

ICNA - SESSION 2003

ÉPREUVE COMMUNE DE PHYSIQUE

ÉNONCÉ

Questions liées.

[1,2,3,4,5,6] [7,8,9,10,11] [12,13,14,15,16] [17,18,19,20,21,22] [22,23,24,25,26]
 [27,28,29,30,31,32,33] [34,35,36,37,38,39,40]

1. Un électromètre est constitué de deux boules métalliques identiques de masse m ; leur rayon commun est suffisamment petit pour qu'elles puissent être considérées comme ponctuelles. La boule A est fixe ; l'autre boule P est à l'extrémité d'un fil isolant de longueur b dont le point de suspension O est sur la verticale de A. La distance OA est égale à b ; l'axe Ox est la verticale descendante du référentiel galiléen par rapport auquel on étudie le mouvement de P (*figure 1*) et g est l'intensité du champ de pesanteur supposé uniforme.

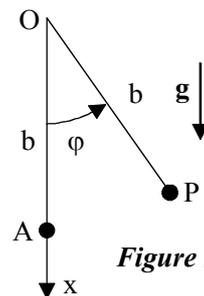


Figure 1

On donne : $b = 12 \text{ cm}$, $m = 2,55 \text{ g}$, $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$, $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \text{ SI}$.

Dans un premier temps, la boule P n'est pas chargée et la boule A porte la charge électrique Q . On met les deux boules en contact. Il en résulte une déviation du fil OP d'un angle φ par rapport à la verticale.

Donner l'expression de l'intensité f de la force électrostatique qui s'exerce sur P.

a) $f = \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{32b^2 \sin \varphi}$

b) $f = \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{8b^2 \sin(2\varphi)}$

c) $f = \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{2b^2 \sin(\varphi/2)}$

d) $f = \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{16b^2 \sin(\varphi/2)}$

2. Déterminer l'expression φ_e de φ à l'équilibre.

a) $\sin^2 \varphi_e = \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{16b^2 mg}$

b) $\sin^2(2\varphi_e) = \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{8b^2 mg}$

c) $\sin^3\left(\frac{\varphi_e}{2}\right) = \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{32b^2 mg}$

d) $\sin^4\left(\frac{\varphi_e}{2}\right) = \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{16b^2 mg}$

3. Donner l'expression de l'intensité T de la tension du fil isolant à l'équilibre.

a) $T = mg$

b) $T = \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{8b^2 \sin \varphi_e} + mg \cos \varphi_e$

c) $T = 2mg \sin\left(\frac{\varphi_e}{2}\right)$

d) $T = \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{2b^2} \cos \varphi_e$

4. Sachant que $\varphi_e = \frac{\pi}{3}$, déterminer la charge q portée par la boule P.

a) $q = 2 \cdot 10^{-7} \text{ C}$

b) $q = 1,6 \cdot 10^{-12} \text{ C}$

c) $q = 3,2 \cdot 10^{-16} \text{ C}$

d) $q = 4 \cdot 10^{-17} \text{ C}$

5. Calculer, à une constante arbitraire près, l'énergie potentielle $E_p(P)$ dont dérivent les forces conservatives qui s'exercent sur P.

a) $E_p(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q^2}{4b \sin(\varphi/2)} + mgb \cos \varphi$

b) $E_p(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q^2}{8b \sin(\varphi/2)} - mgb \cos \varphi$

$$c) E_p(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q^2}{16b \cos(\varphi/2)} + mgb \sin \varphi \quad d) E_p(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q^2}{32b \sin(\varphi/2)} - mgb \cos \varphi$$

6. Discuter la stabilité de l'équilibre et préciser le signe de $\frac{d^2 E_p}{d\varphi^2}$ lorsque $\varphi = \varphi_e$.

a) Équilibre stable.

b) Équilibre instable.

$$c) \left(\frac{d^2 E_p}{d\varphi^2} \right)_{\varphi_e} > 0$$

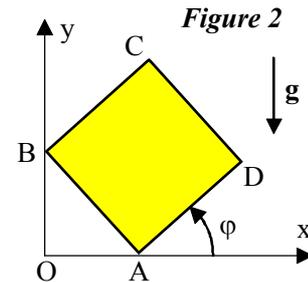
$$d) \left(\frac{d^2 E_p}{d\varphi^2} \right)_{\varphi_e} < 0$$

7. Une plaque homogène, de masse M , a la forme d'un carré de côté b et de sommets A, B, C, D ; son épaisseur est négligeable par rapport à b .

