$

11. En déduire, à une constante près, le potentiel V(P) créé en P par le fil.

a) $V(P) = -\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \ln\rho + Cte$ b) $V(P) = \dfrac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 \rho^2} + Cte$

c) $V(P) = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \rho(\ln\rho - 1) + Cte$ d) $V(P) = \dfrac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0} \ln\rho + Cte$

12. Deux fils rectilignes "infinis" L_1 et L_2, distants de d et parallèle à l'axe Oz portent des charges réparties uniformément avec les densités linéiques λ et – λ.
Le plan perpendiculaire aux deux fils passant par O est repéré par les axes Ox et Oy. O est le milieu du segment O_1O_2, O_1 et O_2 étant les traces respectivement dans ce plan des fils L_1 et L_2 (*figure 3*).
On rapproche les deux fils, de telle sorte qu'au cours de l'opération, le produit λd reste constant et égal à p, avec OM = r >> d. Établir dans ces conditions une expression approchée du potentiel V(M) créé par les deux fils au point M du plan situé aux distances ρ_2 de O_2 et ρ_1 de O_1. Exprimer V(M) en fonction des coordonnées polaires r et θ de M. On prend V(O) = 0.

Figure 3


a) $V(M) = \dfrac{p}{4\pi\varepsilon_0} \dfrac{\cos^2\theta}{r}$ b) $V(M) = \dfrac{p}{2\pi\varepsilon_0} \dfrac{\sin\theta}{r}$

c) $V(M) = \dfrac{p}{2\pi\varepsilon_0} \dfrac{\cos\theta}{r}$ d) $V(M) = \dfrac{p}{4\pi\varepsilon_0} \dfrac{\sin\theta}{r}$

13. Indiquer la nature des traces, dans le plan xOy, des surfaces équipotentielles autres que V = 0.

a) droites parallèles à l'axe Ox b) droites parallèles à l'axe Oy
c) cercles centrés sur l'axe Ox d) cercles centrés sur l'axe Oy

14. Soit **E**(M) le vecteur champ électrostatique qui dérive du potentiel V(M). Indiquer la nature des lignes ||**E**(M)|| = Cte et déterminer l'angle $\alpha = (\mathbf{Ox},\mathbf{E}(M))$.

a) ellipses dont l'un des foyers est O
b) cercles centrés en O
c) $\alpha = \frac{3\theta}{2}$
d) $\alpha = 2\theta$

Le circuit de la figure 4 est alimenté entre ses bornes d'entrée A et B par un générateur qui délivre à l'instant t la tension $u_e(t)$. Cette tension, sinusoïdale, a pour amplitude complexe $\underline{U}_e$ et pour pulsation ω.
En sortie, entre les bornes A_1 et B_1, est placé un dipôle D d'impédance complexe $\underline{Z}$.

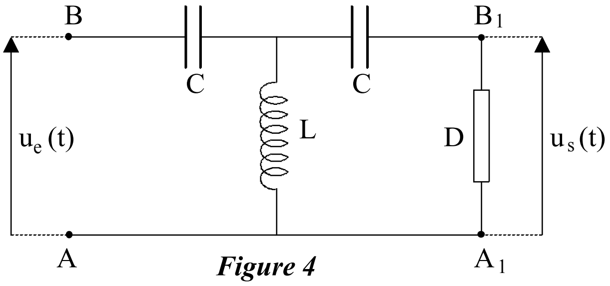


Figure 4

15. Calculer en fonction de L, C, ω et $\underline{Z}$ l'impédance complexe $\underline{Z}_e$ du circuit vu entre les bornes A et B (*impédance d'entrée*).

a) $\underline{Z}_e = \dfrac{LC\omega^2 + j(1 - LC\omega^2)}{C\omega(2LC\omega^2 - 1 - 2j\underline{Z}C\omega)}$
b) $\underline{Z}_e = \dfrac{L\omega[1 + j(1 - LC\omega^2)] - j\underline{Z}^2C\omega}{1 - LC\omega^2 - j\underline{Z}C\omega}$
c) $\underline{Z}_e = \dfrac{(1 - LC\omega^2)\underline{Z}^2 + jL^2\omega^2(1 - 2LC\omega^2)}{\underline{Z}(1 - LC\omega^2 + 2j\underline{Z}C\omega)}$
d) $\underline{Z}_e = \dfrac{\underline{Z}C\omega(1 - LC\omega^2) + j(2LC\omega^2 - 1)}{C\omega(1 - LC\omega^2 + j\underline{Z}C\omega)}$

16. En déduire la valeur de $\underline{Z}$ pour laquelle $\underline{Z}_e = \underline{Z}$ (*appelée alors impédance itérative*).

