

<b>Correction</b>
-------------------

<b>Physique</b>
-----------------

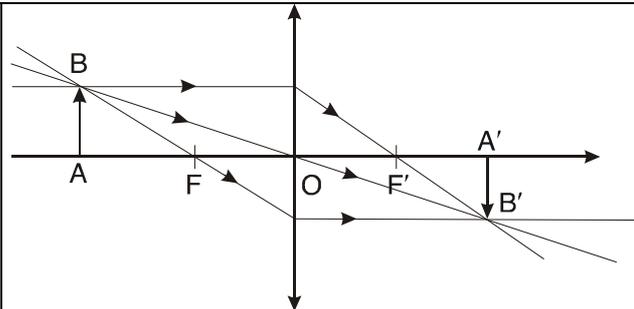
**A. Exercice d'optique : Mesure d'une focale**

A.1.1. Une lentille est mince si l'épaisseur  $e$  est faible devant les deux rayons de courbure des dioptries formant la lentille et devant la distance entre les centres de courbures. Alors, le rayon passant par le centre n'est pas dévié.

L'approximation de Gauss signifie qu'un rayon est **faiblement incliné sur l'axe** et qu'il **intercepte les dioptries à une hauteur  $h$  faible** devant les rayons de courbure.

A.1.2. 
$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$$

A.1.3. 
$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} \stackrel{\text{Thalès}}{=} \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$



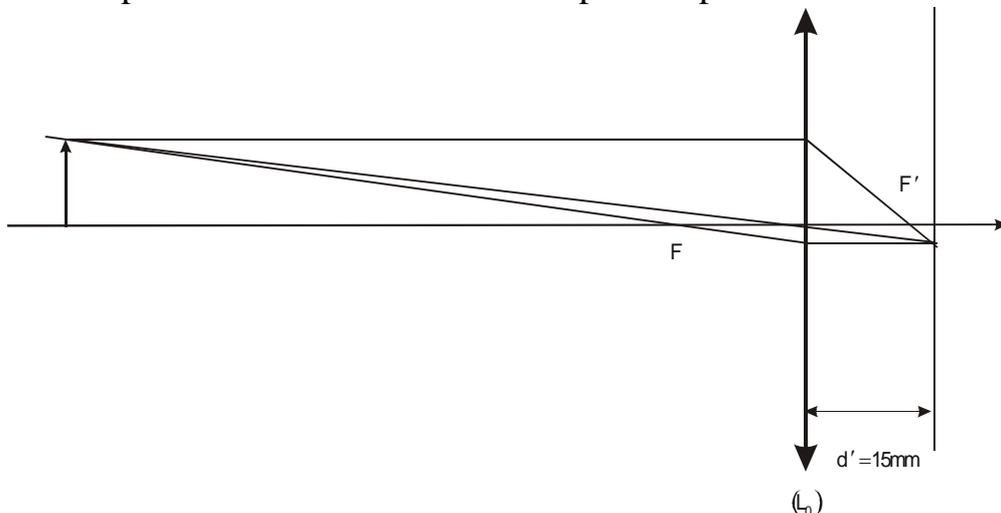
A.2.1. L'objet pour l'œil est à l'infini donc l'image à la sortie de l'oculaire est à l'infini. Le réticule est dans le plan focal de la lentille.  $d = f'_2 = 3\text{cm}$

A.2.2.1  $\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$  d'où  $f' = \frac{\overline{OA'} \cdot \overline{OA}}{\overline{OA} - \overline{OA'}}$ .

au PP,  $\overline{OA} = -d_1$  et  $\overline{OA'} = d'$   $f' = \frac{d'd_1}{d' + d_1} = 1,33\text{cm}$

A.2.2.2. au PR,  $\overline{OA} = -d_2$  et  $\overline{OA'} = d'$  :  $f' = \frac{d'd_2}{d' + d_2} = 1,48\text{cm}$

A.2.2.3. Le rayon passant par B et O donne l'image B' par intersection avec l'écran. Le rayon parallèle à l'axe passe après la lentille en B' et coupe l'axe optique en F'. Le rayon sortant parallèle à l'axe vient de B en passant par F.