Elle est contenue dans le plan xOy d'un référentiel galiléen $\mathcal{R}(O; \mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z)$ dont l'axe Oy est la verticale ascendante; g est l'intensité du champ de pesanteur supposé uniforme (figure 2).

Les sommets A et B se déplacent sans frottement, respectivement sur des supports rectilignes matérialisés par les demi axes positifs Ox et Oy .

A la date t , la position de la plaque par rapport à \mathcal{R} est repérée par l'angle $\varphi = (\mathbf{Ax}, \mathbf{AD})$.



Déterminer le support de la trajectoire du centre de masse G de la plaque.

a) Cercle de centre O et de rayon b .

b) Cercle de centre $I\left(\frac{b}{2}, \frac{b}{2}\right)$ et de rayon $\frac{b}{2}$.

c) Première bissectrice du plan xOy .

d) Droite d'équation $x + y = b$.

8. Soient \mathbf{R}_A et \mathbf{R}_B les réactions respectives exercées par les supports Ox et Oy sur la plaque. A l'aide du théorème du centre de masse (ou de la résultante dynamique) établir une relation indépendante de φ entre les normes R_A et R_B des deux réactions.

a) $R_A + R_B = Mg$

b) $R_A - R_B = Mg$

c) $R_A + R_B = 2Mg$

d) $R_A - R_B = 2Mg$

9. Déterminer le moment en G , $\mathbf{M}_{\text{ext}}(G)$, des actions extérieures qui s'exercent sur la plaque.

a) $\mathbf{M}_{\text{ext}}(G) = -\frac{b}{2}(\cos \varphi - \sin \varphi)(R_A + R_B)\mathbf{e}_z$

b) $\mathbf{M}_{\text{ext}}(G) = b(\sin \varphi - \cos \varphi)(R_A + R_B - Mg)\mathbf{e}_z$

c) $\mathbf{M}_{\text{ext}}(G) = b(\cos \varphi + \sin \varphi)(R_A - R_B)\mathbf{e}_z$

d) $\mathbf{M}_{\text{ext}}(G) = \frac{b}{2}(\cos \varphi + \sin \varphi)(R_A + R_B)\mathbf{e}_z$

10. En déduire une seconde relation entre R_A et R_B qui, à l'aide de la relation obtenue à la question 8, permet de déterminer séparément R_A et R_B . Le moment d'inertie de la plaque par rapport à son axe Gz ,

parallèle à Oz , est $\frac{1}{6}Mb^2$.

a) $R_A - R_B = Mb \frac{\ddot{\varphi}}{\sin \varphi + \cos \varphi}$

b) $R_A + R_B = Mb \frac{\ddot{\varphi}}{\sin \varphi + \cos \varphi}$

c) $R_A - R_B = \frac{M}{2b} \frac{\ddot{\varphi}}{\sin \varphi - \cos \varphi}$

d) $R_A + R_B = -\frac{Mb}{3} \frac{\ddot{\varphi}}{\cos \varphi - \sin \varphi}$

11. Déduire des équations précédentes l'équation différentielle du mouvement qui régit $\varphi(t)$.

a) $\ddot{\varphi}(\sin \varphi + \cos \varphi) = \frac{g}{b}(\sin \varphi - \cos \varphi)$

b) $\ddot{\varphi}(\cos \varphi - \sin \varphi) = 2 \frac{g}{b} \sin \varphi \cos \varphi + \dot{\varphi}^2$

