Auteurs du Sujet : MM. BAUERHEIM & TRAQUELET
Lycée Pothier - ORLEANS

CONCOURS COMMUN 2006
DES ECOLES DES MINES D'ALBI, ALES, DOUAI, NANTES

Epreuve spécifique de Sciences Industrielles pour l'Ingénieur

Filière PCSI , option PSI

4 heures

Coller ici l'étiquette correspondant à l'épreuve spécifique

Compléter de plus en bas de chaque page, la rubrique code candidat

CORRECTION

Attention : Vous devez impérativement inscrire votre code candidat sur chaque page du document réponse. En fin d'épreuve, vous ne devez rendre que le document réponse sur lequel vous aurez collé l'étiquette correspondante.

Instructions particulières :

Il est fortement conseillé au candidat de lire la totalité du sujet avant de composer. Toutes les parties sont indépendantes (elles peuvent être traitées dans n'importe quel ordre).
La répartition du temps à consacrer à chaque partie est environ la suivante :

- Lecture du sujet : 20 mn
- Partie A : 40 mn
- Partie B : 20 mn
- Partie C : 40 mn
- Partie D : 40 mn
- Partie E : 40 mn
- Partie F : 40 mm

AUCUN DOCUMENT N'EST AUTORISE

Code candidat :

Auteurs du Sujet : MM. BAUERHEIM & TRAQUELET
Lycée Pothier - ORLEANS

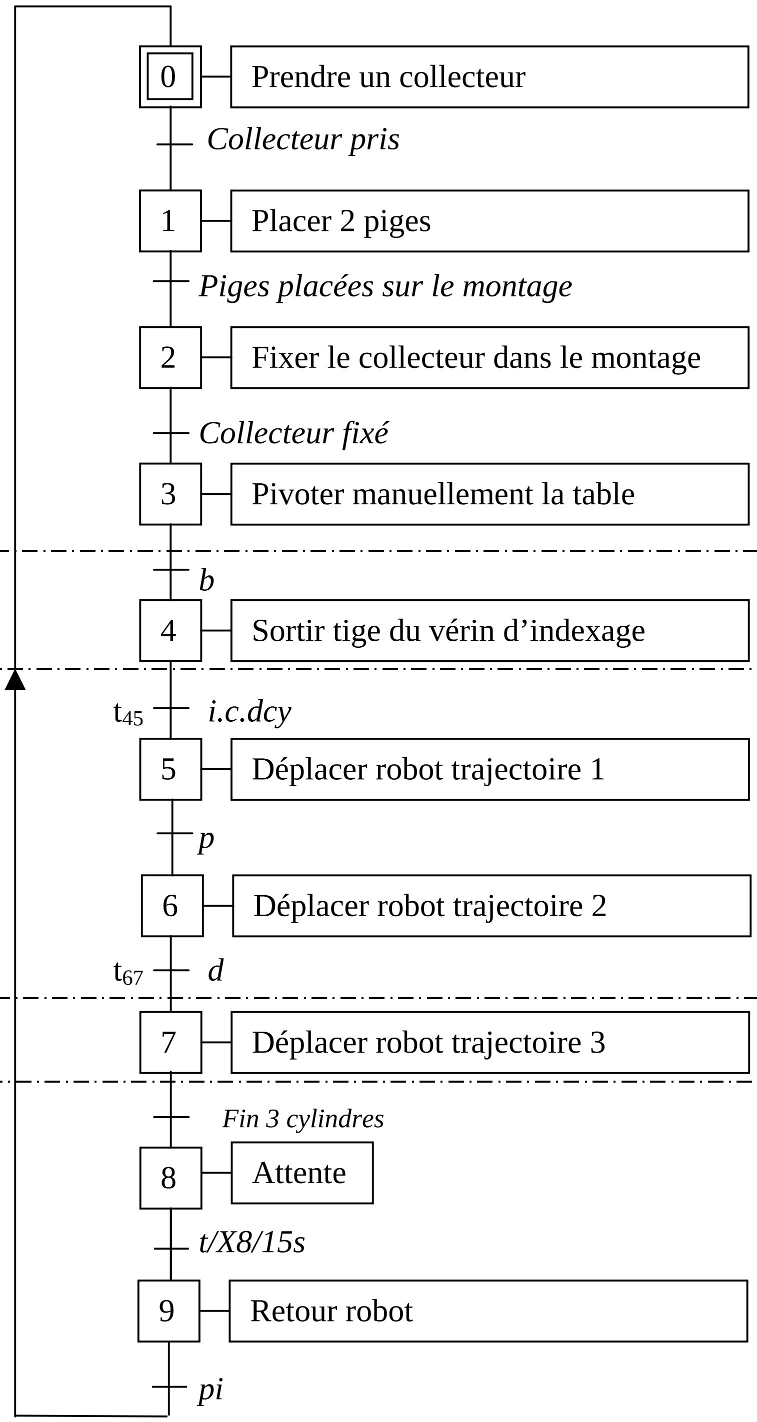
<u>Partie A</u> :

Réponse A1 : La distance « a » est plus grande dans le cas d'une trajectoire John Deere que dans le cas d'une trajectoire circulaire classique. Raisons possibles : On aura une meilleure étanchéité si « a » est plus grande. Dans le cas de la trajectoire adoptée par John Deere, il y a moins de recouvrement du joint et l'épaisseur sera presque constante au niveau du raccord.

Etapes effectuées manuellement par l'opérateur :

Réponses A2 A3 :

