

Corrigé

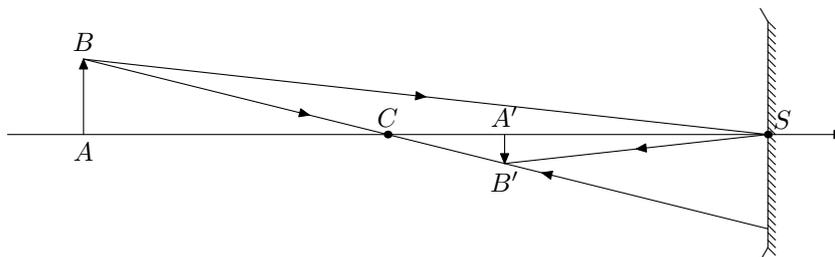
A. Optique

1) stigmatisme : l'image d'un point est un point.

aplanétisme : l'image d'un petit segment perpendiculaire à l'axe optique est un segment perpendiculaire à l'axe optique.

2) Le rayon passant par C fait un aller retour sur la droite BS car l'angle d'incidence sur la surface du miroir est nul.

Le rayon passant par S est réfléchi symétriquement par rapport à l'axe optique car cet axe correspond, pour ce rayon, à la normale au plan d'incidence.



3) L'application du théorème de Thalès

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} = \frac{\overline{CA'}}{\overline{CA}},$$

permet d'écrire

$$\frac{\overline{CA'}}{\overline{SA'}} = -\frac{\overline{CA}}{\overline{SA}}.$$

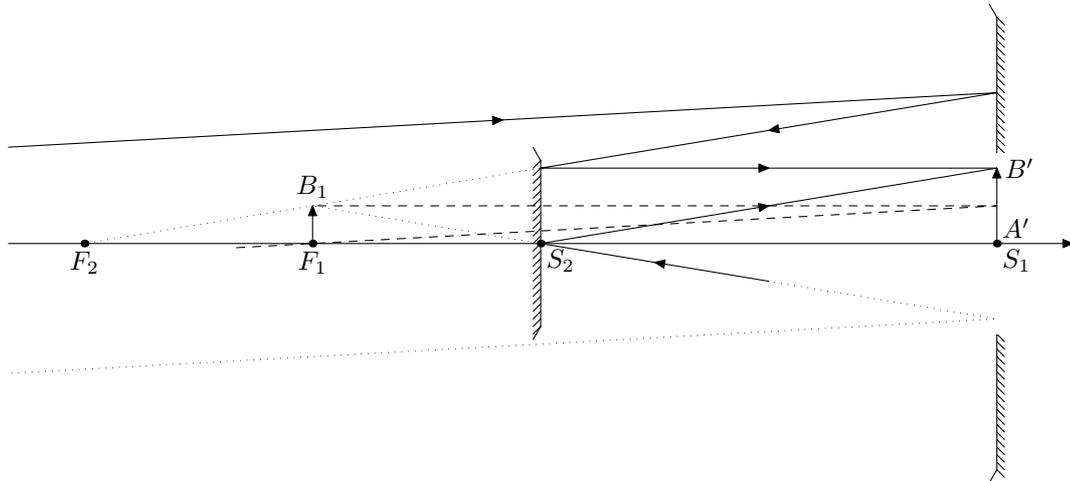
En décomposant $\overline{CA'} = \overline{CS} + \overline{SA'}$ et $\overline{CA} = \overline{CS} + \overline{SA}$ puis en divisant par \overline{CS} , on établit la formule de conjugaison demandée.

4) Le foyer objet est le point situé sur l'axe optique donnant une image à l'infini. En posant $\overline{SA'} = \pm\infty$ dans les formules de conjugaison, ce point existe, il est tel que $\overline{SF} = \frac{1}{2}\overline{SC}$.

De même, le foyer image est l'image d'un point situé à l'infini ($\overline{SA} = \pm\infty$), ce point est confondu avec le foyer objet $F' = F$.