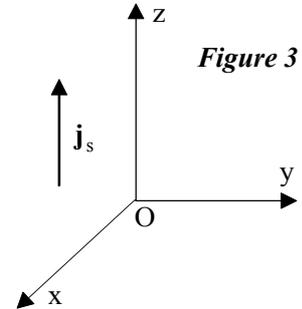
$$c) \ddot{\varphi} \left(2 \cos \varphi \sin \varphi - \frac{4}{3} \right) = \frac{g}{b} (\cos \varphi - \sin \varphi) - \dot{\varphi}^2 (\cos^2 \varphi - \sin^2 \varphi)$$

$$d) \ddot{\varphi} \left(\cos \varphi - \sin \varphi + \frac{1}{2} \right) = \frac{g}{b} (\cos \varphi + \sin \varphi) + 2\dot{\varphi}^2 \sin \varphi \cos \varphi$$

12. Une nappe de courants stationnaires de dimensions infinies est contenue dans le plan xOz du repère $\mathcal{R}(O; \mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z)$. La répartition des courants est uniforme et son vecteur courant surfacique est $\mathbf{j}_s = j_s \mathbf{e}_z$ ($j_s > 0$) (figure 3).

Soit $\mathbf{B}(M)$ le champ magnétique créé au point $M(x, y, z)$. Préciser la direction et une propriété de symétrie de $\mathbf{B}(M)$.

- a) Direction Oy . b) Direction Ox .
c) $B(-x) = -B(x)$ d) $B(-y) = -B(y)$



13. Calculer $B(M) = B$. On rappelle que l'intensité du courant qui traverse un segment de longueur ℓ contenu dans le plan xOz et parallèle à Ox est ℓj_s .

- a) Pour $y > 0$, $B = -\frac{\mu_0 j_s}{2}$ b) Pour $y < 0$, $B = \frac{\mu_0 j_s}{2}$
c) Pour $x > 0$, $B = \frac{\mu_0 j_s}{2}$ d) Pour $x < 0$, $B = -\frac{\mu_0 j_s}{2}$

14. On considère maintenant une distribution volumique de courants de vecteur courant \mathbf{J} tel que :

$$\mathbf{J} = \begin{cases} j(y) \mathbf{e}_z & \text{pour } y > 0 \\ \mathbf{0} & \text{pour } y < 0 \end{cases}$$

On décompose la distribution en plaques élémentaires perpendiculaires à Oy . A l'aide des résultats de la question précédente, exprimer la valeur algébrique du champ magnétique $d\mathbf{B}_1(M)$ créé en un point $M(x, y, z)$ par la plaque élémentaire située à la distance Y de l'axe Oz et d'épaisseur dY , selon que Y est supérieur ou inférieur à y .

- a) $y > Y$ $d\mathbf{B}_1(M) = \frac{\mu_0}{2} j(Y) dY$ b) $y > Y$ $d\mathbf{B}_1(M) = -\frac{\mu_0}{2} j(Y) dY$
c) $y < Y$ $d\mathbf{B}_1(M) = \frac{\mu_0}{2} j(Y) dY$ d) $y < Y$ $d\mathbf{B}_1(M) = -\frac{\mu_0}{2} j(Y) dY$

15. Sachant que $j(y) = j_0 \frac{a^2}{(y+a)^2}$ où j_0 et a sont des constantes, déterminer $\mathbf{B}_1(M) = \mathbf{B}_1$ lorsque $y > 0$.