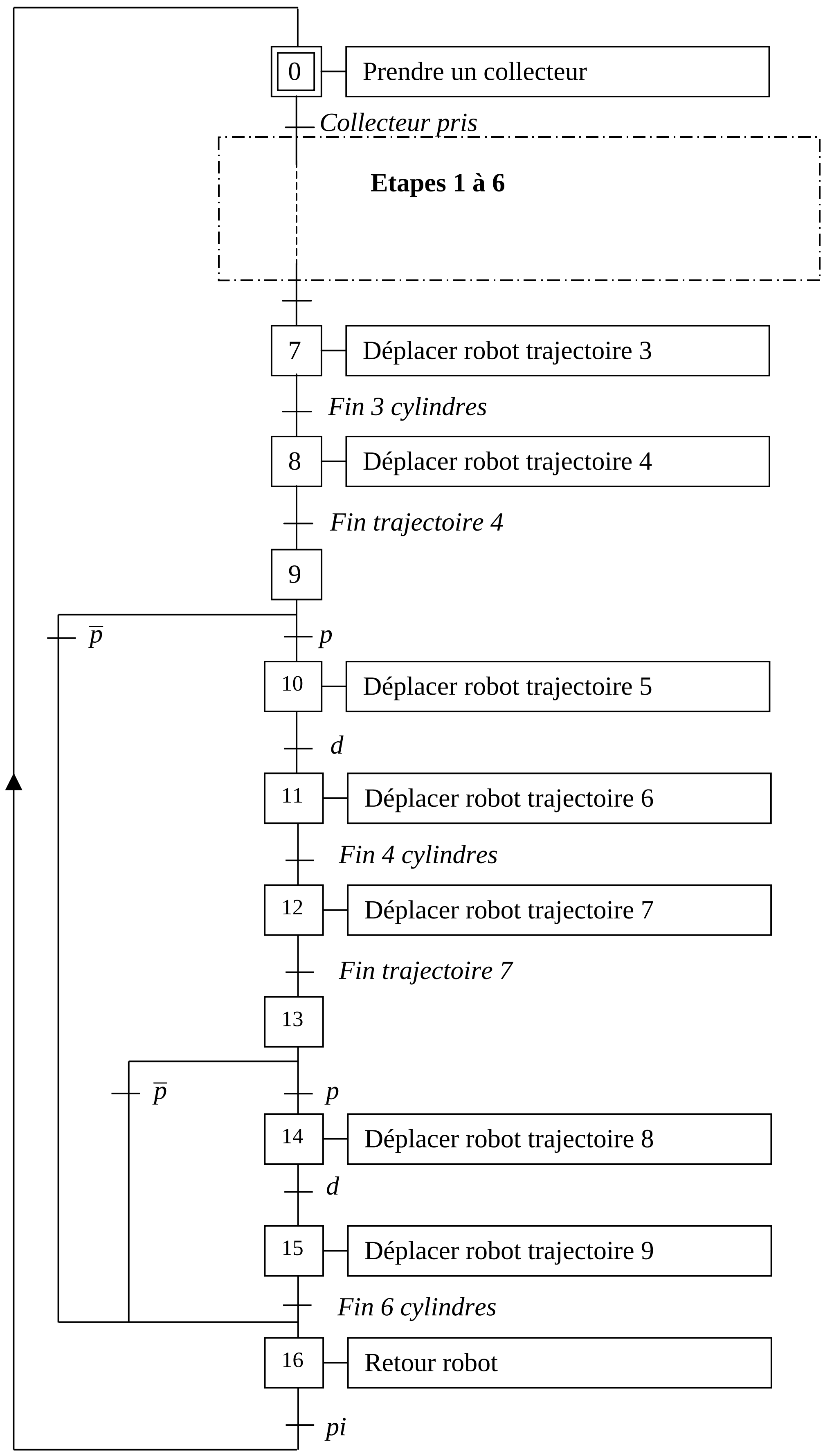
Réponse A4 :



Code candidat :

Auteurs du Sujet : MM. BAUERHEIM & TRAQUELET
Lycée Pothier - ORLEANS

Réponse A5 :

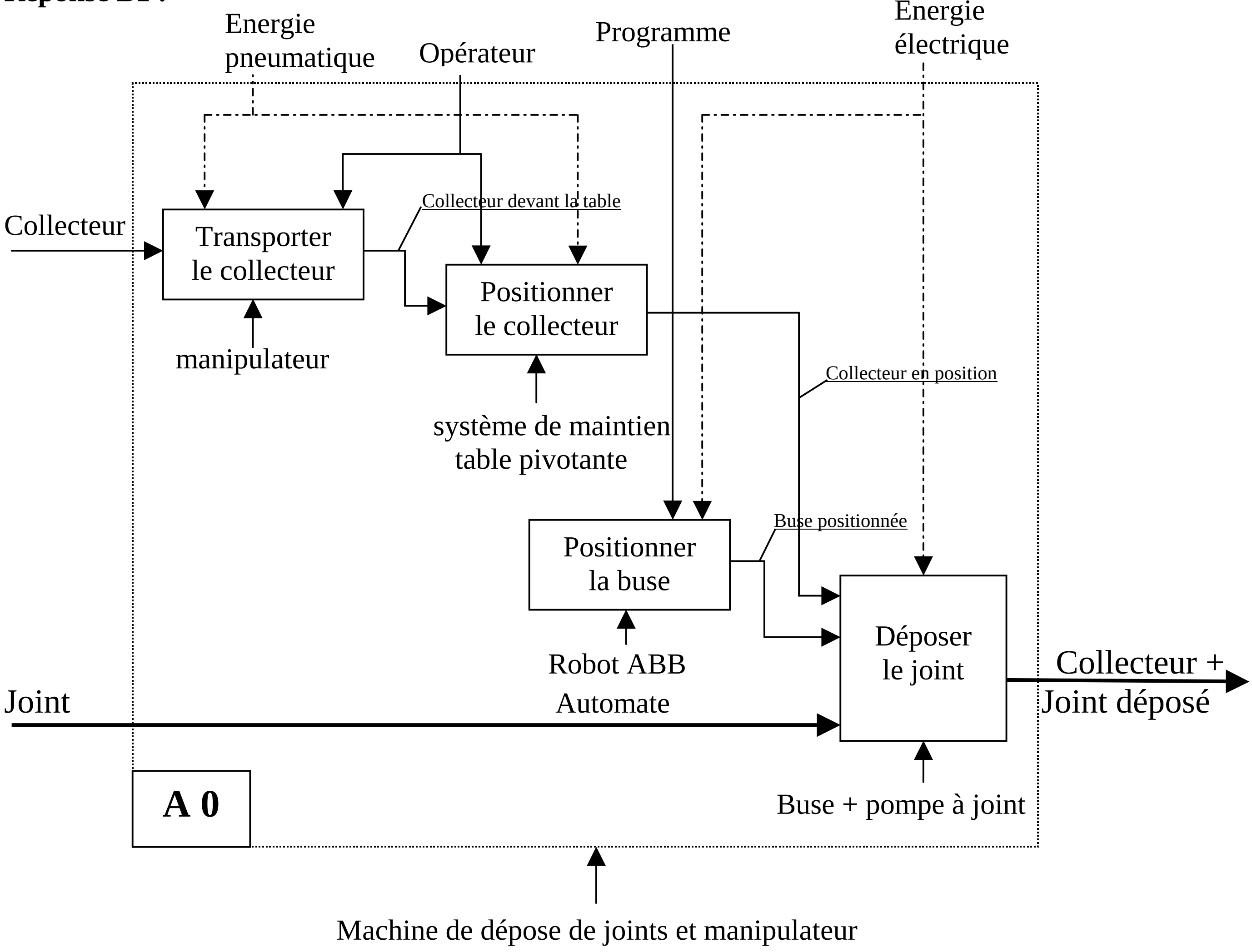


Code candidat :

