ICNA - SESSION 2005 ÉPREUVE OPTIONNELLE DE PHYSIQUE ÉNONCÉ

Questions liées.

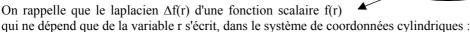
[1,2,3,4,5,6] [7,8,9,10,11,12,13] [14,15,16,17,18] [19,21,21,22,23] [24,25,26,27,28] [29,30,31,32,33,34] [35,36,37,38,39,40]

Une diode à vide est constituée d'une cathode métallique filiforme C portée par l'axe Oz d'un repère \mathcal{R}

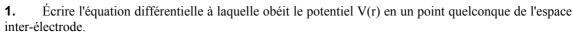
(Oxyz) et d'une anode métallique cylindrique A coaxiale à la cathode, de hauteur h et de rayon R. Une source de tension connectée aux bornes de la diode délivre une tension continue $U = V_A - V_C$ que l'on peut faire varier. On prendra le potentiel V_C de la cathode pour origine des potentiels ($V_C = 0$).

L'espace inter-électrode compris entre l'anode et la cathode contient des électrons qui ont été émis sans vitesse initiale depuis la cathode. La position M d'un électron est repérée par les variables r, θ, z du système de coordonnées cylindriques de base \mathbf{e}_{r} , \mathbf{e}_{θ} , \mathbf{e}_{z} défini sur le schéma de la figure ci-contre.

Compte tenu de la symétrie du problème, la vitesse v des électrons ainsi que la charge volumique p de sont fonctions que



$$\Delta f(r) = \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{df(r)}{dr} \right)$$



a)
$$\frac{d^2V(r)}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{dV(r)}{dr} + \frac{\rho(r)}{\epsilon_0} = 0$$

b)
$$\frac{d^2V(r)}{dr^2} + \frac{2}{r}\frac{dV(r)}{dr} + \frac{\rho(r)}{\epsilon_0} = 0$$

c)
$$\frac{d^2V(r)}{dr^2} + \frac{2}{r}\frac{dV(r)}{dr} - \frac{\rho(r)}{\epsilon_0} = 0$$

d)
$$\frac{d^2V(r)}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{dV(r)}{dr} - \frac{\rho(r)}{\epsilon_0} = 0$$

Déduire de l'application du théorème de l'énergie mécanique, l'expression de la vitesse v(r) des électrons (que l'on supposera non relativistes), en fonction de leur charge -e, de leur masse m et du potentiel V(r) (on négligera la force de pesanteur devant la force électrique).

a)
$$v(r) = \sqrt{\frac{e}{m}} V(r)$$

b)
$$v(r) = \sqrt{\frac{e}{2m}} V(r)$$

$$\text{a) } v(r) = \sqrt{\frac{e}{m} \, V(r)} \qquad \text{b) } v(r) = \sqrt{\frac{e}{2m} \, V(r)} \qquad \text{c) } v(r) = \sqrt{\frac{2e}{\epsilon_0 \, m} \, V(r)} \qquad \text{d) } v(r) = \sqrt{\frac{2e}{m} \, V(r)}$$

d)
$$v(r) = \sqrt{\frac{2e}{m}V(r)}$$

ΔZ

C

R

h

Calculer l'intensité I(r) du courant qui traverse la surface cylindrique d'axe Oz, de rayon r, de hauteur h et de normale $\mathbf{n} = -\mathbf{e}_r$, en fonction de $\rho(\mathbf{r})$, h, r et de la vitesse $\mathbf{v}(\mathbf{r})$ des électrons.

a)
$$I(r) = -\pi hr \rho(r) v(r)$$

b)
$$I(r) = -2\pi\epsilon_0 h r^2 \rho(r) v(r)$$

c)
$$I(r) = -2\pi hr \rho(r) v(r)$$

d)
$$I(r) = -\pi \epsilon_0 h r^2 \rho(r) v(r)$$

Montrer que le potentiel V(r) obéit à l'équation différentielle :

$$r \frac{d^2 V(r)}{dr^2} + \frac{dV(r)}{dr} = K I(r) (V(r))^{-1/2}$$

Exprimer K.