A.2.3.1. L'image du réticule à travers l'oculaire est alors située à la distance  $d_2$

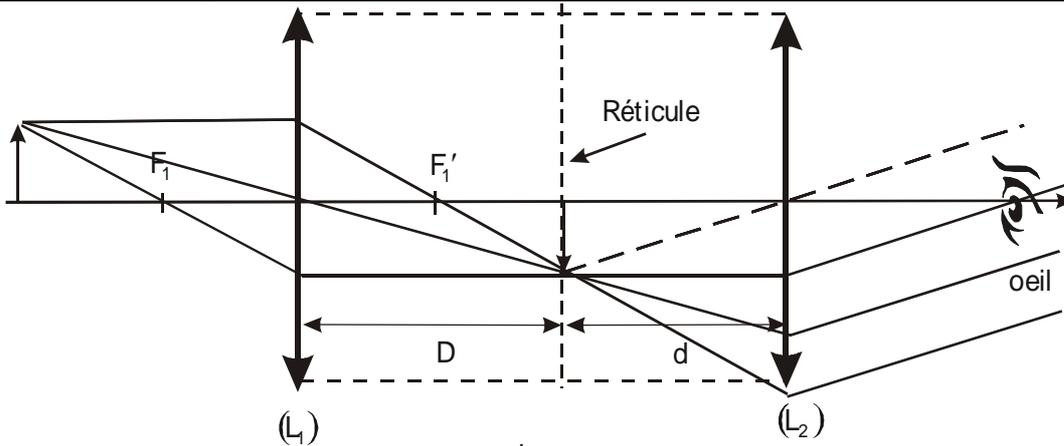
devant l'oculaire.

A.2.3.2.  $-\frac{1}{d_2} + \frac{1}{d} = \frac{1}{f_2'}$  soit  $d = 2,92cm$

A.2.4.1. L'objet doit être dans le plan conjugué du réticule par rapport à  $(L_1)$ .  $\frac{1}{D} - \frac{1}{O_1A} = \frac{1}{f_1'}$  soit  $\frac{1}{O_1A} = \frac{1}{D} - \frac{1}{f_1'} = \frac{f_1' - D}{f_1'D}$  soit  $\overline{O_1A} = \frac{f_1'D}{f_1' - D}$ .

$\overline{O_1A} = \frac{f_1'D}{f_1' - D} = -14cm$ . L'objet doit être à 14 cm devant l'objectif.

A.2.4.2. Non car l'objet est dans le plan conjugué du réticule par rapport à  $(L_1)$ . La modification de la position de l'oculaire permet de voir le réticule donc l'image pour un œil normal ou myope.



A.2.4.3.

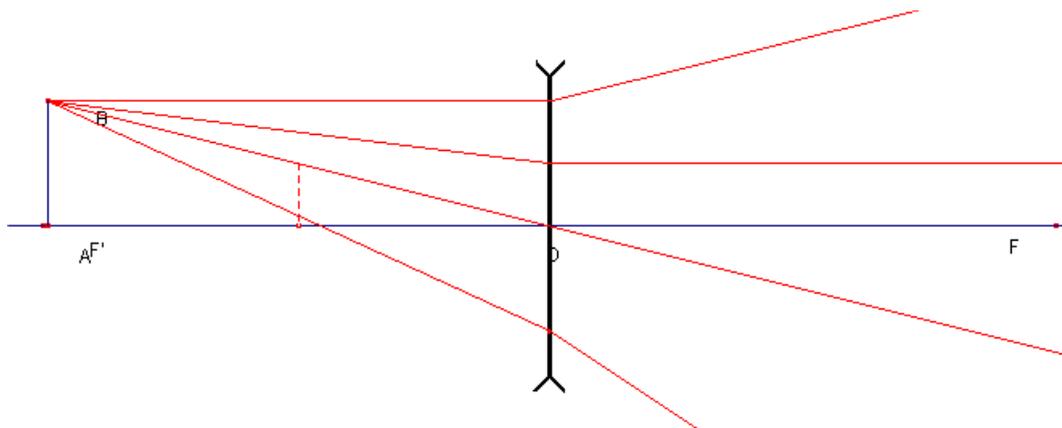
A.2.4.4. Le viseur pointe tout objet à une distance finie du réticule  $\frac{f_1'D}{f_1' - D} + D = 28cm$

A.3.1 La visée s'effectuant à distance fixe,  $\overline{OA} = -x_1 = -20cm$  et  $\overline{OA'} = -x_2 = -10cm$

A.3.2. En appliquant les lois de Descartes,  $\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'}$  alors  $\frac{1}{-10} - \frac{1}{-20} = \frac{1}{f'}$  :

$f' = -20cm$  : La lentille est divergente.

