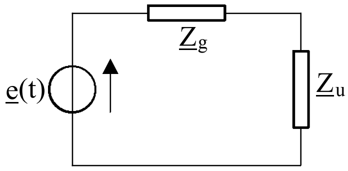
ICNA - SESSION 2006
ÉPREUVE OPTIONNELLE DE PHYSIQUE
ÉNONCÉ

Questions liées.

[1,2,3,4,5,6,7,8] [9,10,11,12,13,14] [15,16,17,18,19,20,21] [22,23,24,25,26,27] [28,29,30,31,32] [33,34,35,36,37,38,39,40]

1. Un générateur d'impédance interne $\underline{Z}_g = R_g + jX_g$, de force électromotrice sinusoïdale $e(t) = E_0 \cos(\omega t)$, de valeur maximale E_0 et de pulsation ω, de représentation complexe $\underline{e}(t) = E_0 \exp(j\omega t)$, alimente une charge d'impédance $\underline{Z}_u = R_u + jX_u$ (*figure ci-contre*). Exprimer la puissance moyenne sur une période $\mathcal{P}_u$ absorbée par la charge d'impédance $\underline{Z}_u$.



a) $\mathcal{P}_u = \dfrac{R_g E_0^2}{2\left[(R_u + R_g)^2 + (X_u + X_g)^2\right]}$

b) $\mathcal{P}_u = \dfrac{E_0\sqrt{R_g^2 + R_u^2}}{2\left[(R_u - R_g)^2 + (X_u - X_g)^2\right]}$

c) $\mathcal{P}_u = \dfrac{R_u E_0^2}{2X_u\sqrt{(R_u - 2R_g)^2 + (X_u - 2X_g)^2}}$

d) $\mathcal{P}_u = \dfrac{R_u E_0^2}{2\left[(R_u + R_g)^2 + (X_u + X_g)^2\right]}$

2. Exprimer les conditions sur $\underline{Z}_u$ pour que cette puissance ait une valeur maximale $\mathcal{P}_{u\max}$.

a) $R_u = R_g$ et $X_u = -X_g$

b) $R_u = X_g$ et $X_u = R_g$

c) $R_u = -R_g$ et $X_u = X_g$

d) $R_u = 2R_g$ et $X_u = 2X_g$

3. Calculer $\mathcal{P}_{u\max}$.

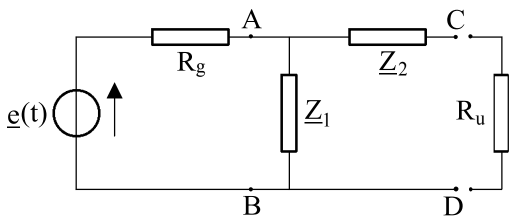
a) $\mathcal{P}_{u\max} = \dfrac{E_0^2}{4X_g^2}$

b) $\mathcal{P}_{u\max} = \dfrac{E_0^2}{2R_g^2}$

c) $\mathcal{P}_{u\max} = \dfrac{E_0^2}{8R_g}$

d) $\mathcal{P}_{u\max} = \dfrac{E_0^2}{2\sqrt{R_g^2 + X_g^2}}$

4. On suppose maintenant que la partie imaginaire de l'impédance interne du générateur est nulle $(X_g = 0)$. Le générateur, de force électromotrice e(t) et de résistance interne R_g, est connecté sur les bornes d'entrée A et B du circuit ABCD représenté sur le schéma de la figure ci-contre. Le circuit est constitué d'éléments purement réactifs : $\underline{Z}_1 = jX_1$ et $\underline{Z}_2 = jX_2$. Calculer l'amplitude complexe $\underline{E}_{th}$ de la force électromotrice du générateur de Thévenin équivalent au circuit, du point de vue des bornes C et D quand aucune charge n'est branchée sur ces bornes.