<u>16</u>0 ICNA - SESSION 2005

a)
$$K = \frac{1}{2\pi\epsilon_0 h} \sqrt{\frac{m}{2e}}$$
 b) $K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 h} \sqrt{\frac{2m}{e}}$ c) $K = \frac{1}{2\pi\epsilon_0 h} \sqrt{\frac{2e}{m}}$ d) $K = \frac{1}{8\pi\epsilon_0 h} \sqrt{\frac{m}{e}}$

En régime stationnaire, l'intensité traversant une surface cylindrique de rayon r quelconque et d'axe Oz est indépendante du rayon r du cylindre. On cherche des solutions de la forme $V(r) = Ar^{\alpha}$ où A est une constante. Calculer α .

a)
$$\alpha = \frac{3}{2}$$

b)
$$\alpha = \frac{2}{3}$$

c)
$$\alpha = \frac{1}{2}$$

d)
$$\alpha = \frac{3}{5}$$

Montrer que la relation entre l'intensité I et le potentiel d'anode V_A s'écrit : $I=C\ V_A^{3/2}$. Exprimer C

a)
$$C = \frac{4\pi\epsilon_0 h}{5R} \sqrt{\frac{e}{m}}$$

b)
$$C = \frac{2\pi\epsilon_0 h}{7R} \sqrt{\frac{e}{m}}$$

a)
$$C = \frac{4\pi\epsilon_0 h}{5R} \sqrt{\frac{e}{m}}$$
 b) $C = \frac{2\pi\epsilon_0 h}{7R} \sqrt{\frac{e}{m}}$ c) $C = \frac{4\pi\epsilon_0 R}{h} \sqrt{\frac{e}{m}}$ d) $C = \frac{8\pi\epsilon_0 h}{9R} \sqrt{\frac{2e}{m}}$

d)
$$C = \frac{8\pi\epsilon_0 h}{9R} \sqrt{\frac{2e}{m}}$$

Dans un modèle proposé par Yukawa, le potentiel V(r) et le champ électrique E(r) qui règnent dans un plasma, en un point M de l'espace situé à une distance $r = ||\mathbf{r}|| = ||\mathbf{OM}||$ d'une origine O sont créés par un ion positif de charge q placé en O et par deux distributions diffuses de charges positives et négatives occupant tout l'espace. Les charges volumiques respectives $\rho_+(r)$ et $\rho_-(r)$ de ces distributions diffuses sont données par les relations :

$$\rho_+ \! \left(r \right) \! = \! \rho_0 \, \exp \! \left(- \frac{V \! \left(r \right)}{V_0} \right) \, \, \, \text{et} \quad \rho_- \! \left(r \right) \! = \! - \! \rho_0 \, \exp \! \left(\frac{V \! \left(r \right)}{V_0} \right) \, \,$$

où ρ_0 et V_0 sont des constantes à une température donnée. Aux très hautes températures correspondant à une fusion thermonucléaire, on a $V(r)/V_0 \ll 1$. Exprimer, au premier ordre par rapport à $V(r)/V_0$, la charge volumique totale $\rho(r)$ correspondant aux deux distributions diffuses.

a)
$$\rho(r) = -2\rho_0 \frac{V(r)}{V_0}$$

b)
$$\rho(r) = \rho_0 \frac{V(r)}{V_0}$$

c)
$$\rho(r) = 0$$

d)
$$\rho(r) = -\rho_0 \frac{V(r)}{V_0}$$

Le laplacien d'une fonction scalaire f(r) de la variable r seule est donné, dans le système de coordonnées sphériques par la relation : $\Delta f(r) = \frac{1}{r} \frac{d^2(r f(r))}{dr^2}$. En utilisant l'équation de Poisson, montrer

que le potentiel V(r) obéit à l'équation différentielle : $\frac{d^2(r V(r))}{dr^2} = \frac{r V(r)}{r_0^2}$. Exprimer r_0^2 .