a) $\underline{Z} = L\omega\left(j + \dfrac{1}{1 - LC\omega^2}\right)$
b) $\underline{Z}^2 = 2\dfrac{L}{C} - \dfrac{1}{C^2\omega^2}$
c) $\underline{Z} = -\dfrac{j}{C\omega} + \dfrac{2L\omega}{\sqrt{2LC\omega^2 - 1}}$
d) $\underline{Z}^2 = \dfrac{L^2\omega^2}{LC\omega^2 - 1}$

17. Compte tenu du résultat de la question précédente, indiquer le domaine des pulsations pour lesquelles $\underline{Z}$ a un comportement résistif, quelle que soit la pulsation.
On donne L = 1 mH et C = 0,2 μF.
Dans toutes les questions suivantes, on prend comme valeur de $\underline{Z}$ celle qui correspond à l'expression de la question précédente pour les très hautes fréquences $(\omega \to \infty)$. Donner la valeur numérique de la résistance R ainsi obtenue.

a) $\omega > 5.10^4\,\text{rad.s}^{-1}$
b) $\omega > 10^8\,\text{rad.s}^{-1}$
c) $\underline{Z} = R = 100\Omega$
d) $\underline{Z} = R = 2000\Omega$

18. Examiner le comportement du circuit pour ω = 0 et $\omega \to \infty$. Indiquer dans ces conditions si le circuit constitue un filtre :

a) passe haut
b) passe bas
c) passe tout
d) passe bande

Une onde progressive plane monochromatique, de longueur d'onde $\lambda = 6.10^{-7}$ m, se propage dans le vide. A tout instant t, son vecteur champ électrique complexe $\underline{\mathbf{E}}$ au point P(x,y,z) a pour composantes cartésiennes $\underline{E}_x$, $\underline{E}_y$, $\underline{E}_z$, avec :

$$\underline{E}_z = 0 \quad , \quad \underline{E}_x = E_0 \exp(j\Phi) \text{ où } \Phi = \frac{k}{3}(2x + 2y + z) - \omega t$$

L'amplitude E_0 vaut 10^{-4} V.m^{-1}, k et ω sont deux scalaires réels positifs.

c désigne la célérité de la lumière dans le vide ($c = 3.10^8$ m.s^{-1}) et ε_0 la permittivité diélectrique du vide $\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9.10^9 \text{ SI}\right)$.

On rappelle que 1 eV (électron-volt) vaut $1{,}6.10^{-19}$ J.

19. Calculer la fréquence N de l'onde.
a) $N = 10^{21}$ Hz b) $N = 3.10^{17}$ Hz c) $N = 3.10^{14}$ Hz d) $N = 2.10^{7}$ Hz

20. Cette fréquence appartient-elle au domaine
a) des fréquences industrielles ? b) des fréquences radioélectriques ?
c) des fréquences optiques ? d) des fréquences de rayonnement gamma ?

21. Calculer la valeur numérique de k.
a) $k = 1{,}047.10^7$ m^{-1} b) $k = 2.10^5$ m^{-1} c) $k = 3{,}092.10^3$ m^{-1} d) $k = 0{,}573.10^2$ m^{-1}

22. Indiquer l'équation cartésienne des plans d'onde.
a) $2x + 2y + z = \text{Cte}$ b) $x + y = \text{Cte}$ c) $z = \text{Cte}$ d) $x + y + 2z = \text{Cte}$

23. Établir l'expression de $\underline{E}_y$ en fonction de $\underline{E}_x$. Indiquer si ces deux composantes de $\underline{\mathbf{E}}$ sont en phase ou en opposition de phase.

a) $\underline{E}_y = \frac{1}{3}\underline{E}_x$ b) $\underline{E}_y = -\underline{E}_x$ c) en phase d) en opposition de phase

24. Calculer, en fonction de $\underline{E}_x$, les composantes cartésiennes du vecteur champ magnétique complexe $\underline{\mathbf{B}}$ de l'onde.

a) $\frac{1}{2c}\underline{E}_x, \frac{1}{2c}\underline{E}_x, \frac{1}{c}\underline{E}_x$ b) $\frac{1}{3c}\underline{E}_x, \frac{1}{3c}\underline{E}_x, -\frac{4}{3c}\underline{E}_x$

c) $\frac{1}{2c}\underline{E}_x, \frac{1}{2c}\underline{E}_x, -\frac{2}{c}\underline{E}_x$ d) $\frac{2}{3c}\underline{E}_x, \frac{2}{3c}\underline{E}_x, \frac{1}{3c}\underline{E}_x$