Auteurs du Sujet : MM. BAUERHEIM & TRAQUELET
Lycée Pothier - ORLEANS

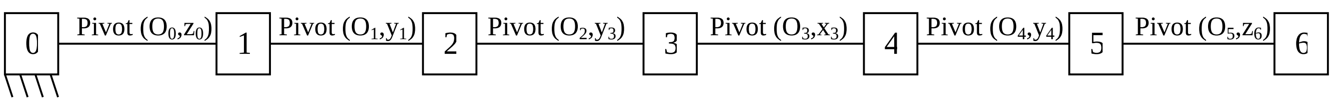
Partie B :

Réponse B1 :



Partie C :

Réponse C1 :



Réponse C2 : Comme $\theta_{01} = 0$, $\overrightarrow{O_0O_1} = a.\vec{x}_0 + b.\vec{z}_0 - f.\vec{y}_0$ On a toujours : $\overrightarrow{O_1O_2} = c.\vec{z}_2$

Comme $\theta_{34} = 0$, $\overrightarrow{O_3O_4} = e.\vec{x}_3 + h.\vec{y}_3$

Comme $\theta_{56} = 0$, $\overrightarrow{O_5M} = -h.\vec{y}_5 - l.\vec{z}_5$

et comme $\theta_{34} = 0$ et $\theta_{01} = 0$,

$$\overrightarrow{O_5M} = -h.\vec{y}_0 - l.\vec{z}_5 \quad , \quad \boxed{\overrightarrow{O_3O_4} = e.\vec{x}_3 + h.\vec{y}_0} \quad \text{et} \quad \boxed{\overrightarrow{O_2O_3} = d.\vec{x}_3 + f.\vec{y}_0}$$

Comme $\theta_{45} = 0°$, $\boxed{\overrightarrow{O_5M} = -h.\vec{y}_0 - l.\vec{z}_3}$ et $\boxed{\overrightarrow{O_4O_5} = g.\vec{x}_3}$

Réponse C3 :

Calculs de changement de base :

$$\vec{z}_2 = \cos\theta_{12}\vec{z}_0 + \sin\theta_{12}\vec{x}_0 \qquad \vec{x}_3 = \cos(\theta_{12}+\theta_{23})\vec{x}_0 - \sin(\theta_{12}+\theta_{23})\vec{z}_0 \qquad \vec{z}_3 = \cos(\theta_{12}+\theta_{23})\vec{z}_0 + \sin(\theta_{12}+\theta_{23})\vec{x}_0$$

$$\overrightarrow{O_0M} = a.\vec{x}_0 + b.\vec{z}_0 \underline{- f.\vec{y}_0} + c.\vec{z}_2 + d.\vec{x}_3 \underline{+ f.\vec{y}_0} + e.\vec{x}_3 \underline{+ h.\vec{y}_0} + g.\vec{x}_3 + \underline{-h.\vec{y}_0} - l.\vec{z}_3$$

$$\overrightarrow{O_0M} = a.\vec{x}_0 + b.\vec{z}_0 + c.\vec{z}_2 + (d+e+g)\vec{x}_3 - l.\vec{z}_3$$

$$\boxed{\overrightarrow{O_0M} \ : \begin{pmatrix} a + c\sin\theta_{12} + (d+e+g)\cos(\theta_{12}+\theta_{23}) - l\sin(\theta_{12}+\theta_{23}) \\ 0 \\ b + c.\cos\theta_{12} - (d+e+g)\sin(\theta_{12}+\theta_{23}) - l\cos(\theta_{12}+\theta_{23}) \end{pmatrix}}$$

Partie D :

Réponse D1 :

$$\vec{V}_{B\in 2/1} = \vec{V}_{A\in 2/1} + \overrightarrow{BA} \wedge \vec{\Omega}_{2/1} = -l_2.\vec{x}_2 \wedge \dot{\theta}_{12}.\vec{z}_1 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\vec{V}_{B\in 2/1} = l_2.\dot{\theta}_{12}\vec{y}_2}$$

Réponse D2 :

Comme on a un parallélogramme déformable, BC reste horizontal, car $BC \perp BE$ et BE reste parallèle à AG qui est vertical au cours des mouvements. Le mouvement de la tête 5/1 est une translation circulaire.
On a donc : $\vec{V}_{C\in 5/1} = \vec{V}_{B\in 5/1} = \vec{V}_{B\in 2/1} = \vec{V}_{C\in 7/1}$ car on a une pivot en C : $\vec{V}_{C\in 7/5} = \vec{0} \Rightarrow \boxed{\vec{V}_{C\in 7/1} = l_2.\dot{\theta}_{12}.\vec{y}_2}$

Réponse D3 :

$$\vec{V}_{D\in 7/1} = \vec{V}_{C\in 7/1} + \vec{\Omega}_{7/1} \wedge \overrightarrow{CD} = l_2.\dot{\theta}_{12}\vec{y}_2 + \dot{\theta}_{17}\vec{y}_7 \wedge (l_7.\vec{x}_7 - h_7.\vec{y}_7) \quad \Rightarrow \quad \vec{V}_{D\in 7/1} = l_2.\dot{\theta}_{12}\vec{y}_2 - l_7.\dot{\theta}_{17}.\vec{z}_7$$

Réponse D4 :

Comme les axes des pivots 7/5 et 8/7 restent verticaux au cours du mouvement, P se trouve sur la même verticale que le point D, et $\vec{y}_7 = \vec{y}_8$.