5) L'image intermédiaire est indépendante de l'existence ou non du miroir M_2 et du trou effectué sur M_1 pourvu que des rayons incidents atteignent la surface du miroir M_1 . Comme les rayons sont parallèles, l'image $\overline{A_1B_1}$ est située dans le plan focal image de M_1 (PFI₁). Pour situer B_1 dans ce plan il suffit de considérer le rayon fictif (en pointillés sur la figure) passant par F_1 qui se réfléchit sur M_1 parallèlement à l'axe optique. Son intersection avec le PFI₁ donne B_1 . Comme $F_1S_1 = 9$ cm et vu l'inclinaison α on a $A_1B_1 = 0,5$ cm.

Pour construire l'image finale, on peut considérer le rayon incident sur M_2 dont le prolongement passe par B_1 et F_2 , ce rayon se réfléchit parallèlement à l'axe optique. On peut d'autre part considérer le rayon fictif (partiellement dessiné sur la figure) passant par S_2 dont le prolongement passe par B_1 ; ce rayon se réfléchit symétriquement par rapport à l'axe optique. Les deux rayons envisagés se coupent en B' dans le plan de S_1 avec $A'B' = 1$ cm.



6) La formule de conjugaison appliquée aux deux points F_1 et S_1 conjugués par M_2 donne

$$\frac{1}{D} + \frac{1}{D - f_1} = -\frac{1}{f_2}$$

qui conduit à une équation du second degré en D dont la seule racine positive est

$$D = \frac{\sqrt{f_1^2 + 4f_2^2} + f_1 - 2f_2}{2}.$$

Pour $f_1 \gg f_2$, $D \approx f_1$.

7) $\overline{A_1 B_1} = f_1 \tan \alpha \approx f_1 \alpha$

D'après la formule du grandissement du second miroir

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A_1 B_1}} = -\frac{\overline{S_2 S_1}}{\overline{S_2 F_1}} = \frac{D}{f_1 - D}.$$

La taille de l'image finale sera

$$\overline{A'B'} = \gamma f_1 \alpha = f_1 \frac{f_1 - 2f_2 + \sqrt{f_1^2 + 4f_2^2}}{f_1 + 2f_2 - \sqrt{f_1^2 + 4f_2^2}} \alpha = f_1 (u + \sqrt{u^2 + 1}) \alpha, \quad \text{avec } u = \frac{f_1}{2f_2}.$$

Pour $f_1 \gg f_2$, cette expression se simplifie en

$$\overline{A'B'} \approx f_1 \alpha \frac{f_1}{f_2}$$

8) $\overline{A_1 B_1} = 0,4 \text{ mm}$ et $\overline{A'B'} = 8 \text{ mm}$.

B. Électricité

9) À $t = 0^-$ le circuit est depuis $t = -\infty$ sous la tension $U(t) = 0$; il a donc atteint son régime permanent. Le condensateur se comporte alors comme un interrupteur ouvert, $i(0^-) = 0$, et la bobine comme un interrupteur fermé. Le courant étant nul dans la résistance, la tension aux bornes du condensateur est donc nulle et $q(0^-) = 0$.

- 10) Pour $t > 0$ la loi des mailles donne $E = Ri + Ldi/dt + q/C$ avec $i = dq/dt$, on en déduit l'équation différentielle

$$\frac{d^2q}{dt^2} + 2\gamma\frac{dq}{dt} + \omega_0^2q = \frac{E}{L}.$$

D'après la continuité de la charge aux bornes d'un condensateur $q(0^+) = q(0^-) = 0$ et d'après la continuité du courant dans une inductance $i(0^+) = i(0^-) = 0$. Comme $i = dq/dt$, on a $dq/dt(0^+) = 0$.