- a) $\mathbf{B}_1 = \frac{\mu_0}{2} j_0 a \frac{y}{y+a} \mathbf{e}_x$ b) $\mathbf{B}_1 = \frac{\mu_0}{2} j_0 \frac{a^2}{y+a} \mathbf{e}_y$
c) $\mathbf{B}_1 = \frac{\mu_0}{2} j_0 a \left(\frac{a}{y+a} + 1 \right) \mathbf{e}_y$ d) $\mathbf{B}_1 = \frac{\mu_0}{2} j_0 a \left(\frac{2a}{y+a} + 1 \right) \mathbf{e}_x$

16. Déterminer $\mathbf{B}_1(M) = \mathbf{B}_1$ lorsque $y < 0$.

- a) $\mathbf{B}_1 = \mathbf{0}$ b) $\mathbf{B}_1 = \frac{\mu_0}{2} j_0 a \frac{y}{y+a} \mathbf{e}_y$
c) $\mathbf{B}_1 = \frac{\mu_0}{2} j_0 \frac{a^2}{y+a} \mathbf{e}_x$ d) $\mathbf{B}_1 = \frac{\mu_0}{2} j_0 a \mathbf{e}_x$

17. Deux condensateurs, de capacités respectives C_1 et C_2 , sont reliés par une résistance R (figure 4). A l'instant initial, leurs charges respectives sont $Q_{10} = Q_0$ et $Q_{20} = 0$. Établir l'expression, à la date t , de l'intensité i du courant dans la résistance R .

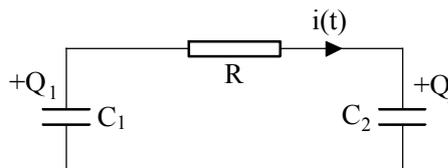


Figure 4

On pose $\tau = R \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$.

a) $i(t) = \frac{Q_0}{R(C_1 + C_2)} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$

b) $i(t) = \frac{C_1 Q_0}{\tau} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$

c) $i(t) = \frac{Q_0}{RC_1} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$

d) $i(t) = \frac{Q_0}{\tau} \left(C_1 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + C_1 + C_2 \right)$

18. En déduire les charges $Q_1(t)$ et $Q_2(t)$ des deux condensateurs à la date t .

a) $Q_1(t) = \frac{Q_0}{C_1 + C_2} \left(C_2 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + C_1 \right)$

b) $Q_1(t) = \frac{Q_0}{C_1 + C_2} \left(C_1 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + C_2 \right)$

c) $Q_2(t) = \frac{C_1 Q_0}{C_1 + C_2} \left(-\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + 1 \right)$

d) $Q_2(t) = \frac{C_2 Q_0}{C_1 + C_2} \left(-\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + 1 \right)$

19. Indiquer si, dans ces conditions, le circuit constitue un système isolé électriquement. Calculer les charges finales ($t \rightarrow +\infty$) Q_{1f} et Q_{2f} des deux condensateurs.

a) Le système est isolé électriquement.

b) Le système n'est pas isolé électriquement.

c) $Q_{1f} = \frac{C_1 Q_0}{C_1 + C_2}$ et $Q_{2f} = \frac{C_2 Q_0}{C_1 + C_2}$

d) $Q_{1f} = \frac{C_2 Q_0}{C_1 + C_2}$ et $Q_{2f} = \frac{C_1 Q_0}{C_1 + C_2}$

20. Calculer la variation $E_f - E_i$ de l'énergie emmagasinée dans les deux condensateurs entre l'instant final f et l'instant initial i .

a) $E_f - E_i = -\frac{C_1^2}{(C_1 + C_2)^3} Q_0^2$

b) $E_f - E_i = -\frac{C_2}{2C_1(C_1 + C_2)} Q_0^2$

c) $E_f - E_i = -\frac{C_1 + C_2}{2C_2^2} Q_0^2$

d) $E_f - E_i = \frac{C_2}{C_1(C_1 + C_2)} Q_0^2$

21. Calculer l'énergie $W(t)$ consommée par effet Joule dans la résistance R entre les instants 0 et t .

a) $W(t) = \frac{C_2}{2C_1(C_1 + C_2)} Q_0^2 \left(1 - \exp\left(-\frac{2t}{\tau}\right) \right)$

b) $W(t) = \frac{C_1 + C_2}{2C_2^2} Q_0^2 \left(1 - \exp\left(-\frac{2t}{\tau}\right) \right)$

c) $W(t) = \frac{C_1^2}{(C_1 + C_2)^3} Q_0^2 \left(1 + \exp\left(-\frac{2t}{\tau}\right) \right)$

d) $W(t) = -\frac{2C_2}{C_1(C_1 + C_2)} Q_0^2 \left(1 + \exp\left(-\frac{2t}{\tau}\right) \right)$