a)
$$r_0^2 = \frac{\rho_0}{2\epsilon_0 V_0}$$
 b) $r_0^2 = \frac{V_0}{\epsilon_0 \rho_0}$ c) $r_0^2 = \frac{\epsilon_0 V_0}{2\rho_0}$ d) $r_0^2 = \frac{V_0}{\rho_0}$

b)
$$r_0^2 = \frac{V_0}{\epsilon_0 \rho_0}$$

c)
$$r_0^2 = \frac{\epsilon_0 V_0}{2\rho_0}$$

d)
$$r_0^2 = \frac{V_0}{\rho_0}$$

Montrer que, compte tenu du modèle choisi pour représenter le plasma et de la nécessité pour le potentiel de conserver une valeur finie en tout point de l'espace, le potentiel en M peut s'écrire :

$$V(r) = \frac{A}{r} \exp\left(-\frac{r}{r_0}\right)$$
. Exprimer A.

a)
$$A = \frac{q}{\epsilon_0}$$

b)
$$A = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}$$
 c) $A = \frac{q}{2\pi\epsilon_0}$ d) $A = \frac{q}{\pi\epsilon_0}$

c)
$$A = \frac{q}{2\pi\epsilon_0}$$

d)
$$A = \frac{q}{\pi \epsilon_0}$$

10. Calculer le champ électrique **E**(r) en M.

a)
$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{\mathbf{q}}{\pi \varepsilon_0} \frac{\mathbf{r}}{\mathbf{r}^2} \left(1 + 2 \frac{\mathbf{r}}{\mathbf{r}_0} \right) \exp\left(-\frac{\mathbf{r}}{\mathbf{r}_0} \right)$$
 b) $\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{\mathbf{q}}{2\pi \varepsilon_0} \frac{\mathbf{r}}{\mathbf{r}^3} \exp\left(-\frac{\mathbf{r}}{\mathbf{r}_0} \right)$

b)
$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{\mathbf{q}}{2\pi\epsilon_0} \frac{\mathbf{r}}{\mathbf{r}^3} \exp\left(-\frac{\mathbf{r}}{\mathbf{r}_0}\right)$$

c)
$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{\mathbf{q}}{\varepsilon_0} \frac{\mathbf{r}}{\mathbf{r}^2} \exp\left(-\frac{\mathbf{r}}{\mathbf{r}_0}\right)$$

d)
$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{\mathbf{q}}{4\pi\epsilon_0} \frac{\mathbf{r}}{\mathbf{r}^3} \left(1 + \frac{\mathbf{r}}{\mathbf{r}_0}\right) \exp\left(-\frac{\mathbf{r}}{\mathbf{r}_0}\right)$$

11. Calculer le flux Φ du champ électrique E à travers une sphère de rayon R centrée en O.

a)
$$\Phi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(1 + \frac{r_0}{R} \right) \exp\left(-\frac{R}{r_0} \right)$$

b)
$$\Phi = \frac{q}{\varepsilon_0} \left(1 + \frac{R}{r_0} \right) \exp \left(-\frac{R}{r_0} \right)$$

c)
$$\Phi = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \left(1 + \frac{r_0}{R} \right) \exp \left(-\frac{R}{r_0} \right)$$

d)
$$\Phi = \frac{qR}{\epsilon_0 r_0} \exp\left(-\frac{R}{r_0}\right)$$

12. En déduire la *charge totale diffuse* Q_0 contenue dans une sphère de centre O et de rayon r.

a)
$$Q_0 = q \left[-1 + \left(1 + \frac{r}{r_0} \right) \exp\left(-\frac{r}{r_0} \right) \right]$$
 b) $Q_0 = q \left(1 + \frac{r}{r_0} \right) \exp\left(-\frac{r}{r_0} \right)$