A.3.3.



**B. Exercice d'électricité :**

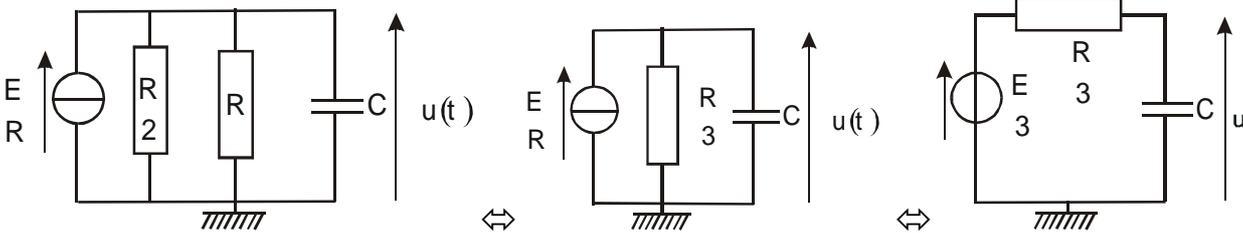
**B.1. Régime transitoire :**

B.1.1. Le condensateur est chargé,  $u(t=0^-) = E$  et tous les courants sont nuls.

B.1.2. Il y a continuité de la tension aux bornes du condensateur donc  $u(t=0^+) = E$  donc  $i_1 = 0$  d'où  $i_2 = -i_1 = 2E/R$ .

B.1.3. En régime permanent constant, le condensateur se comporte comme un interrupteur ouvert donc nous reconnaissons un diviseur de tension  $u = \frac{R/2}{R + R/2} E = \frac{E}{3}$  et  $i_1 = 0$ . Par conséquent,  $i = i_2 = \frac{2E}{3R}$

B.1.4 En utilisant les équivalences Thévenin Norton, il vient :



Nous obtenons un simple circuit  $R'C'$  avec  $C = C'$  et  $R' = \frac{R}{3}$  soumis à  $E/3$

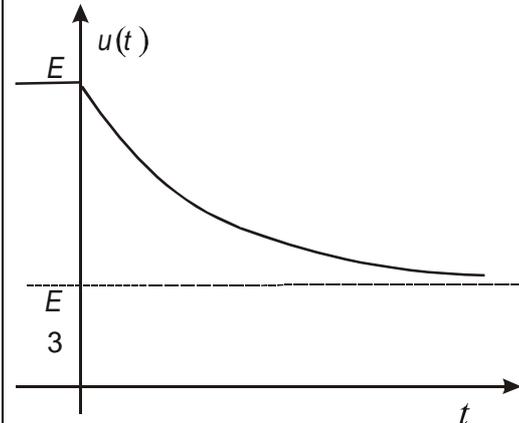
B.1.5. L'équation différentielle est :

$$\frac{E}{3} = u + \frac{RC}{3} \frac{du}{dt}$$

La solution est

$$u(t) = u_\infty + (u_0 - u_\infty) \exp(-t/\tau) = \frac{E}{3} + \left(E - \frac{E}{3}\right) \exp(-t/\tau) = \frac{E}{3} + \frac{2E}{3} \exp(-t/\tau)$$

B.1.6



**B.2. Régime sinusoïdal :**

B.2.1. L'admittance des deux branches en parallèle est  $\underline{Y}_e = \frac{2}{R} + jC\omega = \frac{2 + jRC\omega}{R}$ .