Comme on a une pivot en D , $\vec{V}_{D\in 8/1} = \vec{V}_{D\in 7/1}$

$$\vec{V}_{P\in 8/1} = \vec{V}_{D\in 8/1} + \overrightarrow{PD} \wedge \vec{\Omega}_{8/1} = l_2.\dot{\theta}_{12}\vec{y}_2 - l_7.\dot{\theta}_{17}.\vec{z}_7 + l_8.\vec{y}_7 \wedge \dot{\theta}_{78}.\vec{y}_8 = l_2.\dot{\theta}_{12}\vec{y}_2 - l_7.\dot{\theta}_{17}.\vec{z}_7$$

on obtient donc : $\boxed{\vec{V}_{P\in 8/1} = l_2.\dot{\theta}_{12}\vec{y}_2 - l_7.\dot{\theta}_{17}.\vec{z}_7}$

Réponse D5 :

On écrit la composition des vitesses et on tient compte de la rotation du manipulateur autour de $(O,\vec{y}_1)$:

$\vec{V}_{P\in 8/0} = \vec{V}_{P\in 8/1} + \vec{V}_{P\in 1/0}$ et $\vec{V}_{P\in 1/0} = \vec{V}_{A\in 1/0} + \overrightarrow{PA} \wedge \vec{\Omega}_{1/0}$ ou bien : $\vec{V}_{P\in 1/0} = \vec{V}_{A\in 1/0} + \vec{\Omega}_{1/0} \wedge \overrightarrow{AP}$

avec : $\vec{V}_{A\in 1/0} = \vec{0}$

on en déduit : $\boxed{\vec{V}_{P\in 8/0} = \vec{V}_{P\in 8/1} + \vec{\Omega}_{1/0} \wedge \overrightarrow{AP}}$

Réponse D6 :

$$\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DP} = l_2.\vec{x}_2 + l_5.\vec{x}_1 + l_7.\vec{x}_7 - h_7.\vec{y}_7 - l_8.\vec{y}_7$$

mais : $\vec{y}_7 = \vec{y}_1 \Rightarrow \overrightarrow{AP} = l_2.\vec{x}_2 + l_5.\vec{x}_1 + l_7.\vec{x}_7 - (h_7 + l_8).\vec{y}_1$

$$\vec{\Omega}_{1/0} \wedge \overrightarrow{AP} = \dot{\theta}_{01}.\vec{y}_1 \wedge l_2.\vec{x}_2 + l_5.\vec{x}_1 + l_7.\vec{x}_7 - (h_7 + l_8).\vec{y}_1 = \dot{\theta}_{01}.\left[l_2(\vec{y}_1 \wedge \vec{x}_2) - l_5.\vec{z}_1 - l_7.\vec{z}_7\right]$$

On a : $\vec{x}_2 = \cos\theta_{12}.\vec{x}_1 + \sin\theta_{12}.\vec{y}_1 \Rightarrow \vec{\Omega}_{1/0} \wedge \overrightarrow{AP} = \left[-l_2.\cos\theta_{12}.\vec{z}_1 - l_5.\vec{z}_1 - l_7.\vec{z}_7\right].\dot{\theta}_{01}$

On obtient : $\vec{V}_{P\in 8/0} = l_2.\dot{\theta}_{12}\vec{y}_2 - l_7.\dot{\theta}_{17}.\vec{z}_7 - l_2.\dot{\theta}_{01}.\cos\theta_{12}.\vec{z}_1 - l_5.\dot{\theta}_{01}\vec{z}_1 - l_7.\dot{\theta}_{01}.\vec{z}_7$

Résultat : $\boxed{\vec{V}_{P\in 8/0} = l_2.\dot{\theta}_{12}\vec{y}_2 - l_7.(\dot{\theta}_{17} + \dot{\theta}_{01}).\vec{z}_7 - (l_5 + l_2.\cos\theta_{12}).\dot{\theta}_{01}.\vec{z}_1}$

Code candidat :

Auteurs du Sujet : MM. BAUERHEIM & TRAQUELET
Lycée Pothier - ORLEANS

Réponse D7 : Justifications des constructions

Le mouvement de 2/1 est une rotation de centre A : $\vec{V}_{H\in 2/1}$ est perpendiculaire à AH et correspond à un vecteur de longueur 80 mm dirigé vers le haut .

Les vitesses $\vec{V}_{H\in 2/1}$ et $\vec{V}_{B\in 2/1}$ forment des triangles homothétiques.

On mesure 27 mm : $\left\|\vec{V}_{H\in 2/1}\right\| = \dfrac{27\times 0{,}01}{40}$ m/s , soit : $\left\|\vec{V}_{H\in 2/1}\right\| = 0{,}0068$ m/s

Il y a une liaison pivot en H entre 4 et 2 : $\vec{V}_{H\in 4/1} = \vec{V}_{H\in 2/1}$

Le mouvement de 6/1 est une rotation de centre I : $\vec{V}_{H\in 6/1}$ est perpendiculaire à IH.

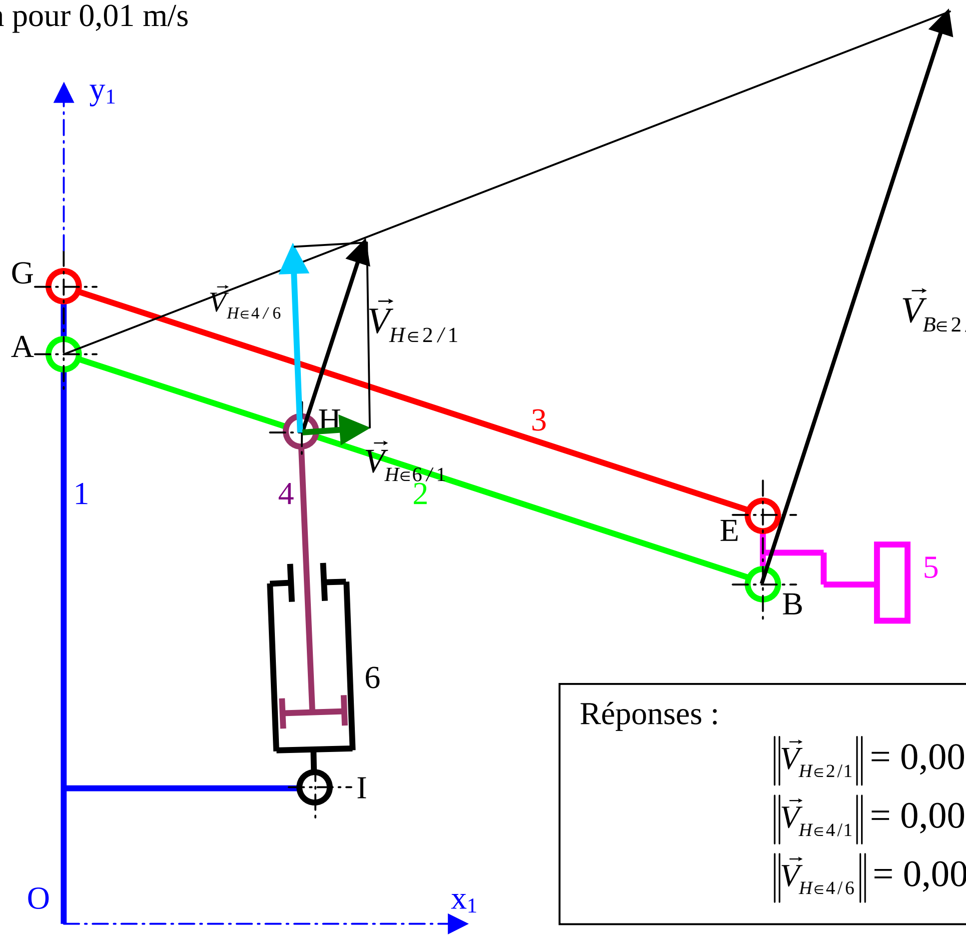
Le mouvement de 4/6 est une translation de direction IH : $\vec{V}_{H\in 4/6}$ a pour support la droite IH.