a) $\underline{E}_{th} = \dfrac{jE_0X_1}{R_g + jX_1}$

b) $\underline{E}_{th} = \dfrac{jE_0X_1}{R_g + j(X_1 + X_2)}$

c) $\underline{E}_{th} = \dfrac{jE_0X_2}{R_g + j(X_1 + X_2)}$

d) $\underline{E}_{th} = \dfrac{jE_0X_2}{R_g + jX_2}$

5. Exprimer l'impédance interne $\underline{Z}_{th}$ du générateur de Thévenin défini dans la question précédente.

a) $\underline{Z}_{th} = \dfrac{jR_g(X_1 + X_2) - X_1X_2}{R_g + jX_1}$ b) $\underline{Z}_{th} = \dfrac{j(X_1 + X_2)^2 - X_1X_2}{R_g + j(X_1 + X_2)}$

c) $\underline{Z}_{th} = \dfrac{jR_gX_1 - X_1X_2}{R_g + j(X_1 + X_2)}$ d) $\underline{Z}_{th} = \dfrac{jX_1(R_g + X_2) - X_1X_2}{R_g + jX_2}$

6. On branche un résistor de résistance R_u $(R_u < R_g)$ entre les bornes de sortie C et D du quadripôle. Calculer les valeurs de X_1 et X_2 pour lesquelles la puissance absorbée par R_u est maximale.

a) $X_1 = R_g\sqrt{\dfrac{R_g + R_u}{R_u}}$ et $X_2 = -\sqrt{R_u(R_g + R_u)}$ b) $X_1 = R_g\sqrt{\dfrac{R_g}{R_g + R_u}}$ et $X_2 = -\sqrt{R_g(R_g + R_u)}$

c) $X_1 = R_u\sqrt{\dfrac{R_g - R_u}{R_u}}$ et $X_2 = \sqrt{R_g(R_g - R_u)}$ d) $X_1 = R_g\sqrt{\dfrac{R_u}{R_g - R_u}}$ et $X_2 = -\sqrt{R_u(R_g - R_u)}$

7. $\underline{Z}_1$ est l'impédance d'une bobine de coefficient d'auto-inductance L et $\underline{Z}_2$ est l'impédance d'un condensateur de capacité C. Calculer les valeurs de C et de L sachant que $\omega = 10^3\,\text{rad.s}^{-1}$, $R_g = 10\text{k}\Omega$ et $R_u = 1\text{k}\Omega$.

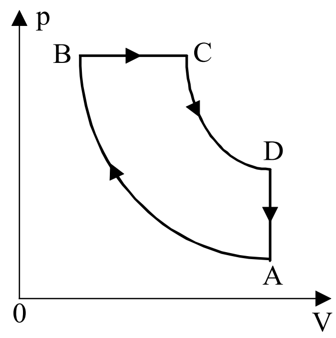
a) $C = 2{,}5\mu\text{F}$ et $L = 112\text{mH}$ b) $C = 400\text{nF}$ et $L = 100\text{mH}$

c) $C = 333\text{nF}$ et $L = 3{,}33\text{H}$ d) $C = 0{,}5\mu\text{F}$ et $L = 300\text{mH}$

8. Calculer le rapport η de la puissance absorbée par R_u dans ces conditions sur la puissance qui serait absorbée par R_u si ce résistor était directement branché sur le générateur.

a) $\eta = 3{,}0$ b) $\eta = 1{,}3$ c) $\eta = 2{,}5$ d) $\eta = 7{,}5$

Dans le fonctionnement d'un moteur Diesel, tout se passe comme si un système fermé constitué de n moles de gaz parfait diatomique décrivait le cycle ABCD représenté sur le diagramme (*pression* p, *volume* V) de la figure ci-contre.



♦ La partie AB du cycle correspond à une compression adiabatique réversible du gaz.

♦ La partie BC correspond à une détente isobare irréversible du gaz se produisant lors de la combustion du carburant.

♦ La partie CD correspond à une détente adiabatique réversible du gaz.

♦ Enfin la partie DA correspond à un refroidissement isochore irréversible du gaz.

Les pressions aux points A et B du cycle valent respectivement $p_A = 10^5\,\text{Pa}$ et $p_B = 21{,}7.10^5\,\text{Pa}$.

Les températures aux points A et C du cycle valent respectivement T_A = 300 K et T_C = 2176 K.

Le volume du gaz au point A vaut $V_A = 2{,}49.10^{-3}\,\text{m}^3$.