b)
$$Q_0 = q \left(1 + \frac{r}{r_0}\right) \exp\left(-\frac{r}{r_0}\right)$$

c)
$$Q_0 = q \left(1 + 2\frac{r}{r_0}\right) \exp\left(-\frac{r}{r_0}\right)$$

d)
$$Q_0 = q \left[-1 + \frac{r}{r_0} \exp\left(-\frac{r}{r_0}\right) \right]$$

13. Exprimer la *charge volumique diffuse totale* $\rho(r)$ à une distance r de l'origine.

a)
$$\rho(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^3} \exp\left(-\frac{r}{r_0}\right)$$

b)
$$\rho(r) = \frac{q}{4\pi r^2 r_0} \exp\left(-\frac{r}{r_0}\right)$$

c)
$$\rho(r) = -\frac{q}{2\pi\epsilon_0 r_0^3} \exp\left(-\frac{r}{r_0}\right)$$

d)
$$\rho(r) = -\frac{q}{4\pi r r_0^2} \exp\left(-\frac{r}{r_0}\right)$$

On considère le circuit représenté sur le schéma de la figure ci-contre où l'amplificateur

opérationnel fonctionne en régime linéaire et peut être considéré comme idéal. La tension sinusoïdale d'entrée, d'amplitude complexe \underline{V}_e et de pulsation ω, est appliquée sur la borne inverseuse de l'amplificateur. La tension de sortie, d'amplitude complexe \underline{V}_s , est recueillie au point S du circuit. \underline{Z}_1 , \underline{Z}_3 , \underline{Z}_4 sont des impédances dont on précisera la nature plus loin, R2 est une

 $\underline{\mathbf{V}}_{\mathbf{e}}$

Exprimer la fonction de transfert $\underline{T} = \frac{\underline{V}_s}{V}$ du

montage.

a)
$$\underline{T} = \frac{\underline{Z}_4}{\underline{Z}_3 + \underline{Z}_4} \frac{R_2 + \underline{Z}_1}{\underline{Z}_1}$$

b)
$$\underline{T} = \frac{\underline{Z}_4}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_4} \frac{R_2 + \underline{Z}_3}{\underline{Z}_3}$$

c)
$$\underline{T} = \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_4} \frac{R_2 + \underline{Z}_1}{R_2}$$

d)
$$\underline{T} = \frac{R_2}{R_2 + Z_4} \frac{Z_4 + Z_1}{Z_4}$$

15. L'impédance \underline{Z}_1 est constituée d'une bobine de coefficient d'auto-inductance L, d'un condensateur de capacité C et d'un résistor de résistance r, ces trois éléments étant connectés en série. Z₃ et Z₄ sont des résistors purs de résistances respectives R_3 et R_4 . Pour quelle valeur ω_{01} de la pulsation ω les tensions d'entrée \underline{V}_e et de sortie \underline{V}_s sont-elles en *phase* ?

a)
$$\omega_{01} = \frac{1}{2\sqrt{LC}}$$

b)
$$\omega_{01} = \frac{2}{\sqrt{LC}}$$

c)
$$\omega_{01} = \frac{1}{\sqrt{1.C}}$$

a)
$$\omega_{01} = \frac{1}{2\sqrt{LC}}$$
 b) $\omega_{01} = \frac{2}{\sqrt{LC}}$ c) $\omega_{01} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ d) $\omega_{01} = \frac{R_2}{r\sqrt{LC}}$

Lorsque $\omega = \omega_{01}$, quelle doit être la valeur de R₂ pour que les amplitudes des tensions d'entrée et de sortie soient égales ?

a)
$$R_2 = \frac{R_4}{R_3} r$$

b)
$$R_2 = \frac{R_3}{R_4}$$

c)
$$R_2 = \frac{R_3}{R_3 + R_4}$$

b)
$$R_2 = \frac{R_3}{R_4} r$$
 c) $R_2 = \frac{R_3}{R_3 + R_4} r$ d) $R_2 = \frac{R_3 + R_4}{R_4} r$