25. Calculer en fonction de Φ la densité d'énergie électromagnétique u au point P et à la date t.
a) $u = \varepsilon_0 E_0^2 \cos(2\Phi)$ b) $u = 2\varepsilon_0 E_0^2 \sin(2\Phi)$ c) $u = \varepsilon_0 E_0^2 \sin^2\Phi$ d) $u = 2\varepsilon_0 E_0^2 \cos^2\Phi$

26. Calculer la valeur numérique de la valeur moyenne $\langle u \rangle$ de u déterminée sur une période. Exprimer $\langle u \rangle$ en eV.

a) $\langle u \rangle = 0{,}55$ eV b) $\langle u \rangle = 2$ eV c) $\langle u \rangle = 5$ eV d) $\langle u \rangle = 0{,}02$ eV

27. Calculer en fonction de Φ les composantes cartésiennes du vecteur de Poynting **R** de l'onde.

a) $\frac{1}{2}\varepsilon_0 c E_0^2 \cos^2\Phi, \frac{1}{2}\varepsilon_0 c E_0^2 \cos^2\Phi, \varepsilon_0 c E_0^2 \cos^2\Phi$

b) $\frac{1}{2}\varepsilon_0 c E_0^2 \cos^2\Phi, \frac{1}{2}\varepsilon_0 c E_0^2 \cos^2\Phi, -2\varepsilon_0 c E_0^2 \cos^2\Phi$

c) $\frac{4}{3}\varepsilon_0 c E_0^2 \cos^2\Phi, \frac{4}{3}\varepsilon_0 c E_0^2 \cos^2\Phi, \frac{2}{3}\varepsilon_0 c E_0^2 \cos^2\Phi$

d) $\frac{4}{3}\varepsilon_0 c E_0^2 \sin^2\Phi, \frac{4}{3}\varepsilon_0 c E_0^2 \cos^2\Phi, \frac{2}{3}\varepsilon_0 c E_0^2 \cos\Phi \sin\Phi$

28. Calculer les valeurs numériques de la période T_R et de la valeur moyenne temporelle $\langle \|\mathbf{R}\| \rangle$ de $\|\mathbf{R}\|$.

a) $T_R = 5.10^{-20}$ s b) $T_R = 10^{-15}$ s
c) $\langle \|\mathbf{R}\| \rangle = 1{,}32.10^{-8}$ W.m^{-2} d) $\langle \|\mathbf{R}\| \rangle = 2{,}65.10^{-11}$ W.m^{-2}

29. Un solide rigide est constitué de deux barres homogènes identiques AB et BC perpendiculaires entre elles en B (*figure 5*). Chaque barre a pour longueur 2b et pour masse M. Le moment d'inertie par rapport à un axe perpendiculaire à une barre et passant par son milieu est $\frac{1}{3}Mb^2$.

Le solide évolue dans le plan xOy du référentiel galiléen $\mathcal{R}$ $(O;\mathbf{e}_x,\mathbf{e}_y,\mathbf{e}_z)$ dont l'axe Ox est la verticale descendante ; g est l'accélération de la pesanteur supposée uniforme. De plus, le milieu de AB est fixé à l'origine O du référentiel, de telle sorte que le solide tourne autour de l'axe Oz horizontal. Le milieu de la barre BC est O'. La position du solide à un instant donné est repéré par rapport à $\mathcal{R}$ par l'angle $\theta = (\mathbf{Ox},\mathbf{OA})$.

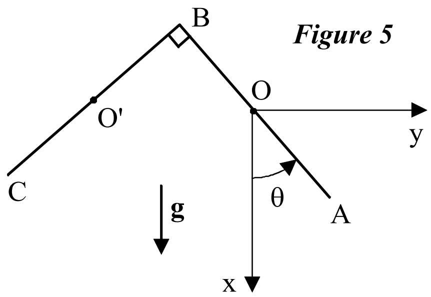


Figure 5

Calculer l'énergie cinétique dans $\mathcal{R}$ de la barre AB, notée $E_k(AB)$.

a) $E_k(AB)=\frac{1}{6}Mb^2\dot{\theta}^2$ b) $E_k(AB)=\frac{1}{3}Mb^2\dot{\theta}^2$

c) $E_k(AB)=\frac{2}{3}Mb^2\dot{\theta}^2$ d) $E_k(AB)=\frac{3}{2}Mb^2\dot{\theta}^2$

30. De même, calculer l'énergie cinétique $E_k(BC)$ de la barre BC dans $\mathcal{R}$.

a) $E_k(BC)=\frac{4}{3}Mb^2\dot{\theta}^2$ b) $E_k(BC)=\frac{5}{2}Mb^2\dot{\theta}^2$

c) $E_k(BC)=\frac{7}{6}Mb^2\dot{\theta}^2$ d) $E_k(BC)=\frac{7}{3}Mb^2\dot{\theta}^2$