On désigne par $\gamma = \dfrac{c_p}{c_V} = 1{,}4$ le rapport des capacités thermiques molaires à pression constante c_p et volume constant c_V.

9. Calculer la température T_B correspondant au point B du cycle.

a) $T_B = 723\text{K}$ b) $T_B = 1320\text{K}$ c) $T_B = 543\text{K}$ d) $T_B = 631\text{K}$

10. Calculer la température TD correspondant au point D du cycle.

a) $T_D = 1702\text{K}$ b) $T_D = 796\text{K}$ c) $T_D = 1404\text{K}$ d) $T_D = 986\text{K}$

11. Calculer ma quantité de chaleur Q_c échangée entre le gaz et le milieu extérieur au cours de la phase de combustion BC.

a) $Q_c = 4{,}22\text{kJ}$ b) $Q_c = 78{,}70\text{kJ}$ c) $Q_c = 17{,}45\text{kJ}$ d) $Q_c = 31{,}17\text{kJ}$

12. Calculer la quantité de chaleur Q_f échangée entre le gaz et le milieu au cours de la phase de refroidissement DA.

a) $Q_f = -2,29 \text{kJ}$ b) $Q_f = -18,34 \text{kJ}$ c) $Q_f = -44,30 \text{kJ}$ d) $Q_f = -7,56 \text{kJ}$

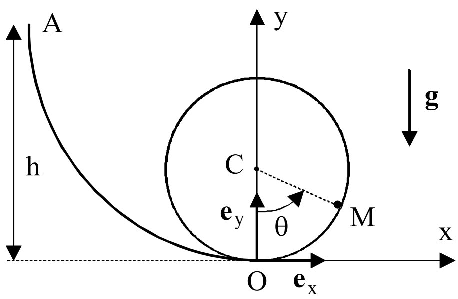
13. Calculer l'efficacité thermodynamique $\eta = \frac{-W}{Q_c}$ définie par le rapport changé de signe du travail W échangé entre le gaz et le milieu extérieur au cours d'un cycle et la quantité de chaleur Q_c mise en jeu au cours de l'opération de combustion BC.

a) $\eta = 0,46$ b) $\eta = 0,53$ c) $\eta = 0.61$ d) $\eta = 0,76$

14. Calculer l'efficacité thermodynamique η_C d'un moteur décrivant de façon réversible un cycle de Carnot et fonctionnant entre deux sources de chaleur de température égales à T_A et T_C.

a) $\eta_C = 0,86$ b) $\eta_C = 0,65$ c) $\eta_C = 0,73$ d) $\eta_C = 0,51$

Une bille assimilée à un point matériel M de masse m, est lâchée sans vitesse initiale depuis le point A d'une gouttière située à une hauteur h du point le plus bas O de la gouttière. Cette dernière est terminée en O par un guide circulaire de rayon a, disposé verticalement. La bille, dont on suppose que le mouvement a lieu sans frottement, peut éventuellement quitter la gouttière vers l'intérieur du cercle. On désigne par $\mathbf{g} = -g\,\mathbf{e}_y$ l'accélération de la pesanteur (*voir figure ci-contre*).



15. Calculer la norme v_0 de la vitesse de la bille en O.

a) $v_0 = \sqrt{2gh}$ b) $v_0 = \sqrt{gh}$ c) $v_0 = 2gh$ d) $v_0 = gh$

16. Exprimer la norme v_M de la vitesse de la bille en un point M quelconque du cercle repéré par l'angle θ.

a) $v_M = \sqrt{2g\left(a\left(\sin\theta+1\right)+2h\right)}$ b) $v_M = \sqrt{g\left(a\left(\sin\theta-1\right)-h\right)}$

c) $v_M = \sqrt{g\left(2a\left(\cos\theta+1\right)+h\right)}$ d) $v_M = \sqrt{2g\left(a\left(\cos\theta-1\right)+h\right)}$

17. On désigne par $\mathbf{e}_r = \frac{\mathbf{CM}}{\|\mathbf{CM}\|}$ le vecteur unitaire porté par le vecteur position **CM** du point M. Écrire l'expression de la réaction $\mathbf{R} = R\,\mathbf{e}_r$ du guide circulaire sur la bille.