L'impédance \underline{Z}_1 est maintenant un résistor pur de résistance R_1 . L'impédance \underline{Z}_3 est constituée d'un condensateur de capacité C *en série* avec un résistor de résistance R. L'impédance \underline{Z}_4 est constituée 162 ICNA - SESSION 2005

d'un condensateur de capacité C en parallèle avec un résistor de résistance R. Pour quelle valeur ω₀₂ de la pulsation ω les tensions d'entrée \underline{V}_e et de sortie \underline{V}_s sont-elles en *phase* ?

a)
$$\omega_{02} = \frac{R_1 + R_2}{R_1} \frac{1}{RC}$$
 b) $\omega_{02} = \frac{R_2}{R_1} \frac{1}{RC}$ c) $\omega_{02} = \frac{R_1}{R_2} \frac{1}{RC}$ d) $\omega_{02} = \frac{1}{RC}$

c)
$$\omega_{02} = \frac{R_1}{R_2} \frac{1}{RC}$$

d)
$$\omega_{02} = \frac{1}{RC}$$

18. Lorsque $\omega = \omega_{02}$, quelle doit être la valeur de R₂ pour que les amplitudes des tensions d'entrée et de sortie soient égales ?

a)
$$R_2 = 2R_1$$

b)
$$R_2 = R_1$$

c)
$$R_2 = \frac{R_1}{2}$$

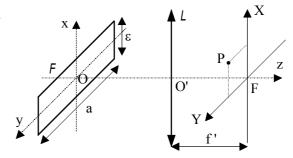
a)
$$R_2 = 2R_1$$
 b) $R_2 = R_1$ c) $R_2 = \frac{R_1}{2}$

Un écran opaque est percé d'une fente F de largeur ε et de longueur a $>> \varepsilon$. La fente est centrée dans le

plan xOy d'un trièdre Oxyz dont l'axe Oy est parallèle à la grande dimension de la fente (voir figure ci-contre).

La fente est éclairée par une onde plane monochromatique, d'amplitude ψ_0 , de longueur d'onde dans le vide λ , provenant d'une source ponctuelle S₁ située à l'infini et dont le vecteur d'onde \mathbf{k}_1 est parallèle à l'axe Oz.

On observe l'onde diffractée par F dans le plan focal image FXY d'une lentille mince convergente L, dont l'axe optique est confondu avec l'axe Oz et dont la distance focale image est f'.



En admettant que a $\gg \lambda$, montrer que l'éclairement \mathcal{E}_1 en tout point P (X,Y) du plan focal image

de \mathcal{L} , peut se mettre sous la forme : $\mathcal{E}_1 = \psi_0^2 \left(\frac{\sin(\pi u X)}{\pi u X}\right)^2$. Exprimer u.

a)
$$u = \frac{\varepsilon}{\lambda f'}$$

b)
$$u = \frac{\lambda}{\epsilon f'}$$

c)
$$u = \frac{f'}{\lambda \epsilon}$$

c)
$$u = \frac{f'}{\lambda \epsilon}$$
 d) $u = \frac{\epsilon f'}{\lambda}$

Calculer la demi largeur à la base, δX_1 , du maximum central de la figure de diffraction dans le plan FXY.

a)
$$\delta X_1 = \frac{\varepsilon f'}{\lambda}$$

b)
$$\delta X_1 = \frac{\lambda f'}{\epsilon}$$

c)
$$\delta X_1 = \frac{\epsilon \lambda}{f'}$$

a)
$$\delta X_1 = \frac{\varepsilon f'}{\lambda}$$
 b) $\delta X_1 = \frac{\lambda f'}{\varepsilon}$ c) $\delta X_1 = \frac{\varepsilon \lambda}{f'}$

On considère maintenant une source lumineuse ponctuelle monochromatique S2, de longueur d'onde dans le vide λ , située à l'infini, émettant une onde plane dont le vecteur d'onde \mathbf{k}_2 , contenu dans le plan xOz, fait un angle θ petit avec l'axe Oz. Montrer que l'éclairement \mathcal{E}_2 en tout point P (X,Y) du plan

focal image de \mathcal{L} , peut s'écrire : $\boldsymbol{\mathcal{E}}_2 = \psi_0^2 \bigg(\frac{\sin\big(\pi\beta\big)}{\pi\beta}\bigg)^2$. Exprimer β .