- 11) Le régime correspondant est le régime pseudo-périodique. Dans ce régime l'équation caractéristique associée à l'équation différentielle possède deux racines complexes conjuguées $-\gamma \pm i\omega$ où

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}.$$

Il en découle une solution générale de l'équation sans second membre du type

$$(A \cos \omega t + B \sin \omega t) e^{-\gamma t},$$

avec A et B deux constantes d'intégration.

Pour obtenir la solution générale de l'équation avec second membre, il faut rajouter une solution particulière que l'on recherche sous forme de constante D . On obtient par identification $D = CE$. La solution générale prend l'expression finale

$$q(t) = (A \cos \omega t + B \sin \omega t) e^{-\gamma t} + CE.$$

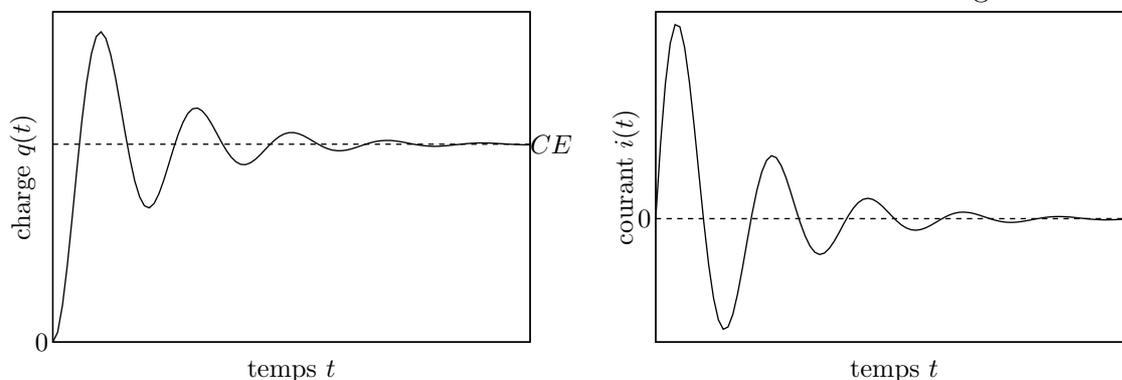
Il ne reste qu'à déterminer A et B à partir des conditions initiales

$$A = -CE, \quad B = -CE \frac{\gamma}{\sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}}.$$

- 12) Le courant s'obtient en dérivant la charge q

$$i(t) = CE \frac{\omega_0^2}{\omega} e^{-\gamma t} \sin \omega t, \quad (\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}).$$

- 13) La charge finale atteinte est CE et le courant final est nul. Ces valeurs se retrouvent facilement en remarquant qu'en régime permanent le condensateur se comporte comme un interrupteur ouvert et la bobine comme un interrupteur fermé. Le courant est alors nul ainsi que les tensions aux bornes de L et R . La tension du condensateur devient E et sa charge CE .



- 14) L'énergie fournie par le générateur s'obtient en intégrant la puissance fournie Ei par le générateur entre $t = 0$ et $t = \infty$. En se rappelant que $i = dq/dt$, cette intégrale se ramène à une simple intégration sur q

$$\mathcal{E}_G = \int_0^\infty E i dt = \int_0^{CE} E dq = CE^2.$$

Pour l'énergie emmagasinée par l'inductance et la capacité, il suffit de faire les différences des énergies stockées dans ces dipôles entre l'instant final et l'instant initial.

$$\mathcal{E}_{LC} = \Delta \left(\frac{1}{2} Li^2 + \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} \right) = \frac{1}{2} CE^2.$$

L'énergie dissipée par effet Joule en découle différence

$$\mathcal{E}_G - \mathcal{E}_{LC} = \frac{1}{2} CE^2.$$

Ces calculs sont indépendants du régime dans lequel se trouve le circuit.