La fonction de transfert est  $\underline{H} = \frac{\underline{Z}_e}{R + \underline{Z}_e} = \frac{1}{R\underline{Y}_e + 1} = \frac{1}{1 + R\left(\frac{2 + jRC\omega}{R}\right)} = \frac{1/3}{1 + jRC\omega/3}$  avec

$$H_0 = 1/3 \text{ et } \omega_0 = 3/RC$$

$$\|\underline{H}\| = \frac{1/3}{\sqrt{1 + (RC\omega/3)^2}} ; \tan(\varphi) = -\frac{RC\omega}{3}$$

B.2.2. La fréquence de coupure correspond à  $\|\underline{H}\| = \frac{1/3}{\sqrt{1 + (RC\omega/3)^2}} = \frac{1/3}{\sqrt{2}}$  soit

$f_c = \frac{\omega_c}{2\pi} = \frac{3}{2\pi RC}$		
B.2.3.1. On lit à la cassure des asymptotes, ou $G_{\max} - 3\text{dB}$ :	$f_c = 200\text{Hz}$	
B.2.3.2. On en déduit	$C = 2,4 \cdot 10^{-6} \text{ F}$	

**C. Exercice de mécanique : Planètes**

C.1.	$\vec{f} = M_p g(r) \vec{e}_r = -\frac{GM_p M_e}{r^2} \vec{e}_r$		
C.2.	Le théorème du moment cinétique donne $\frac{d\vec{L}}{dt} = \overline{OP} \wedge \vec{f} = \vec{0}$ . Le moment cinétique $\vec{L}$ est conservé. Comme $\overline{OM}$ et $\vec{L}$ sont orthogonaux, la trajectoire est plane dans un plan passant par O et orthogonal à la direction Oz :		
	$\vec{v} = \frac{dr}{dt} \vec{e}_r + r \frac{d\theta}{dt} \vec{e}_\theta$		
alors	$\vec{L} = M_p r \vec{e}_r \wedge \left( \frac{dr}{dt} \vec{e}_r + r \frac{d\theta}{dt} \vec{e}_\theta \right) = M_p r^2 \frac{d\theta}{dt} \vec{e}_z : L = M_p r^2 \frac{d\theta}{dt}$		
C.3.1	Le mouvement étant circulaire, il est uniforme car si $r=R$ , $E_p = \text{cte}$ et $E_c = E_m - E_p = \text{cte}$ . $m \frac{d\vec{v}}{dt} \underset{\text{circulaire}}{=} -m \frac{v^2}{R} \vec{e}_r = -\frac{GM_e}{R^2} \vec{e}_r$ alors $v_c = \sqrt{\frac{GM_e}{R}}$		
C.3.2	Comme $v_c = R\omega = R \frac{2\pi}{T}$ , il vient $\frac{T^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{GM_e}$		
C.3.3.	$v_c^6 = \frac{G^3 M_e^3}{R^3} = \frac{4\pi^2 G^3 M_e^3}{GM_e T^2} = \frac{4\pi^2 G^2 M_e^2}{T^2}$ soit $v_c = \sqrt[3]{\frac{2\pi GM_e}{T}}$		
C.3.4.	$E_c = \frac{1}{2} M_p v_c^2 = \frac{1}{2} M_p \left( \frac{2\pi GM_e}{T} \right)^{2/3}$ ; $E_p = -2E_c = -M_p v_c^2 = -M_p \left( \frac{2\pi GM_e}{T} \right)^{2/3}$		
C.4.1.	Montrer que $\vec{e} = -\frac{L}{GM_e M_p} \vec{v} + \vec{e}_\theta$ est constant revient à démontrer que $\frac{d\vec{e}}{dt} = \vec{0}$ . $\frac{d\vec{e}}{dt} = -\frac{L}{GM_e M_p} \frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{d\vec{e}_\theta}{dt} \underset{RFD}{=} -\frac{L}{GM_e M_p} \left( -\frac{GM_e}{r^2} \vec{e}_r \right) - \frac{d\theta}{dt} \vec{e}_r$ $\frac{d\vec{e}}{dt} = \left( \frac{M_p r^2}{GM_e M_p} \frac{d\theta}{dt} \left( \frac{GM_e}{r^2} \right) - \frac{d\theta}{dt} \right) \vec{e}_r = \vec{0}$		
C.4.2.	Comme $\vec{v} = \frac{dr}{dt} \vec{e}_r + r \frac{d\theta}{dt} \vec{e}_\theta$ , $\vec{e} \cdot \vec{e}_\theta = -\frac{L}{GM_e M_p} \vec{v} \cdot \vec{e}_\theta + \vec{e}_\theta \cdot \vec{e}_\theta = -\frac{L}{GM_e M_p} r \frac{d\theta}{dt} + 1 = -\frac{L^2}{GM_e M_p^2 r} + 1$ alors $\vec{e} \cdot \vec{e}_\theta = e \cos(\theta + \pi) = -e \cos(\theta) = -\frac{L^2}{GM_e M_p^2 r} + 1 : \frac{1}{r} = \frac{1 + e \cos(\theta)}{p}$ $e$ est donc l'excentricité et $p = \frac{L^2}{GM_e M_p^2}$ .		
C.4.3.	$e = 0$		
C.4.2.	$L = M_p v_c R$ .		