Composition des vitesses en H : $\vec{V}_{H\in 4/1} = \vec{V}_{H\in 4/6} + \vec{V}_{H\in 6/1}$ ce qui se traduit par un triangle des vitesses.

On mesure 25 mm : $\left\|\vec{V}_{H\in 2/1}\right\| = \dfrac{25\times 0{,}01}{40}$ soit $\left\|\vec{V}_{H\in 2/1}\right\| = 0{,}00625$ m/s

Réponse D7 : Constructions de cinématique graphique

<u>Echelle</u> : 40 mm pour 0,01 m/s



Réponses :

$\left\|\vec{V}_{H\in 2/1}\right\| = 0{,}0068$ m/s

$\left\|\vec{V}_{H\in 4/1}\right\| = 0{,}0068$ m/s

$\left\|\vec{V}_{H\in 4/6}\right\| = 0{,}00625$ m/s

Code candidat :

Partie E :

Réponse E1 :

On isole d'abord les solides ou systèmes de solides soumis à 2 forces extérieures :

- {4 , 6} : Bilan : $\vec{I}_{1\to 6}$, $\vec{H}_{2\to 4}$. On en déduit que $\vec{H}_{2\to 4}$ est verticale selon HI.
- {3} : Bilan : $\vec{G}_{1\to 3}$, $\vec{E}_{5\to 3}$. On en déduit que $\vec{E}_{5\to 3}$ est horizontale selon GE.

On isole ensuite les systèmes soumis à 3 forces extérieures :

- {5 , 7 , 8 , 10} : Bilan : $\vec{B}_{2\to 5}$, $\vec{E}_{3\to 5}$, et le poids $\vec{P}_{10}$.

  On détermine le support de $\vec{B}_{2\to 5}$ en traçant les 3 supports concourants.

  Connaissant les 3 supports de $\vec{B}_{2\to 5}$, $\vec{E}_{3\to 5}$, $\vec{P}_{10}$, on trace le triangle des forces pour déterminer les 2 efforts $\vec{B}_{2\to 5}$ et $\vec{E}_{3\to 5}$.

- {2} : Bilan : $\vec{A}_{1\to 2}$, $\vec{H}_{4\to 2}$, $\vec{B}_{5\to 2}$.

  On détermine le support de $\vec{A}_{1\to 2}$ en traçant les 3 supports concourants.

  On trace le triangle des forces pour déterminer les 2 efforts $\vec{H}_{4\to 2}$ et $\vec{A}_{1\to 2}$.

Réponse E2 :

On isole l'ensemble {4 , 6} :

Bilan des actions mécaniques extérieures : $\{\mathsf{F}_{2\to 4}\}_H = \begin{Bmatrix} X_{2\to 4} & - \\ Y_{2\to 4} & - \\ - & 0 \end{Bmatrix}_H$ $\{\mathsf{F}_{1\to 6}\}_I = \begin{Bmatrix} X_{1\to 6} & - \\ Y_{1\to 6} & - \\ - & 0 \end{Bmatrix}_I$

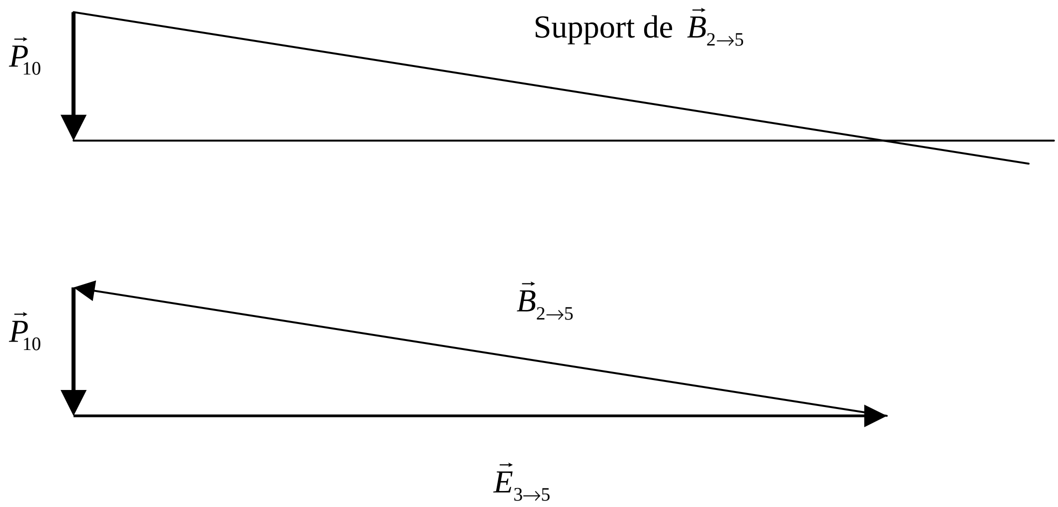
On écrit les torseurs au point I : $\vec{\mathsf{M}}_{I(2\to 4)} = \overrightarrow{IH} \wedge \vec{R}_{2\to 4} = h.\vec{y}_1 \wedge (X_{2\to 4}.\vec{x}_1 + Y_{2\to 4}.\vec{y}_1) = -h.X_{2\to 4}.\vec{z}_1$