L'énergie fournie par le générateur est deux fois plus grande que celle stockée par la bobine et le condensateur indépendamment de la valeur de la résistance du circuit. Extrapolé à $R = 0$, ce résultat semble contredire le principe de conservation de l'énergie, puisque la seconde moitié d'énergie ne peut plus être dissipée par effet Joule. En fait, pour $R = 0$, le circuit oscille, il n'y a pas de régime permanent et la bobine, comme le condensateur, stocke de l'énergie.

C. Mécanique

- 15) Il existe de nombreux énoncés équivalents du principe d'inertie et de définitions des référentiels galiléens. En voici quelques uns parmi les plus cités :

– Tout corps persévère dans son état de repos ou de mouvement uniforme en ligne droite, à moins qu'il ne soit déterminé à changer cet état par des forces agissant sur lui.

Un référentiel galiléen est un système de coordonnées dans lequel la loi d'inertie est valable.

– Il existe des référentiels où le mouvement libre des corps, c'est à dire soumis à aucune action extérieure, s'effectue à vitesse constante. Ces référentiels sont dits d'inertie ou galiléens.

Le référentiel géocentrique a pour origine le centre de la Terre et ses axes coïncident avec ceux du référentiel de Copernic pointant vers des étoiles lointaines et "fixes". Il constitue une approximation du référentiel de Copernic si les durées d'observation sont très petites devant une année afin de pouvoir le considérer en translation uniforme par rapport au référentiel de Copernic.

- 16) Le moment cinétique $\vec{L} = M_S \vec{R} \wedge \vec{v}$. D'après le théorème du moment cinétique sa variation au cours du temps est égale au moment des forces appliquées. Ici, la seule force est la force d'attraction terrestre dirigée suivant O , son moment est nul et \vec{L} se conserve.

- 17) D'après la définition du moment cinétique, le vecteur \vec{OS} est toujours perpendiculaire à \vec{L} . Ce vecteur étant constant, le point S est située dans le plan perpendiculaire à \vec{L} contenant O .

- 18) Pour un mouvement circulaire $\vec{v} = \vec{\omega} \wedge \vec{R}$ et $\vec{\omega}$ est perpendiculaire à \vec{R} . Il s'ensuit que $\vec{L} = M_S R^2 \vec{\omega}$ ce qui montre que $\vec{\omega}$ est un vecteur constant.

- 19) Le principe fondamental appliqué à la station en rotation uniforme donne

$$M_S R \omega^2 = \frac{GM_S M_T}{R^2},$$

et

$$\omega = \sqrt{\frac{GM_T}{R^3}}.$$

20) On utilise l'expression de $g_0 = GM_T/R_T^2$ pour calculer

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{R_T}{g_0}} \left(\frac{R}{R_T}\right)^{3/2} \approx 1 \text{ h } 30'.$$

21) K' n'est pas en translation rectiligne uniforme par rapport à K .

22) Le point coïncident est le point P qui coïncide à l'instant considéré avec M mais qui est immobile dans K' . Ce point repéré par le vecteur $\vec{r} + \vec{R}$ dans le référentiel géocentrique tourne à la vitesse angulaire ω , d'après une formule de cinématique, son accélération s'écrit

$$\vec{a}_e = \vec{\omega} \wedge \{\vec{\omega} \wedge (\vec{r} + \vec{R})\} = -\omega^2(\vec{r} + \vec{R}).$$

La force d'inertie associée est

$$\vec{f}_e = -m\vec{a}_e = m\omega^2(\vec{r} + \vec{R}).$$

23) Si la particule est en mouvement, elle est soumise à la force de Coriolis

$$\vec{f}_c = -2m\vec{\omega} \wedge \vec{v} = -2m\vec{\omega} \wedge \vec{v}.$$

24) La force d'attraction sur la particule est

$$\vec{F} = -GmM_T \frac{(\vec{R} + \vec{r})}{\|\vec{R} + \vec{r}\|^3}$$

Comme

$$\|\vec{R} + \vec{r}\|^2 = R^2 + 2\vec{r} \cdot \vec{R} + r^2 \approx R^2 + 2\vec{r} \cdot \vec{R},$$