22. Soit W_f l'énergie totale consommée par effet Joule. Établir la relation entre $E_i - E_f$ et W_f .

a) $E_i - E_f + W_f = 0$

b) $E_i - E_f + 2W_f = 0$

c) $E_i - E_f - W_f = 0$

d) $E_i - E_f - 2W_f = 0$

23. Un solénoïde de section S et de longueur "illimitée", comporte n spires jointives par unité de longueur. Une bobine plate de N spires est glissée à l'extérieur du solénoïde, de telle sorte que leurs axes coïncident (figure 5). La bobine possède une résistance R et une inductance propre L .

Le solénoïde est parcouru par un courant lentement variable d'intensité $i(t)$. Former l'équation différentielle à laquelle obéit l'intensité $i'(t)$ du courant dans la bobine plate.

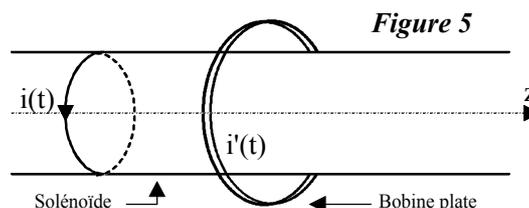


Figure 5

On pose : $\tau = \frac{\mu_0 n N S}{R}$ et $\tau' = \frac{L}{R}$.

a) $\tau \frac{di'(t)}{dt} - i'(t) = \tau' \frac{di(t)}{dt}$

b) $\tau' \frac{di'(t)}{dt} + i'(t) = -\tau \frac{di(t)}{dt}$

c) $\tau \frac{di'(t)}{dt} + i'(t) = \frac{\tau}{\tau'} i(t)$

d) $\tau' \frac{di'(t)}{dt} - i'(t) = -\tau \frac{di(t)}{dt}$

24. Le courant qui circule dans le solénoïde est sinusoïdal et de pulsation ω : $i(t) = i_0 \sin(\omega t)$ (i_0 constante positive). Établir la loi de variation de l'intensité i' en fonction du temps, en régime permanent.

a) $i'(t) = i_0 (\cos(\omega t) - \omega \tau' \sin(\omega t))$

b) $i'(t) = \frac{\omega \tau'}{1 + \omega^2 \tau'^2} i_0 (\cos(\omega t) + \sin(\omega t))$

c) $i'(t) = -\frac{\omega \tau}{1 + \omega^2 \tau'^2} i_0 (\cos(\omega t) + \omega \tau' \sin(\omega t))$

d) $i'(t) = -\frac{1}{1 + \omega^2 \tau'^2} i_0 (\cos(\omega t) + \omega \tau \sin(\omega t))$

25. Dans le cas particulier d'un fonctionnement à haute fréquence où le coefficient de surtension de la bobine $\frac{L\omega}{R}$ est élevé, que peut-on dire des intensités $i(t)$ et $i'(t)$? Quel est le déphasage des courants ?

a) $i'(t)$ varie proportionnellement à $i(t)$

b) $i'(t)$ varie selon une loi linéaire en $i(t)$

c) Les courants sont en quadrature

d) Les courants sont en opposition de phase

26. Toujours dans l'hypothèse de la question précédente, calculer la puissance moyenne \mathcal{P} consommée dans la bobine.

a) $\mathcal{P} = \frac{1 + \omega^2 \tau'^2}{\omega^2 \tau'^2} Ri_0^2$

b) $\mathcal{P} = \frac{\omega^2 \tau'^2}{2} Ri_0^2$

c) $\mathcal{P} = \omega^2 \tau'^2 Ri_0^2$

d) $\mathcal{P} = \frac{\tau'^2}{2\tau'^2} Ri_0^2$

27. Une onde progressive plane sinusoïdale, de fréquence $4,78 \cdot 10^8$ Hz, se propage dans le vide. L'axe de propagation Ou appartient au plan yOz du référentiel et $\theta = (\mathbf{Oy}, \mathbf{Ou})$. c désigne la célérité de la lumière dans le vide ($c = 3 \cdot 10^8$ m.s⁻¹).