a)
$$\beta = \frac{\varepsilon}{\lambda f'} (X - f')$$

b)
$$\beta = \frac{\varepsilon}{\lambda f'} (X + f')$$

a)
$$\beta = \frac{\varepsilon}{\lambda f'} (X - f')$$
 b) $\beta = \frac{\varepsilon}{\lambda f'} (X + f')$ c) $\beta = \frac{\lambda \theta}{\varepsilon f'} (\theta X + f')$ d) $\beta = \frac{\varepsilon}{\lambda f'} (X - \theta f')$

d)
$$\beta = \frac{\varepsilon}{\lambda f'} (X - \theta f')$$

22. Exprimer la demi largeur à la base, δX_2 , du maximum principal de la figure de diffraction dans le

a)
$$\delta X_2 = \theta \frac{\varepsilon f'}{\lambda}$$

b)
$$\delta X_2 = \frac{\epsilon \lambda}{\Omega f}$$

a)
$$\delta X_2 = \theta \frac{\epsilon f'}{\lambda}$$
 b) $\delta X_2 = \frac{\epsilon \lambda}{\theta f'}$ c) $\delta X_2 = \theta \pi \frac{\epsilon f'}{\lambda}$ d) $\delta X_2 = \frac{\lambda f'}{\epsilon}$

d)
$$\delta X_2 = \frac{\lambda f'}{\varepsilon}$$

On observe maintenant l'intensité diffractée par la fente F lorsqu'elle est éclairée simultanément par les deux sources S₁ et S₂. On admet que les deux figures de diffraction sont séparées dans le plan focal FXY si la distance ℓ entre les deux maxima principaux est au moins égale à la demi largeur à la base de ces maxima (critère de Rayleigh). Exprimer le pouvoir séparateur de la lentille défini comme étant la plus petite valeur θ_0 de θ donnant deux figures de diffraction séparées.

a)
$$\theta_0 = \frac{\lambda}{\varepsilon}$$

b)
$$\theta_0 = \pi \frac{\lambda}{\varepsilon}$$
 c) $\theta_0 = \frac{\varepsilon}{\lambda}$ d) $\theta_0 = \pi \frac{\varepsilon}{\lambda}$

c)
$$\theta_0 = \frac{\varepsilon}{\lambda}$$

d)
$$\theta_0 = \pi \frac{\epsilon}{\lambda}$$

Un corps solide indéformable de masse m = 0,1 kg, de capacité thermique massique c = 460 SI, en équilibre à la température $T_i = 350 \text{ K}$, est placé dans un thermostat réglé à la température $T_0 = 280 \text{ K}$.

Dans le Système International (SI), la capacité thermique massique s'exprime en :

a)
$$J^{-1}$$
.K.kg

c)
$$J.K^{-1}.kg^{-1}$$

Calculer numériquement la variation d'énergie interne ΔU du corps lorsqu'il a atteint son nouvel 25. état d'équilibre.

a)
$$\Delta U = -5.32 \text{ kJ}$$

b)
$$\Delta U = -3.22 \text{ kJ}$$

c)
$$\Delta U = -12.47 \text{ kJ}$$

d)
$$\Delta U = -7.36 \text{ kJ}$$

Calculer numériquement la variation ΔS de son entropie.

a)
$$\Delta S = -17.5 \text{ J.K}^{-1}$$

b)
$$\Delta S = 32.2 \text{ J.K}^{-1}$$

c)
$$\Delta S = 5.7 \text{ J.K}^{-1}$$

d)
$$\Delta S = -10.3 \text{ J.K}^{-1}$$

27. Calculer l'entropie échangée, S^e , lors de cette évolution entre le corps et le thermostat. a) $S^e = -11.5 \text{ J.K}^{-1}$ b) $S^e = 0 \text{ J.K}^{-1}$ c) $S^e = 2.7 \text{ J.K}^{-1}$ d) $S^e = -2.7 \text{ J.K}^{-1}$