alors

$$\|\vec{R} + \vec{r}\|^{-3} = (\|\vec{R} + \vec{r}\|^2)^{-3/2} \approx R^{-3} \left(1 - 3\frac{\vec{r} \cdot \vec{R}}{R^2}\right) = R^{-3} \left(1 - 3\frac{x}{R}\right),$$

et

$$\vec{F} = -m\omega^2(\vec{R} + \vec{r}) \left(1 - 3\frac{x}{R}\right) \approx -m\omega^2(\vec{R} + \vec{r} - 3x\vec{u}_x).$$

25) Le principe fondamental dans le référentiel K' s'écrit

$$m\ddot{\vec{r}} = \vec{F} + m\omega^2(\vec{R} + \vec{r}) - 2m\vec{\omega} \wedge \vec{v} = 3m\omega^2 x \vec{u}_x - 2m\vec{\omega} \wedge \vec{v}.$$

Sa projection sur les axes xy conduit au système différentiel

$$\begin{cases} \ddot{x} - 2\omega\dot{y} - 3\omega^2 x = 0, \\ \ddot{y} + 2\omega\dot{x} = 0. \end{cases}$$

26) À l'instant initial $x(0) = y(0) = 0$, $\dot{x}(0) = -v_0$ et $\dot{y}(0) = 0$.

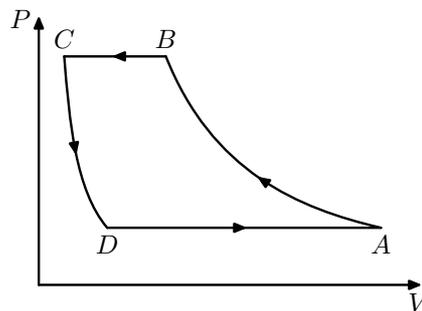
L'intégration de la seconde équation donne $\dot{y} = -2\omega x$. Après avoir reporté cette expression dans la première équation il vient $\ddot{x} + \omega^2 x = 0$. Après intégration

$$x = -\frac{v_0}{\omega} \sin \omega t, \quad y = \frac{2v_0}{\omega} (1 - \cos \omega t).$$

La trajectoire est l'équation paramétrée d'une ellipse de centre $(0, 2v_0/\omega)$, de demi grand axe $2v_0/\omega$, de demi petit axe v_0/ω et parcourue en une période $T = 2\pi/\omega$. Au bout d'une rotation de la station la balle revient à sa position initiale à des termes de second ordre près.

D. Pompe à chaleur

27)



28) En appliquant les lois de Laplace aux deux adiabatiques AB et CD on obtient :

$$T_B = T_0 a^\beta = 448 \text{ K}, \quad T_D = T_1 / a^\beta = 188 \text{ K}.$$

29) L'efficacité de la pompe à chaleur est $e = -Q_{BC}/W$ où W est le travail reçu sur un cycle. D'après le premier principe $W = -Q_{BC} - Q_{DA}$ et

$$e = \frac{1}{1 + Q_{DA}/Q_{BC}}.$$

Les quantités de chaleurs Q_{BC} et Q_{DA} étant échangées à pression constante

$$Q_{DA} = n c_p (T_0 - T_D), \quad Q_{BC} = n c_p (T_1 - T_B) = -Q_{DA} a^\beta.$$

L'efficacité prend l'expression

$$e = \frac{1}{1 - a^{-\beta}} = 2,71.$$

30) Un cycle de Carnot est un cycle réversible composé de deux adiabatiques réversibles et de deux isothermes T_0 , T_1 sur lesquelles s'effectuent les échanges de chaleur avec les thermostats.