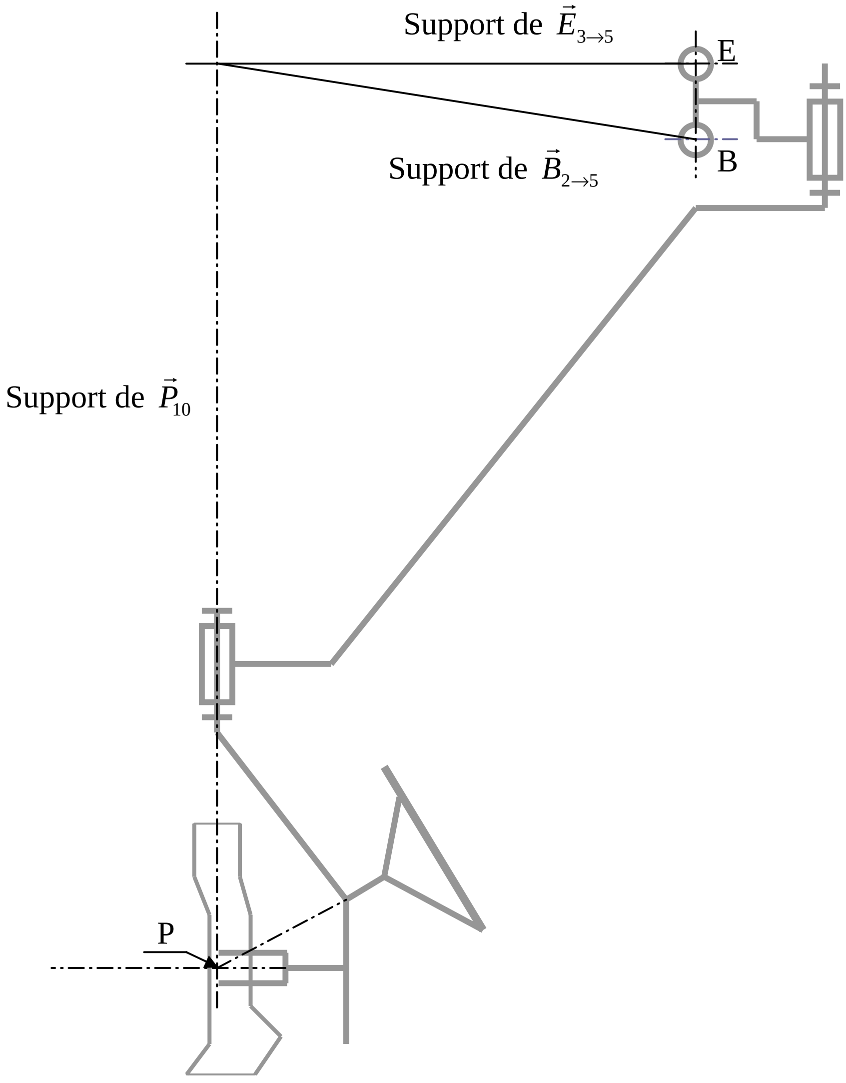
Principe fondamental de la statique : $\{\mathsf{F}_{2\to 4}\}_I + \{\mathsf{F}_{1\to 6}\}_I = \{0\}$

Moments en I : $-h.X_{2\to 4}.\vec{z}_1 = \vec{0}$ Donc $X_{2\to 4} = 0$ On en déduit : $\boxed{\{\mathsf{F}_{4\to 2}\}_H = \begin{Bmatrix} 0 & - \\ Y_{4\to 2} & - \\ - & 0 \end{Bmatrix}_H}$

Auteurs du Sujet : MM. BAUERHEIM & TRAQUELET
Lycée Pothier - ORLEANS

Réponse E3 :
__Echelle__ : 1 mm pour 10 N



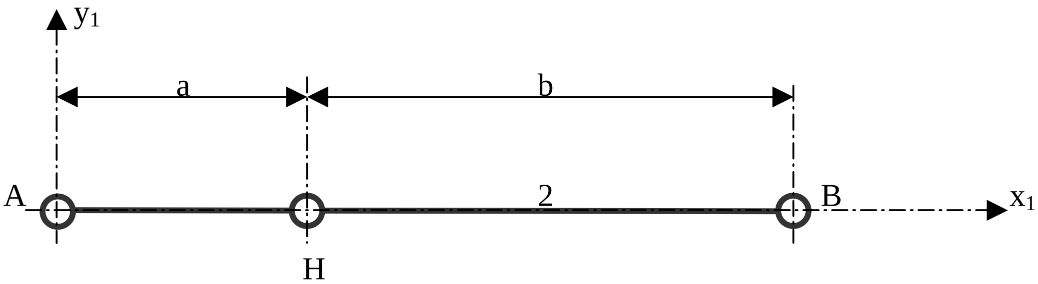


Code candidat :

Auteurs du Sujet : MM. BAUERHEIM & TRAQUELET
Lycée Pothier - ORLEANS

Réponse E4 :

Données : a = 320 mm b = 640 mm $X_{1\to2} = -1070$ N $Y_{1\to2} = -320$ N



Détermination de $\{F_{4\to2}\}_H$:

On isole 2.

Bilan des actions mécaniques extérieures :

$$\{F_{1\to2}\}_A = \begin{Bmatrix} X_{1\to2} & - \\ Y_{1\to2} & - \\ - & 0 \end{Bmatrix}_A$$ car la liaison 2/1 est une pivot en A.

$$\{F_{4\to2}\}_H = \begin{Bmatrix} 0 & - \\ Y_{4\to2} & - \\ - & 0 \end{Bmatrix}_H$$ car $\vec{R}_{4\to2}$ est de support vertical

$$\{F_{5\to2}\}_B = \begin{Bmatrix} X_{5\to2} & - \\ Y_{5\to2} & - \\ - & 0 \end{Bmatrix}_B$$ car la liaison 5/2 est une pivot en B.

Comme $\{F_{5\to2}\}_B$ est inconnu, il est préférable d'écrire les moments en B.