a) $\mathbf{R} = -mg\left(\frac{h}{a}+2\cos\theta-1\right)\mathbf{e}_r$ b) $\mathbf{R} = -mg\left(\frac{2h}{a}+3\cos\theta-2\right)\mathbf{e}_r$

c) $\mathbf{R} = -mg\left(\frac{h}{2a}+2\sin\theta-1\right)\mathbf{e}_r$ d) $\mathbf{R} = -mg\left(\frac{h}{a}+\sin\theta-2\right)\mathbf{e}_r$

18. Déterminer la hauteur minimale h_{min} à partir de laquelle il faut lâcher la bille sans vitesse initiale pour qu'elle ait un mouvement révolutif dans le guide.

a) $h_{min} = \frac{3a}{2}$ b) $h_{min} = \frac{5a}{2}$ c) $h_{min} = \frac{7a}{2}$ d) $h_{min} = 2a$

19. On lâche la bille sans vitesse initiale depuis une hauteur $h_0 = 2a$. Calculer, en degrés, la valeur θ_0 de l'angle θ pour laquelle la bille quitte le guide.

a) $\theta_0 = 107,3°$ b) $\theta_0 = 99,6°$ c) $\theta_0 = 131,8°$ d) $\theta_0 = 183,1°$

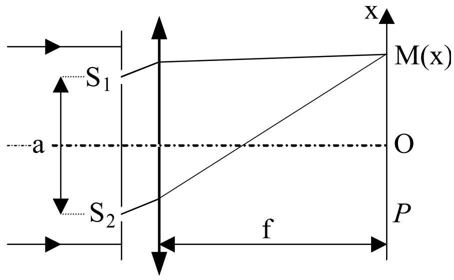
20. Calculer la valeur v_{0x} de la composante suivant l'axe Ox de la vitesse de la bille au moment où elle quitte le guide.

a) $v_{0x} = -\frac{2}{3}\sqrt{\frac{2ga}{3}}$ b) $v_{0x} = -\frac{3}{2}\sqrt{\frac{3ga}{2}}$ c) $v_{0x} = -\frac{1}{3}\sqrt{\frac{ga}{3}}$ d) $v_{0x} = -\frac{5}{2}\sqrt{\frac{5ga}{3}}$

21. Calculer la valeur maximale h_M de la hauteur atteinte dans ces conditions par la bille après qu'elle ait quitté le guide.

a) $h_M = \frac{50}{27}a$ b) $h_M = 2a$ c) $h_M = -\frac{47}{32}a$ d) $h_M = -\frac{38}{29}a$

22. Une onde lumineuse monochromatique plane, d'amplitude ψ_0, de longueur d'onde dans le vide $\lambda = 0,6\mu m$, éclaire, sous incidence normale, un écran opaque percé de deux trous infiniment fins, distants de a = 6 mm. On observe les interférences produites par ces deux sources ponctuelles S_1 et S_2 dans le plan focal image d'une lentille mince convergente de distance focale image f = 1 m (*voir figure ci-contre*).
On désigne par M, tout point de l'axe Ox de l'écran d'observation, d'abscisse x et voisin de O. Exprimer l'éclairement $\mathcal{E}_1(x)$ en M.



a) $\mathcal{E}_1(x) = 4\psi_0^2 \cos^2\left(\pi\frac{ax}{\lambda f}\right)$ b) $\mathcal{E}_1(x) = 2\psi_0^2 \sin^2\left(\pi\frac{ax}{\lambda f}\right)$

c) $\mathcal{E}_1(x) = 2\psi_0^2 \cos^2\left(2\pi\frac{ax}{\lambda f}\right)$ d) $\mathcal{E}_1(x) = 4\psi_0^2 \sin^2\left(2\pi\frac{ax}{\lambda f}\right)$