Sur un cycle, la variation d'entropie du fluide est nulle. Ainsi, la variation d'entropie totale coïncide avec la variation d'entropie des deux sources, elle-même nulle, puisque le cycle est réversible

$$-\frac{Q_{BC}}{T_1} - \frac{Q_{DA}}{T_0} = 0,$$

qui donne $Q_{DA}/Q_{BC} = -T_0/T_1$ et

$$e_r = \frac{T_1}{T_1 - T_0} = 19,9.$$

- 31) L'efficacité du cycle de Carnot est supérieure au cycle de Joule car il s'agit d'un cycle réversible (théorème de Carnot).
- 32) Au cours d'un cycle, l'entropie créée correspond à la variation d'entropie des deux sources froide et chaude.

$$s_i = -\frac{Q_{BC}}{T_1} - \frac{Q_{DA}}{T_0} = \frac{R}{\beta} \left\{ x + \frac{1}{x} - 2 \right\}$$

La fonction $si(x)$ est décroissante pour $1 \leq x < 1$ puis croissante pour $x > 1$. Comme $s_i = 0$ en $x = 1$, il s'ensuit que $s_i \geq 0$. Numériquement $s_i = 4,92 \text{ JK}^{-1}\text{mol}^{-1}$.

- 33) En régime permanent ce qui est perdu est compensé par ce qui est fourni, la puissance mécanique cherchée sera $P = \dot{Q}_f/e = 7,4 \text{ kW}$.

E. Structures électroniques

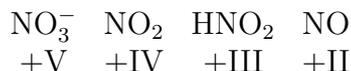
- 34) N : $1s^2 2s^2 2p^3$, O : $1s^2 2s^2 2p^4$.

L'oxygène est légèrement plus électronégatif que l'azote.

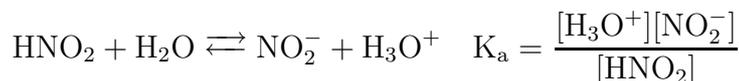
- 35) La molécule de diazote $\bar{\text{N}} \equiv \bar{\text{N}}$ possède une triple liaison covalente.
- 36) Si une des deux formes prévalait sur l'autre, on aurait un moment dipolaire bien trop grand ($\mu = e \times d = 1,9 \times 10^{-29} \text{ C m}$) plus de trente fois supérieur à celui mesuré. Il faut donc envisager la structure réelle de la molécule comme une superposition des deux formes précédentes de sorte que le moment dipolaire de l'une compense en partie celui de l'autre.

F. Solutions aqueuses et oxydo-réduction

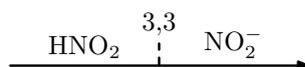
- 37)



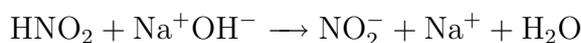
- 38)



- 39)



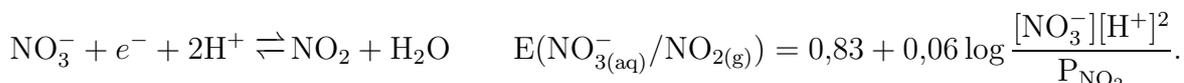
- 40) Avant l'équivalence la conductivité de la solution est principalement liée à l'apparition des ions Na^+ et NO_2^- en concentration égales puisqu'à lieu la réaction



Après l'équivalence, l'acrosissement supplémentaire de conductivité est lié à la présence des ions Na^+ et à l'excès d'ions OH^- en concentration égales.

La variation est plus importante car la conductivité molaire de OH^- est supérieure à celle de NO_2^- .

- 41) La demi-équation rédox du couple $\text{NO}_3^-/\text{NO}_2(\text{g})$ est



42)



de constante d'équilibre

$$K = \frac{[\text{NO}_3^-][\text{NO}_2^-][\text{H}^+]^2}{P_{\text{NO}_2}^2} = 10^{(E(\text{NO}_2/\text{NO}_2^-) - E(\text{NO}_3^-/\text{NO}_2^-)/0,06)} = 2,1$$

43) Pour $\text{pH} = 4$, l'espèce majoritaire est NO_2^- . D'après la réaction de dismutation, $[\text{H}^+] = 2[\text{NO}_3^-] = 2[\text{NO}_2^-]$ et

$$P_{\text{NO}_2} = \frac{[\text{H}^+]^2}{2\sqrt{K}} = 0,33[\text{H}^+]^2 = 3,4 \times 10^{-9} \text{ bar.}$$

La teneur en NO_2 est donc $x_{\text{NO}_2} = 3,4 \times 10^{-9}$ ($3,2 \times 10^{-9}$ si on avait pris en compte la dissociation de l'acide et la réaction d'autoprotolyse de l'eau).