La permittivité diélectrique du vide, ϵ_0 , est telle que : $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9$ SI.

Déterminer l'expression de la phase $\Phi(\mathbf{r}, t)$ de l'onde au point $M(x, y, z)$ et à la date t sachant qu'elle est nulle à l'origine O à l'instant $t = 0$.

a) $\Phi(\mathbf{r}, t) = 4(y \sin \theta - z \cos \theta) - 1,2 \cdot 10^9 t$

b) $\Phi(\mathbf{r}, t) = 2(-y \cos \theta + z \sin \theta) - 6 \cdot 10^8 t$

c) $\Phi(\mathbf{r}, t) = 10(y \cos \theta + z \sin \theta) - 3 \cdot 10^9 t$

d) $\Phi(\mathbf{r}, t) = 10(-y \sin \theta + z \cos \theta) - 3 \cdot 10^9 t$

28. Écrire l'équation cartésienne des plans d'onde et calculer le temps t mis par l'onde pour aller de l'origine O au point M .

a) $y \cos \theta + z \sin \theta = Cte$

b) $y \sin \theta - z \cos \theta = Cte$

c) $t = \frac{y \sin \theta - z \cos \theta}{c}$

d) $t = \frac{y \cos \theta + z \sin \theta}{c}$

29. Indiquer quelle doit être la direction de propagation de l'onde (*hormis celles des axes Oy et Oz*) pour que le point M soit atteint dans un temps minimum t_M . Donner la valeur numérique de t_M sachant que M a pour coordonnées $x = 0$, $y = 331,7$ m et $z = 500$ m.

a) L'onde se propage selon l'axe Ou tel que $(\mathbf{Ou}, \mathbf{OM}) = \frac{\pi}{4}$

b) L'onde se propage dans la direction OM

c) $t_M = 0,1 \mu s$

d) $t_M = 2 \mu s$

30. Le champ électrique \mathbf{E} au point $M(x, y, z)$ et à la date t est, en $V \cdot m^{-1}$:

$$\mathbf{E} = 4 \sin \Phi(\mathbf{r}, t) \mathbf{e}_x - 4 \sin \theta \cos \Phi(\mathbf{r}, t) \mathbf{e}_y + 4 \cos \theta \cos \Phi(\mathbf{r}, t) \mathbf{e}_z$$

Calculer la norme de \mathbf{E} .

38. Calculer la variation d'entropie ΔS_A du gaz dans le compartiment A au cours du déplacement du piston.

- a) $\Delta S_A = -1,22 \text{ J.K}^{-1}$ b) $\Delta S_A = 0 \text{ J.K}^{-1}$ c) $\Delta S_A = 1,52 \text{ J.K}^{-1}$ d) $\Delta S_A = 2,31 \text{ J.K}^{-1}$

39. De même, calculer la variation d'entropie ΔS_B dans le compartiment B.

- a) $\Delta S_B = 1,22 \text{ J.K}^{-1}$ b) $\Delta S_B = 0 \text{ J.K}^{-1}$ c) $\Delta S_B = -3,04 \text{ J.K}^{-1}$ d) $\Delta S_B = 0,31 \text{ J.K}^{-1}$

40. Indiquer le sens de variation de l'entropie de la totalité du gaz. Préciser si la transformation est réversible ou irréversible.

- a) L'entropie reste constante. b) L'entropie croît.
c) La transformation est irréversible. d) La transformation est réversible.