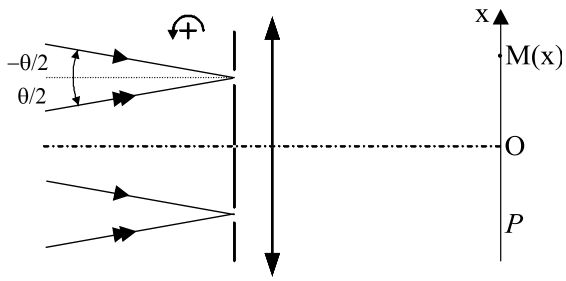
23. Calculer numériquement la valeur i_0 de l'interfrange.

a) i_0 = 0,30 mm b) i_0 = 0,10 mm c) i_0 = 0,50 mm d) i_0 = 0,20 mm

24. L'onde plane arrive maintenant sous l'incidence $\theta_0 = 50''$ d'arc. Exprimer le décalage d des franges correspondant à cette variation de l'angle d'incidence.

a) $d \approx 0,51mm$ b) $d \approx 0,24mm$ c) $d \approx 1,37mm$ d) $d = 0$

25. Le système reçoit maintenant deux ondes planes arrivants sous les incidences respectives $\frac{\theta}{2}$ et $-\frac{\theta}{2}$. Ces ondes proviennent de deux sources monochromatiques indépendantes - donc mutuellement incohérentes - de même longueur d'onde dans le vide $\lambda = 0,6\mu m$ et de même amplitude ψ_0 (*voir figure ci-contre*).
Exprimer l'éclairement $\mathcal{E}_2(x)$ en tout point M(x) de l'écran d'observation.



a) $\mathcal{E}_2(x) = 2\psi_0^2\left(1+\sin\left(\pi\frac{a\theta}{\lambda}\right)\cos\left(2\pi\frac{ax}{\lambda f}\right)\right)$ b) $\mathcal{E}_2(x) = 4\psi_0^2\left(1+\sin\left(2\pi\frac{a\theta}{\lambda}\right)\cos\left(\pi\frac{ax}{\lambda f}\right)\right)$

c) $\mathcal{E}_2(x) = 2\psi_0^2\left(1+2\cos\left(\pi\frac{a\theta}{\lambda}\right)\sin\left(2\pi\frac{ax}{\lambda f}\right)\right)$ d) $\mathcal{E}_2(x) = 4\psi_0^2\left(1+\cos\left(\pi\frac{a\theta}{\lambda}\right)\cos\left(2\pi\frac{ax}{\lambda f}\right)\right)$

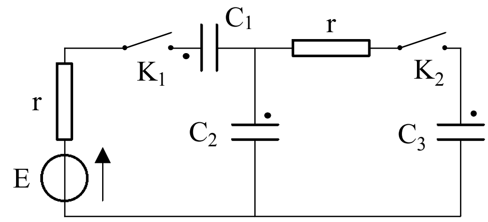
26. Si k est un entier positif ou nul, les valeurs a_k de la distance a entre les trous qui correspondent à un brouillage complet des franges s'écrivent :

a) $a_k = \frac{\lambda}{\theta}(2k+1)$ b) $a_k = \frac{\lambda}{\theta}\left(k+\frac{1}{2}\right)$ c) $a_k = 2k\frac{\lambda}{\theta}$ d) $a_k = k\frac{\lambda}{2\theta}$

27. La plus petite valeur de a pour laquelle les franges disparaissent est $a_0 = 10mm$. Quelle est, dans ce cas, la valeur de θ en secondes d'arc ?

a) $\theta = 6,2''$ b) $\theta = 3,4''$ c) $\theta = 12,5''$ d) $\theta = 27,3''$

28. Le circuit représenté sur le schéma de la figure ci-contre est alimenté par un générateur de tension continue de force électromotrice E. Les condensateurs sont initialement déchargés et les valeurs des capacités sont données par les relations : $C_1 = 2C$, $C_2 = C$ et $C_3 = \frac{C}{3}$ lorsque l'équilibre électrique est atteint. On désigne par charge emmagasinée par un condensateur, la charge portée par l'armature du condensateur repérée par un point sur le schéma.