Principe fondamental de la statique : $\{F_{1\to2}\}_B + \{F_{4\to2}\}_B + \{F_{5\to2}\}_B = \{0\}$

Changements de point des torseurs :

$$\vec{M}_{B(1\to2)} = \vec{BA} \wedge \vec{R}_{1\to2} = -(a+b)\vec{x}_1 \wedge \left[X_{1\to2}\vec{x}_1 + Y_{1\to2}\vec{y}_1\right] = -(a+b).Y_{1\to2}.\vec{z}_1$$

$$\vec{M}_{B(4\to2)} = \vec{BH} \wedge \vec{R}_{4\to2} = (-b.\vec{x}_1) \wedge Y_{4\to2}.\vec{y}_1 = -b.Y_{4\to2}.\vec{z}_1$$

Les torseurs s'écrivent :

$$\{F_{1\to2}\}_B = \begin{Bmatrix} X_{1\to2} & - \\ Y_{1\to2} & - \\ - & -(a+b).Y_{1\to2} \end{Bmatrix}_B \qquad \{F_{4\to2}\}_B = \begin{Bmatrix} 0 & - \\ Y_{4\to2} & - \\ - & -b.Y_{4\to2} \end{Bmatrix}_B$$

Ceci devient, concernant les moments en projection sur $\vec{z}_1$: $-(a+b).Y_{1\to2} - b.Y_{4\to2} = 0$

On en déduit : $\boxed{Y_{4\to2} = -\frac{a+b}{b}.Y_{1\to2}}$

$$\boxed{\{F_{4\to2}\}_H = \begin{Bmatrix} 0 & - \\ -\frac{a+b}{b}Y_{1\to2} & - \\ - & 0 \end{Bmatrix}_H}$$

Code candidat :

Réponse E5 :

A.N. : $Y_{4\to2} = \dfrac{320+640}{640}\times320 = \dfrac{3}{2}\times320 = 3\times160 = 480N$

$$\{F_{4\to2}\}_H = \begin{Bmatrix} 0 & - \\ 480N & - \\ - & 0 \end{Bmatrix}_H$$

On en déduit la valeur demandée : $\boxed{\left\|\vec{H}_{4\to2}\right\| = 480N}$

Réponse E6 :

p = Pression d'air = 0,7 Mpa = 0,7 N/mm²

Section S du vérin = $\dfrac{\left\|\vec{H}_{4\to2}\right\|}{p}$ = $\dfrac{2100}{0.7}$ = 3000 mm²

$S = \pi\dfrac{d}{4}$

On en déduit : $d = \sqrt{\dfrac{4S}{\pi}}$

A.N. : $d = \sqrt{\dfrac{4S}{\pi}} = \sqrt{\dfrac{4\times3000}{\pi}} \approx \sqrt{\dfrac{4\times3000}{3}} = \sqrt{4000} = 20\sqrt{10} \approx 20\times3{,}1 \approx 62mm$

$\boxed{\text{d = 62 mm}}$

<u>Partie F</u> :

Réponse F1.1 :

$$H_2(p) = \frac{K_m}{p.(1+T_m.p)}$$

Réponse F1.2 :

U(p) = $\dfrac{U0}{p}$

$$\Theta(p) = \frac{U0.K_m}{p\ .(1+T_m.p)}$$

Code candidat :

Réponse F1.3 :

On décompose Θ(p) en éléments simples : $\Theta(p)=\dfrac{A}{p}+\dfrac{B}{p}+\dfrac{C}{1+T_m.p}$

Détermination de B et C :

$B=\left[p\,.\Theta(p)\right]_{p=0}=U0.K_m$

$C=\left[(1+T_m.p).\Theta(p)\right]_{p=\frac{-1}{T_m}}=\dfrac{U0.K_m}{\left(\dfrac{-1}{T_m}\right)^2}$ = $U0.K_m.T_m^2$

Détermination de A :

$$\lim_{p\to+\infty}\left[p.\Theta(p)\right]=\lim_{p\to+\infty}\left[A+\frac{B}{p}+\frac{C.p}{1+T_m.p}\right]=A+\frac{C}{T_m}=0\quad\Rightarrow\quad A=-U0.K_m.T_m$$

On obtient : $\boxed{\Theta(p)=\dfrac{-U0.K_m.T_m}{p}+\dfrac{U0.K_m}{p}+\dfrac{U0.K_m.T_m}{1+T_m.p}}$

On passe en fonction du temps sachant que : $\mathcal{L}\left[e^{-at}.u(t)\right]=\dfrac{1}{p+a}$

$$\Theta(p)=\frac{-U0.K_m.T_m}{p}+\frac{U0.K_m}{p}+\frac{U0.K_m.T_m}{\frac{1}{T_m}+p}\quad\Rightarrow\quad\theta(t)=-U0.K_m.T_m+U0.K_m.t+U0.K_m.T_m.e^{-\frac{t}{T_m}}$$