31. Déterminer, à une constante près, l'énergie potentielle E_p du solide.

a) $E_p = -Mgb(1+2\cos\theta\sin\theta)+Cte$ b) $E_p = -Mgb(\sin\theta-\cos\theta)+Cte$

c) $E_p = 2Mgb(\sin\theta+\cos\theta)+Cte$ d) $E_p = -2Mgb(1-2\cos\theta\sin\theta)+Cte$

32. Sachant que lorsque $\theta = \pi/4$, la vitesse angulaire $\dot{\theta}$ est nulle, établir l'expression de $\dot{\theta}^2$ en fonction de θ.

a) $\dot{\theta}^2 = \frac{g}{2b}(1+2\sin\theta\cos\theta)$ b) $\dot{\theta}^2 = \frac{3g}{4b}(\sin\theta-\cos\theta)$

c) $\dot{\theta}^2 = \frac{g}{b}(\sin\theta+\cos\theta)$ d) $\dot{\theta}^2 = \frac{g}{2b}(1-2\sin\theta\cos\theta)$

33. Indiquer si le mouvement est révolutif. Dans le cas contraire, préciser la plage de valeurs possibles de θ.

a) mouvement révolutif b) $\theta\in\left[-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4}\right]$ c) $\theta\in\left[0,\frac{\pi}{4}\right]$ d) $\theta\in\left[\frac{\pi}{4},\frac{5\pi}{4}\right]$

Une mole de gaz parfait subit une transformation réversible $I \to F$. Le transfert thermique δQ et le travail δW échangés avec le milieu extérieur sont proportionnels : $\delta W = k\,\delta Q$, où k est une constante.

C_p et C_v sont respectivement les capacités thermiques molaires à pression et volume constants et on pose $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$.

P, v, T sont respectivement la pression, le volume et la température absolue du gaz. R est la constante molaire des gaz parfaits $\left(R = 8{,}3 J.K^{-1}.mol^{-1}\right)$.

34. Déterminer en fonction de k et de γ la constante n telle que les produits $T.v^{n-1}$ et par suite $p.v^n$ restent constants au cours de la transformation.

a) $n=\left(1+\frac{1}{k}\right)\gamma-\frac{1}{k}$ b) $n=(1+k)\gamma-1$ c) $n=-\frac{\gamma}{k}$ d) $n=1+\frac{\gamma}{k}$

35. Sachant que $n = 1{,}1$ et $\gamma = 1{,}2$, calculer la valeur de k.

a) $k = 0{,}75$ b) $k = -2$ c) $k = -0{,}5$ d) $k = 4{,}5$

36. A l'état initial I, la pression est $p_0 = 4.10^5$ Pa et la température est $T_0 = 300$ K. A l'état final F, le volume est $v_1 = 9$ litres.
Calculer la température T_1 à l'état final.

a) $T_1 = 129{,}6$ K b) $T_1 = 421{,}5$ K c) $T_1 = 563{,}2$ K d) $T_1 = 289{,}1$ K

37. En déduire la pression p_1 à l'état final.

a) $p_1 = 1{,}19.10^5$ Pa b) $p_1 = 3{,}89.10^5$ Pa c) $p_1 = 2{,}67.10^5$ Pa d) $p_1 = 6{,}21.10^5$ Pa

38. Déterminer en fonction de p_0, v_0, p_1, v_1 et n le travail W_{IF} échangé au cours de la transformation.

a) $W_{IF} = \frac{n}{2}\left(p_1 v_1^{n-1} - p_0 v_0^{n-1}\right)$ b) $W_{IF} = \frac{1}{2n}\left(p_1 v_1 - p_0 v_0\right)$

c) $W_{IF} = \frac{1}{n-1}\left(p_1 v_1 - p_0 v_0\right)$ d) $W_{IF} = \frac{1}{n}\left(p_1^{n-1} v_1 - p_0^{n-1} v_0\right)$

39. En déduire la valeur numérique de W_{IF} ainsi que celle du transfert thermique Q_{IF}.

a) $W_{IF} = 25{,}2.10^3$ J b) $W_{IF} = -0{,}9.10^3$ J c) $Q_{IF} = -50{,}4.10^3$ J d) $Q_{IF} = 0{,}45.10^3$ J

40. Déterminer en fonction de R, k et des volumes v_0 et v_1 la variation d'entropie S_{IF}.

a) $S_{IF} = -\frac{R}{k}\ln\left(\frac{v_1}{v_0}\right)$ b) $S_{IF} = \frac{R}{k}\ln\left(v_1 - v_0\right)$

c) $S_{IF} = 2kR\ln\left(\frac{v_1}{v_0}\right)$ d) $S_{IF} = -\frac{R}{2k}\exp\left(\frac{v_1}{v_0}\right)$