L'interrupteur K_1 est fermé tandis que l'interrupteur K_2 reste ouvert.
Calculer les charges Q_1, Q_2 et Q_3 emmagasinées respectivement par les condensateurs de capacités C_1, C_2 et C_3 à l'état d'équilibre électrique.

a) $Q_1 = CE$, $Q_2 = 2CE$, $Q_3 = 0$ b) $Q_1 = 2CE$, $Q_2 = CE$, $Q_3 = 0$

c) $Q_1 = \frac{3}{2}CE$, $Q_2 = \frac{3}{2}CE$, $Q_3 = 0$ d) $Q_1 = \frac{2}{3}CE$, $Q_2 = \frac{2}{3}CE$, $Q_3 = 0$

29. Calculer l'énergie électrostatique totale $\mathcal{E}$ du système constitué par les trois condensateurs.

a) $\mathcal{E} = \frac{1}{4}CE^2$ b) $\mathcal{E} = \frac{2}{3}CE^2$ c) $\mathcal{E} = \frac{3}{2}CE^2$ d) $\mathcal{E} = \frac{1}{3}CE^2$

30. On ouvre l'interrupteur K_1 puis on ferme l'interrupteur K_2. Calculer les charges Q'_1, Q'_2 et Q'_3 emmagasinées respectivement par les condensateurs de capacités C_1, C_2 et C_3 lorsque le nouvel état d'équilibre est atteint.

a) $Q'_1 = \frac{2}{3}CE$, $Q'_2 = \frac{1}{2}CE$, $Q'_3 = \frac{1}{6}CE$ b) $Q'_1 = \frac{1}{3}CE$, $Q'_2 = \frac{3}{2}CE$, $Q'_3 = \frac{1}{4}CE$

c) $Q'_1 = \frac{1}{3}CE$, $Q'_2 = \frac{1}{3}CE$, $Q'_3 = \frac{1}{3}CE$ d) $Q'_1 = \frac{2}{3}CE$, $Q'_2 = \frac{1}{4}CE$, $Q'_3 = CE$

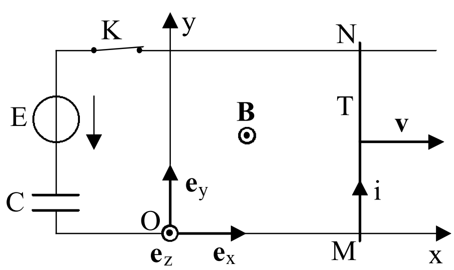
31. Calculer l'énergie électrostatique totale $\mathcal{E}'$ du système constitué par les trois condensateurs.

a) $\mathcal{E}' = \frac{5}{9}CE^2$ b) $\mathcal{E}' = \frac{7}{4}CE^2$ c) $\mathcal{E}' = \frac{3}{2}CE^2$ d) $\mathcal{E}' = \frac{5}{18}CE^2$

32. Le générateur est remplacé par un court-circuit et l'interrupteur K_1 est fermé. L'interrupteur K_2 reste fermé. On désigne par $\mathcal{E}''$ l'énergie électrostatique totale du système constitué par les trois condensateurs lorsque le nouvel état d'équilibre est atteint. Calculer la variation d'énergie électrostatique $\Delta\mathcal{E} = \mathcal{E}'' - \mathcal{E}'$ du système lors de cette dernière opération.

a) $\Delta\mathcal{E} = -\frac{5}{18}CE^2$ b) $\Delta\mathcal{E} = -\frac{7}{4}CE^2$ c) $\Delta\mathcal{E} = 0$ d) $\Delta\mathcal{E} = -\frac{3}{2}CE^2$

33. Une tige conductrice T, de résistance R et de masse m, est mobile sans frottement sur deux rails parallèles à l'axe Ox d'un repère orthonormé direct $\mathcal{R}$ (Oxyz). Ces rails sont situés dans un même plan horizontal xOy et distants de a. La tige est astreinte à se déplacer en restant parallèle à l'axe Oy. On désigne par $\mathbf{v}(t) = v(t)\mathbf{e}_x$ sa vitesse de translation. Les rails sont reliés à un circuit électrique muni d'un interrupteur K et comprenant un générateur de tension continue idéal de force électromotrice E et un condensateur de capacité C.