De $\vec{e} = -\frac{L}{GM_e M_p} \vec{v} + \vec{e}_\theta = 0$ , on déduit $\vec{v} = \frac{GM_e M_p}{L} \vec{e}_\theta$ .		
En module, $v_c = \frac{GM_e M_p}{M_p R v_c}$ soit $v_c = \sqrt{\frac{GM_e}{R}}$ .		

## CHIMIE : Aluminium

Remarques sur le sujet (ayant été prises en compte lors de la notation)

\* p8 - E1.7 : remplacer (ou  $\text{AlO}_2\text{Na}, 4\text{H}_2\text{O}$ ) par (ou  $\text{AlO}_2\text{Na}, 2\text{H}_2\text{O}$ )

\* p10 dans les données :

$$\text{O}_2/\text{H}_2\text{O} \quad E^0 = 1,23\text{V} \quad - \quad \text{H}^+/\text{H}_2\text{O} \quad - \quad E^0 = 0,00\text{V}$$

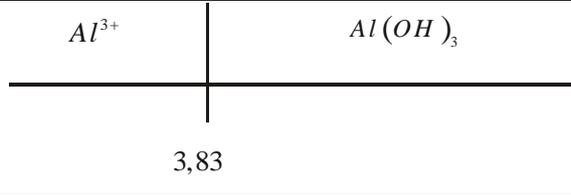
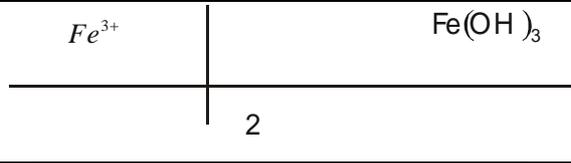
### D. Atome, ion molécule :

D.1 C'est le nombre d'électrons de l'atome. C'est aussi le nombre de protons.		
Al : $(1s)^2 (2s)^2 (2p)^6 (3s)^2 (3p)^1$		
D.2. L'ion le plus probable est $\text{Al}^{3+} (1s)^2 (2s)^2 (2p)^6$ qui a la structure du gaz rare que le précède.		
D.3.1 $2\text{Al} + 3\text{Cl}_2 = 2\text{AlCl}_3$		
D.3.2 La réaction met en évidence le caractère <b>réducteur</b> de l'aluminium. Le caractère <b>réducteur diminue dans une ligne</b> .		
D.4 $\begin{array}{c} \overline{\text{Cl}} - \text{Al} - \overline{\text{Cl}} \\   \\ \overline{\text{Cl}} \end{array}$		