a)
$$S^e = -11.5 \text{ J K}^-$$

$$h \setminus S^e = 0 \mid K^{-1}$$

c)
$$S^{e} = 2.7 \text{ I K}^{-}$$

d)
$$S^e = -2.7 \text{ J K}^{-1}$$

28. Calculer l'entropie produite, S^p, lors de cette évolution.

a)
$$S^p = 0 J.K^{-1}$$

b)
$$S^p = 1.2 \text{ J.K}^{-1}$$

c)
$$S^p = -17,15 \text{ J.K}^{-1}$$
 d) $S^p = 13,7 \text{ J.K}^{-1}$

d)
$$S^p = 13.7 \text{ J.K}^-$$

Une onde électromagnétique non plane se propage dans le vide suivant la direction de l'axe Oz d'un trièdre trirectangle Oxyz. Les composantes du champ électrique E dans la base B associée au trièdre s'écrivent, en notation complexe :

$$\underline{\mathbf{E}} = (\underline{\mathbf{E}}_{x} = \mathbf{E}_{0x}(\mathbf{x}) \exp(\mathbf{i}(\omega t + \varphi(z))), \underline{\mathbf{E}}_{y} = 0, \underline{\mathbf{E}}_{z} = \mathbf{E}_{0z}(\mathbf{x}) \exp(\mathbf{i}(\omega t + \varphi(z) + \varphi_{0}))$$

Les fonction $E_{0x}(x)$ et $E_{0z}(x)$ sont des fonctions réelles de la variable x, $\varphi(z)$ est une fonction réelle de la variable z et φ_0 est une constante réelle positive. L'équation de Maxwell-Gauss permet d'écrire l'équation différentielle:

$$\frac{dE_{0x}(x)}{dx} + i f(x, z) exp(i\varphi_0) = 0$$

Exprimer la fonction réelle f(x,z).

a)
$$f(x,z) = E_{0x}(x) \frac{d\varphi(z)}{dz}$$

b)
$$f(x,z) = E_{0z}(x) \frac{d\varphi(z)}{dz}$$

c)
$$f(x,z) = -E_{0z}(x) \frac{d^2 \varphi(z)}{dz^2}$$

d)
$$f(x,z) = -E_{0x}(x)\phi(z)$$

30. De cette équation différentielle et si l'on ne considère que l'intervalle $[0; \pi]$, on peut déduire que :

a)
$$\phi_0 = 0$$

b)
$$\varphi_0 = \pi$$

c)
$$\phi_0 = \pi/2$$

d)
$$\omega_0 = \pi/4$$

On définit une constante réelle positive k et l'on suppose que $\frac{d\phi(z)}{dz}$ < 0 . Si l'on prend l'origine des phases en z = 0, on déduit de l'équation différentielle précédente que :

a)
$$\varphi(z) = -k^2z$$

b)
$$\varphi(z) = -kz^2$$

c)
$$\varphi(z) = -kz$$

d)
$$\varphi(z) = -k^2 z^2$$

En utilisant les résultats précédents et l'équation de propagation du champ électrique, on obtient les équations différentielles suivantes :

$$\frac{d^{2}E_{0x}(x)}{dx^{2}} + k_{0}^{2} E_{0x}(x) = 0 \quad \text{et} \quad \frac{d^{2}E_{0z}(x)}{dx^{2}} + k_{0}^{2} E_{0z}(x) = 0$$

On désigne par c la vitesse de propagation des ondes électromagnétiques dans le vide. Exprimer k_0^2 et $k_0^{\prime 2}$.

a)
$$k_0^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - k^2$$
 et $k_0'^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - k^2$

b)
$$k_0^2 = \frac{\omega^2}{c^2} + k^2$$
 et $k_0'^2 = \frac{\omega^2}{c^2} + k^2$

c)
$$k_0^2 = \frac{\omega^2}{c^2} + k^2$$
 et $k_0^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - k^2$

d)
$$k_0^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - k^2$$
 et $k'_0^2 = \frac{\omega^2}{c^2} + k^2$