G. Cinétique de décomposition du tétroxyde d'azote

44) Si la réaction est un acte élémentaire, elle obéit à la règle de Van't Hoff, sa vitesse est de la forme

$$v = -\frac{d[\text{N}_2\text{O}_4]}{dt} = k[\text{N}_2\text{O}_4],$$

dont l'intégration donne

$$[\text{N}_2\text{O}_4] = [\text{N}_2\text{O}_4]_0 e^{-kt}.$$

45) Le mécanisme proposé conduit à

$$\frac{d[\text{N}_2\text{O}_4^*]}{dt} = k_2[\text{N}_2\text{O}_4][\text{M}] - k_{-2}[\text{N}_2\text{O}_4^*][\text{M}] - k_1[\text{N}_2\text{O}_4^*].$$

Dans l'approximation de l'état quasi stationnaire (AEQS), on pose que cette vitesse est nulle ce qui permet de calculer

$$[\text{N}_2\text{O}_4^*] = \frac{k_2[\text{N}_2\text{O}_4][\text{M}]}{k_{-2}[\text{M}] + k_1}.$$

46) La vitesse de la réaction se définit à partir de la vitesse d'apparition $[\text{NO}_2]$

$$v = \frac{1}{2} \frac{d[\text{NO}_2]}{dt} = k_1[\text{N}_2\text{O}_4^*] = k[\text{N}_2\text{O}_4],$$

avec

$$k = \frac{k_1 k_2 [\text{M}]}{k_{-2} [\text{M}] + k_1}.$$

47)

$$\begin{aligned} P \rightarrow 0 \quad k &\approx k_0 = k_2[\text{M}] && \text{réaction bimoléculaire,} \\ P \rightarrow \infty \quad k &\approx k_\infty = \frac{k_1 k_2}{k_{-2}} && \text{réaction monomoléculaire.} \end{aligned}$$

À faible pression, la raréfaction du gaz limite le processus de collision sur une molécule M, c'est pourquoi la cinétique est bimoléculaire. Lorsque la pression devient élevée au contraire, la collision sur une molécule quelconque n'est plus un facteur limitant car elles sont très fréquentes, tout se passe alors comme si la cinétique était monomoléculaire.

H. Thermochimie

- 48) Il s'agit de l'enthalpie standard de formation de $\text{NO}_{(g)}$.
- 49) La variation d'enthalpie est d'une manière générale égale à la quantité de chaleur reçue par le système, constitué des gaz en réaction, dans une transformation où l'état initial et final sont en équilibre sous la même pression (ici 1 bar).
D'autre part, $\Delta_f H^0$ est la variation d'enthalpie entre deux états initial et final d'équilibre de même température. La transformation s'effectue au contact d'un thermostat de température 298 K avec lequel est échangée la chaleur Q .
Sous ces conditions, monobare et monotherme, la réaction est endothermique car $\Delta_f H^0 > 0$.
- 50) La variation de ΔH^0 avec la température est, d'après la loi de Kirchhoff liée à la variation des capacités thermiques à pression constante $\Delta_r C_p^0$. Celle-ci est pratiquement nulle car la réaction convertit une mole d'un mélange de gaz diatomiques en une mole d'un gaz lui aussi diatomique.
- 51) $\Delta_r H_1^0 = 34 - 90 = -56 \text{ kJ/mol}$