### E. L'aluminium en solution aqueuse:

#### **E.1. Précipitation et complexation :**

E.1.1	$K_1 = \frac{[\text{Al}^{3+}]}{[\text{H}_3\text{O}^+]^3} = \frac{[\text{Al}^{3+}][\text{OH}^-]^3}{[\text{H}_3\text{O}^+]^3[\text{OH}^-]^3} = \frac{K_{s2}}{K_e^3} = 3,16 \cdot 10^9$		
	$K_2 = \frac{[\text{Al}(\text{OH})_4^-]}{[\text{OH}^-]} = \frac{[\text{Al}(\text{OH})_4^-]([\text{Al}^{3+}][\text{OH}^-]^3)}{[\text{OH}^-][\text{Al}^{3+}][\text{OH}^-]^3} = \beta K_{s2} = 7,94$		
E.1.2	Au début de précipitation, $K_{s2} = [\text{Al}^{3+}][\text{OH}^-]^3$ soit $[\text{OH}^-] = \sqrt[3]{K_{s2}/[\text{Al}^{3+}]} = 6,8 \cdot 10^{-11} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ soit $p\text{OH} = 10,17$ et $p\text{H}_1 = 3,83$ On vérifie que $[\text{Al}(\text{OH})_4^-] = K_2 K_e / [\text{H}_3\text{O}^+] = 5,4 \cdot 10^{-10} \ll 0,01$		
E.1.3.	A la fin de précipitation, l'aluminium est sous forme d'aluminate donc $K_2 = \frac{[\text{Al}(\text{OH})_4^-]}{[\text{OH}^-]}$ soit $[\text{OH}^-] = \frac{[\text{Al}(\text{OH})_4^-]}{K_2} = 1,26 \cdot 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ soit $p\text{OH} = 2,9$ et $p\text{H}_2 = 11,1$ On vérifie que $[\text{Al}^{3+}] = K_1 [\text{H}_3\text{O}^+]^3 = 3,16 \cdot 10^9 (8 \cdot 10^{-12})^3 = 1,6 \cdot 10^{-24} \ll 0,01$		

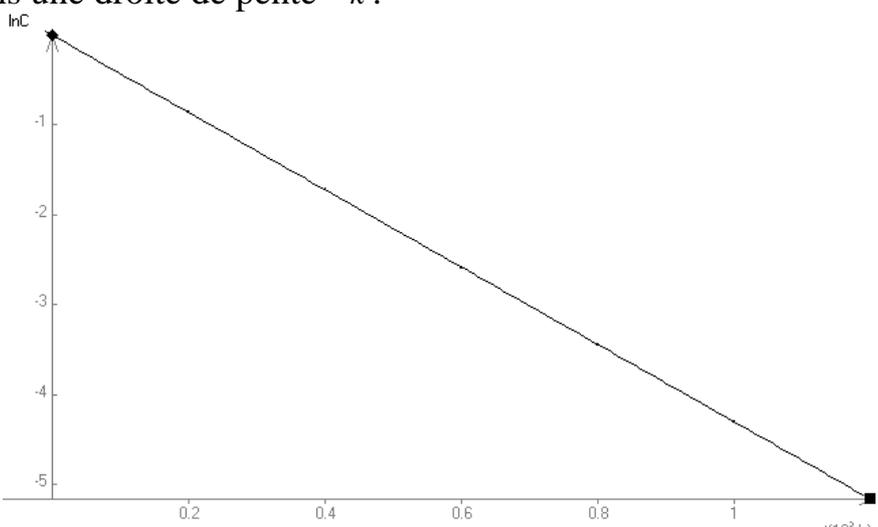
E.1.4			
E.1.5	Au début de précipitation, $K_{s1} = [Fe^{3+}][OH^-]^3$ soit $[OH^-] = \sqrt[3]{K_{s2}/[Fe^{3+}]} = 10^{-12} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ soit $pOH = 12$ et $pH = 2$		
E.1.6			
E.1.7.1	$2NaOH + Al_2O_3 = 2AlO_2Na + H_2O$ <u>Remarque</u> : il faut lire « (ou $AlO_2Na, 2H_2O$ ) » au lieu de « (ou $AlO_2Na, 4H_2O$ ) »		
E.1.7.2	En milieu fortement alcalin, l'aluminium se dissout alors que le fer et les autres ions restent sous forme de précipité.		
E.1.7.3	La dilution fait diminuer le pH : On se rapproche de la zone où l'hydroxyde précipite.		