Le générateur tend à faire circuler un courant i(t) dans la tige dans le sens indiqué sur le schéma de la figure ci-contre. L'ensemble est disposé dans un champ magnétique uniforme et constant dans le temps $\mathbf{B} = B\mathbf{e}_z$ dirigé suivant l'axe Oz. On néglige la résistance des rails et des fils de jonction ainsi que le phénomène d'auto-induction.

L'interrupteur K est fermé à l'instant t = 0, la barre étant initialement au repos et le condensateur déchargé. Montrer que le courant i(t) qui circule dans la tige peut se mettre sous la forme : $i(t) = I_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$.

Exprimer τ.

a) $\tau = \dfrac{mRC}{m + CB^2a^2}$ b) $\tau = \dfrac{RC}{m + CB^2a^2}$ c) $\tau = \dfrac{RC}{1 + CBa^2}$ d) $\tau = \dfrac{RC}{C + B^2a^2}$

34. Exprimer I_0.

a) $I_0 = \dfrac{E}{2R}$ b) $I_0 = \dfrac{2E}{R}$ c) $I_0 = \tau\dfrac{E}{R^2C}$ d) $I_0 = \dfrac{E}{R}$

35. Montrer que la vitesse v(t) de la tige peut s'écrire : $v(t) = v_0\left(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right)$. Exprimer v_0.

a) $v_0 = \dfrac{BaE\tau}{mR}$ b) $v_0 = \dfrac{BaE}{mR\tau}$ c) $v_0 = \dfrac{BaE\tau^2}{mR^2C}$ d) $v_0 = \dfrac{BaERC^2}{m\tau}$

36. Calculer l'énergie $\mathcal{E}_g$ fournie par le générateur entre les instants t = 0 et $t = \infty$.

a) $\mathcal{E}_g = \dfrac{2\tau E^2}{R}$ b) $\mathcal{E}_g = \dfrac{\tau E^2}{R}$ c) $\mathcal{E}_g = \dfrac{\tau E^2}{2R}$ d) $\mathcal{E}_g = \dfrac{\tau^2E^2}{R^2C}$

37. Calculer l'énergie $\mathcal{E}_C$ emmagasinée par le condensateur entre les instants t = 0 et $t = \infty$.

a) $\mathcal{E}_C = \dfrac{\tau^2E^2}{2R^2C}$ b) $\mathcal{E}_C = \dfrac{\tau E^2}{2R}$ c) $\mathcal{E}_C = \dfrac{\tau E^2}{R}$ d) $\mathcal{E}_C = \dfrac{RC^2E^2}{2\tau}$

38. Calculer l'énergie $\mathcal{E}_J$ dissipée sous forme de chaleur par effet Joule dans la résistance de la tige entre les instants t = 0 et $t = \infty$.

a) $\mathcal{E}_J = \dfrac{RC^2E^2}{2\tau^2}$ b) $\mathcal{E}_J = \dfrac{\tau E^2}{R}$ c) $\mathcal{E}_J = \dfrac{\tau^2E^2}{2R^2C}$ d) $\mathcal{E}_J = \dfrac{\tau E^2}{2R}$

39. Calculer le travail W des forces de Laplace entre les instants t = 0 et $t = \infty$.

a) $W = \dfrac{1}{2m}\left(\dfrac{BaE\tau}{R}\right)^2$ b) $W = \dfrac{1}{m}\left(\dfrac{BaE}{R^2C}\right)^2$ c) $W = \dfrac{\tau}{2m}\left(\dfrac{BaE}{2R}\right)^2$ d) $W = \dfrac{2m}{\tau}\left(\dfrac{BaE\tau}{RC}\right)^2$

40. Effectuer un bilan d'énergie et montrer que l'on peut écrire :

a) $W = \mathcal{E}_g + \mathcal{E}_J + \mathcal{E}_C$ b) $\mathcal{E}_C = \mathcal{E}_g + \mathcal{E}_J + W$ c) $\mathcal{E}_J = \mathcal{E}_g + \mathcal{E}_C + W$ d) $\mathcal{E}_g = \mathcal{E}_C + \mathcal{E}_J + W$