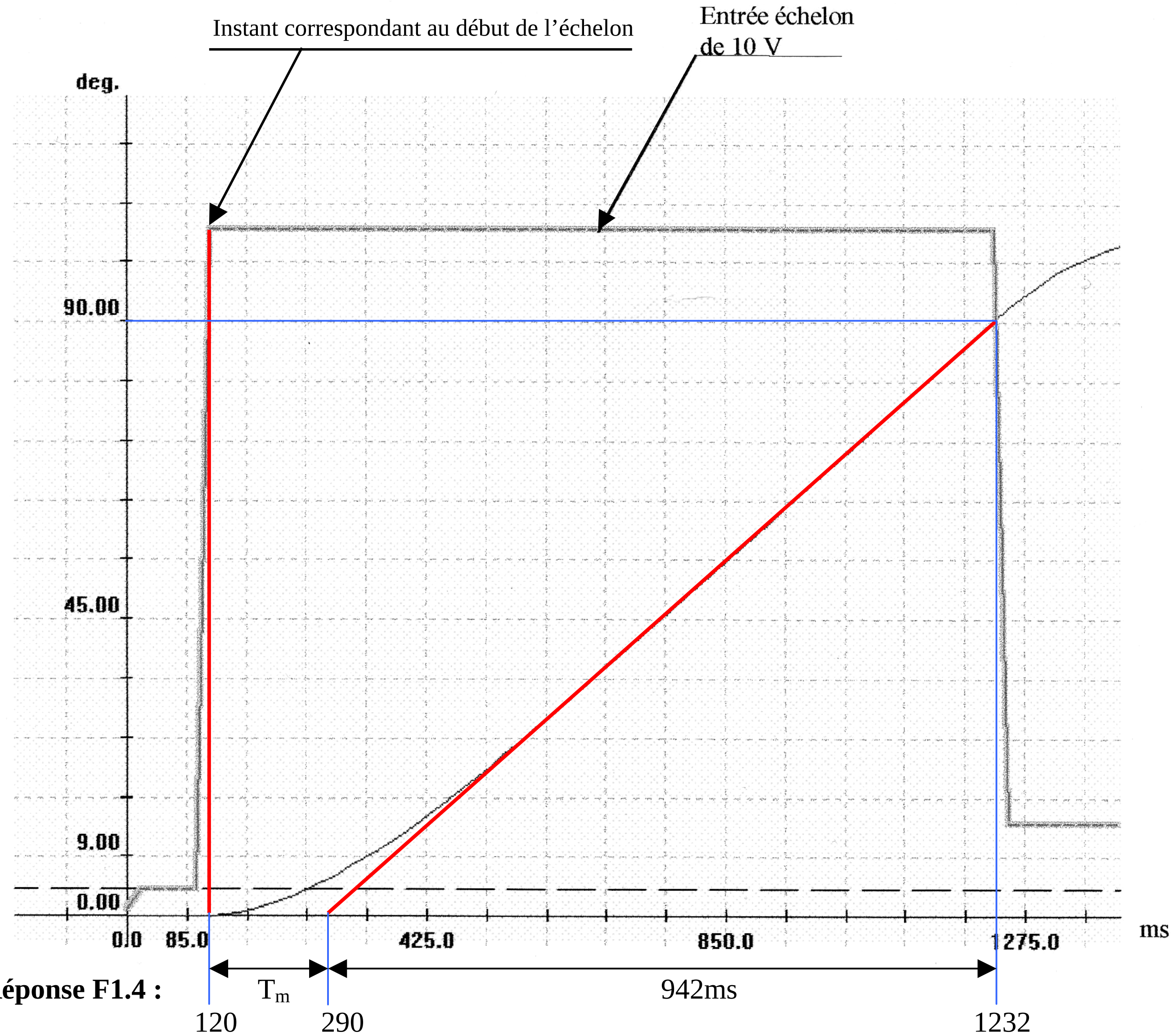
ou bien : $\boxed{\theta(t)=U0.K_m\left(-T_m+t+T_m.e^{-\frac{t}{T_m}}\right)}$

Théorème de dérivation : $\mathcal{L}\left[\dfrac{d\theta}{dt}\right]=p.\Theta(p)-\theta(0^+)=\dfrac{U0.K_m}{p.(1+T_m.p)}$

Théorème de la valeur finale : $\lim\limits_{t\to+\infty}\dfrac{d\theta}{dt}=\lim\limits_{p\to0}p.\mathcal{L}\left[\dfrac{d\theta}{dt}\right]=\lim\limits_{p\to0}\dfrac{U0.K_m}{1+T_m.p}=U0.K_m$

$\boxed{\lim\limits_{t\to+\infty}\dfrac{d\theta}{dt}=U0.K_m \text{ = pente de la courbe de réponse}}$

Réponse en boucle ouverte en position angulaire à un échelon de tension de 10 V :



Réponse F1.4 :

$T_m = 170$ ms donc : constante de temps $T_m = 0{,}170$ s

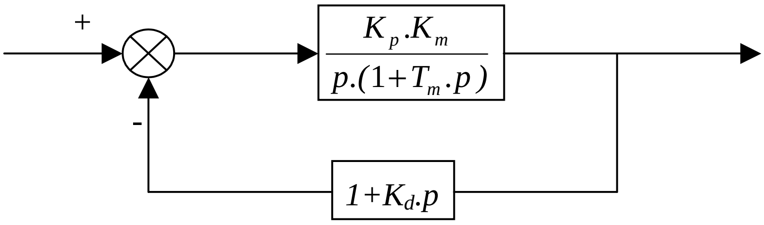
On utilise : $\lim\limits_{t\to+\infty} \frac{d\theta}{dt} = U0.K_m$ = pente de la courbe de réponse avec : U0 = 10 V

pente = $\frac{90°}{942ms} = \frac{90°}{0{,}942s}$ = 95,5 °/s donc : $\boxed{K_m = \frac{pente}{10V} = 9.55\ °/V.s}$

Code candidat :

Réponse F2.1 : La boucle de retour peut se réduire à un simple retour de bloc : $1+K_d.p$

Le schéma – bloc est équivalent à ceci :



$$H_3(p)=\frac{\dfrac{K_p.K_m}{p.(1+T_m.p)}}{1+\dfrac{K_p.K_m(1+K_d.p)}{p.(1+T_m.p)}} \Rightarrow$$

$$H_3(p)=\frac{K_p.K_m}{p.(1+T_m.p)+K_p.K_m(1+K_d.p)} \text{ d'où : } H_3(p)=\frac{1}{1+\dfrac{1+K_p.K_m.K_d}{K_p.K_m}p+\dfrac{T_m}{K_p.K_m}p}$$

Réponse F2.2 :

Pulsation propre non amortie ω_0 : $\omega_0=\sqrt{\dfrac{K_p.K_m}{T_m}}$

$$\frac{2z}{\omega_0}=\frac{1+K_p.K_m.K_d}{K_p.K_m} \Rightarrow \text{ Coefficient d'amortissement : } \boxed{z=\frac{1}{2}(1+K_p.K_m.K_d)\sqrt{\frac{1}{T_m.K_p.K_m}}}$$

Réponse F2.3 :

Le temps de réponse d'un second ordre est minimal pour z = $\dfrac{\sqrt{2}}{2}\approx 0,7$

$$z=\frac{1}{2}(1+K_p.K_m.K_d)\sqrt{\frac{1}{T_m.K_p.K_m}} \text{ donne : } \sqrt{2}=(1+K_p.K_m.K_d)\sqrt{\frac{1}{T_m.K_p.K_m}}$$

On peut écrire cette relation ainsi : $\boxed{(1+K_p.K_m.K_d)=\sqrt{2.T_m.K_p.K_m}}$

Code candidat :