## E.2 Oxydoréduction:

E.2.1	$Al^{3+} + 3e = Al$ : $E = E^\circ (Al^{3+}/Al) + 0,02 \cdot \log [Al^{3+}]$		
	$O_2 + 4H_3O^+ + 4e = 6H_2O$ : $E = E^\circ (O_2/H_2O) + \frac{0,06}{4} \cdot \log (P_{O_2} [H_3O^+]^4)$		
	$2H_3O^+ + 2e = H_2 + 2H_2O$ : $E = E^\circ (H_3O^+/H_2) + \frac{0,06}{2} \cdot \log \left( \frac{[H_3O^+]^2}{P_{H_2}} \right)$		
	<u>Remarque 1</u> : L'énoncé donnait le couple $H_2O/H_2$ plutôt réservé au milieu basique :		
	$2H_2O + 2e = H_2 + 2HO^-$ : $E = E^\circ (H_2O/H_2) + \frac{0,06}{2} \cdot \log \left( \frac{1}{P_{H_2} [HO^-]^2} \right) = E^\circ (H_2O/H_2) + \frac{0,06}{2} \cdot \log \left( \frac{[H_3O^+]^2}{P_{H_2} K_e^2} \right)$		
	Par conséquent $E^\circ (H_2O/H_2) = E^\circ (H_3O^+/H_2) - 0,06 pK_e = -0,84V$		
	Dans le tableau, il faut soit mettre la valeur $-0,83V$ soit le couple $H_3O^+/H_2$		
	Toutes les réponses ont été comptées justes.		
	<u>Remarque 2</u> : La valeur 1.34 au lieu de 1.23 pour le couple $O_2/H_2O$ n'avait pas d'influence car non utilisée dans le problème.		
E.2.2.1	L'aluminium est un réducteur donc l'eau est l'oxydant, il se forme du dihydrogène $H_2$ .		
E.2.2.2	La réaction est : $(Al + 4OH^- = Al(OH)_4^- + 3e) * 2$ $(2H_2O + 2e = H_2 + 2OH^-) * 3$ $2Al + 2OH^- + 6H_2O = 3H_2 + 2Al(OH)_4^-$		

E.2.2.3 $K = \frac{[Al(OH)_4^-]^2 p_{H_2}^3}{[OH^-]^2}$	A l'équilibre, les potentiels sont égaux :		
$E = E^\circ (Al^{3+}/Al) + 0,02 \cdot \log [Al^{3+}] = E^\circ (H_2O/H_2) + \frac{0,06}{2} \cdot \log \left( \frac{[H_3O^+]^2}{P_{H_2}} \right)$			
$E = E^\circ (Al^{3+}/Al) + \frac{0,06}{3} \cdot \log \left( \frac{[Al(OH)_4^-]}{\beta [OH^-]^4} \right) = E^\circ (H_2O/H_2) + \frac{0,06}{2} \cdot \log \left( \frac{K_e^2}{P_{H_2} [OH^-]^2} \right)$			
$E^\circ (Al^{3+}/Al) - E^\circ (H_2O/H_2) = 0,01 \cdot \left( \log \left( \frac{K_e^6}{P_{H_2}^3 [OH^-]^6} \right) - \log \left( \frac{[Al(OH)_4^-]^2}{\beta^2 [OH^-]^8} \right) \right)$			
$E^\circ (Al^{3+}/Al) - E^\circ (H_2O/H_2) = 0,01 \cdot \log \left( \frac{\beta^2 K_e^6 [OH^-]^2}{P_{H_2}^3 [Al(OH)_4^-]^2} \right) = 0,01 \cdot \log (\beta^2 K_e^6) - 0,01 \cdot \log K$			
$\log K = \log (\beta^2 K_e^6) - \frac{E^\circ (Al^{3+}/Al)}{0,01} + \frac{E^\circ (H_2O/H_2)}{0,01} = 2(33,4) - 6(14) + \frac{1,66}{0,01} = 148,8$			

### F. Cinétique : Effet de l'aluminium :

F.1 Dans le cas de l'ordre 1, $v = -\frac{d[A]}{dt} = k[A]$ alors $[Al](t) = [Al]_0 \exp(-kt)$		
F.2. $[Al]_0/2 = [Al]_0 \exp(-kt_{1/2})$ alors $t_{1/2} = \ln(2)/k$ indépendant des conditions initiales		
F.3.1 Il suffit de tracer $\ln(C)$ en fonction de $t$ : Nous obtenons une droite de pente $-k$ . 		
F.3.2 La régression linéaire donne $k = 4,3 \cdot 10^{-3} h^{-1}$ avec un coefficient de corrélation de 0.999 .		
F.3.3. $t_{1/2} = \ln 2/k = 161h$		
F.3.4. L'hypothèse est fautive car $t_{1/2}$ et donc $k$ doivent être indépendants des conditions initiales dans le cas de l'ordre 1.		