164 ICNA - SESSION 2005

33. L'onde ne peut exister dans tout l'espace que si :

- d) $\omega \neq kc$

Le champ magnétique B, associé à l'onde, a pour composantes, en notation complexe, dans la base B:

a)
$$\left(\underline{B}_x = 0, \underline{B}_y = i \frac{E_{0z}(x)}{c^2} \exp(i(\omega t + \varphi(z))), \underline{B}_z = 0\right)$$

b)
$$\left(\underline{B}_x = 0, \underline{B}_y = i \frac{\omega}{kc^2} E_{0x}(x) \exp(i(\omega t + \phi(z))), \underline{B}_z = 0\right)$$

c)
$$\left(\underline{B}_x = 0, \underline{B}_y = \frac{\omega}{kc^2} E_{0x}(x) \exp(i(\omega t + \phi(z))), \underline{B}_z = 0\right)$$

d)
$$\left(\underline{B}_{x} = 0, \underline{B}_{y} = \frac{E_{0x}(x)}{c^{2}} exp(i(\omega t + \phi(z))), \underline{B}_{z} = 0\right)$$

On considère une lentille mince convergente \mathcal{L} de centre optique O et de distance focale image f ' = 1 m. Déterminer la distance algébrique OA₀ d'un objet A₀B₀ (A₀ étant sur l'axe optique) pour laquelle le grandissement transversal G de la lentille est G = -1.

- a) $OA_o = -2m$
- b) $OA_0 = -1m$
- c) $\overline{OA}_0 = 0.5$ m
- d) $\overline{OA}_0 = 1m$

Calculer la position \overline{OA}_i par rapport à O de l'image A_i correspondante.

- b) $OA_1 = 0.75m$
- c) $OA_i = -1m$

Un miroir sphérique concave de sommet S et de centre C donne d'un objet A₀B₀ une image A_iB_i de même sens et de même dimension que l'objet. Déterminer la position correspondante SA ol de l'objet par rapport à S.

- a) $\overline{SA}_{o1} = 0$
- b) $\overline{SA}_{ol} = \overline{SC}$
- c) $\overline{SA}_{ol} = 2\overline{SC}$ d) $\overline{SA}_{ol} = \frac{1}{2}\overline{SC}$

Le miroir sphérique donne maintenant du même objet A₀B₀ une image A_iB_i de même dimension que l'objet mais renversée. Déterminer la position correspondante \overline{SA}_{02} de l'objet par rapport à S.

- a) $\overline{SA}_{o2} = 0$

- b) $\overline{SA}_{02} = \overline{SC}$ c) $\overline{SA}_{02} = 2\overline{SC}$ d) $\overline{SA}_{02} = \frac{1}{2}\overline{SC}$

L'objet A_oB_o est à nouveau placé à la distance algébrique OA_o pour laquelle le grandissement transversal de la lentille est G = -1. Le sommet du miroir est disposé à une distance $\overline{OS_1}$ du centre optique de L de façon à ce que le système lentille/miroir donne de AoBo une image droite (de même sens que l'objet) et contenue dans le plan de l'objet. Donner la valeur de OS1.

- a) $OS_1 = 0$
- b) $\overline{OS}_1 = 2m$
- c) $\overline{OS}_1 = 1m$
- d) $\overline{OS}_1 = 0.5 \text{m}$

On déplace le miroir jusqu'à une position \overline{OS}_2 telle que le système lentille/miroir donne de A_oB_o une image renversée contenue dans le même plan que l'objet. On mesure le déplacement $S_1S_2 = 1m$. En déduire la distance focale image f'_m = $\overline{SF'}$ du miroir sachant que F' désigne le foyer image du miroir et que les distances algébriques sont comptées positivement dans le sens de la lumière incidente sur le

- a) $f'_{m} = -100cm$
- b) $f'_m = -75$ cm c) $f'_m = -50$ cm d) $f'_m = -25$ cm