

CONCOURS COMMUN 2008 DES ECOLES DES MINES D'ALBI, ALES, DOUAI, NANTES

Epreuve spécifique de Sciences Industrielles pour l'Ingénieur

Filière PCSI , option PSI

Mardi 20 mai 2008 de 8h00 à 12h00

Sujet B

Coller ici l'étiquette correspondant à l'épreuve spécifique

Compléter de plus en bas de chaque page, la rubrique code candidat

DOCUMENT REPONSE CORRIGE

Attention : Vous devez impérativement inscrire votre code candidat sur chaque page du document réponse. En fin d'épreuve, vous ne devez rendre que le document réponse sur lequel vous aurez collé l'étiquette correspondante.

Instructions particulières :

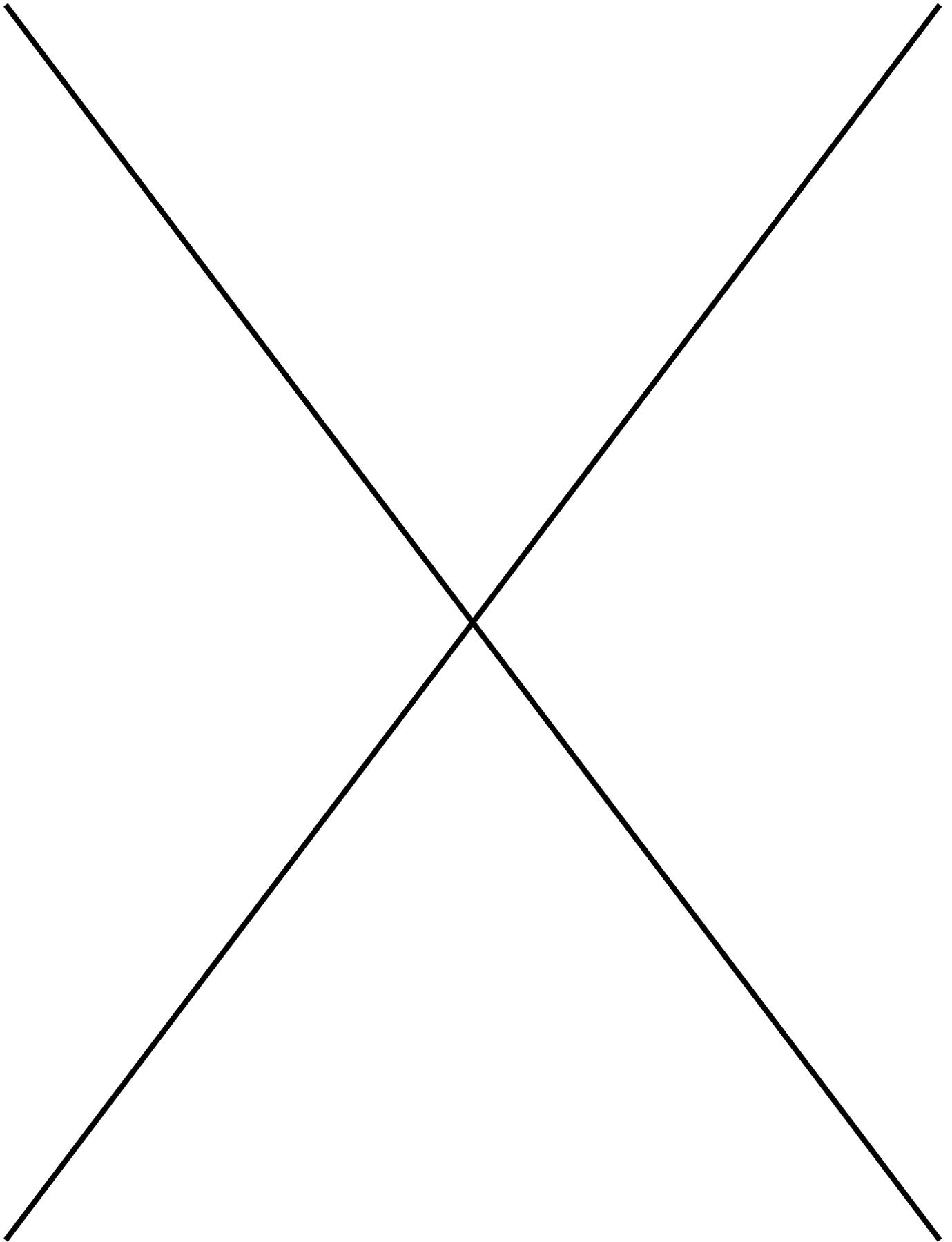
Il est fortement conseillé au candidat de lire la totalité du sujet avant de composer. Toutes les parties sont indépendantes (elles peuvent être traitées dans n'importe quel ordre).

La répartition du temps à consacrer à chaque partie est environ la suivante :

- Lecture du sujet : 15 mn
- Partie B : 20 mn
- Partie C : 30 mn
- Partie D : 65 mn
- Partie E : 30 mn
- Partie F : 80 mn

AUCUN DOCUMENT N'EST AUTORISE

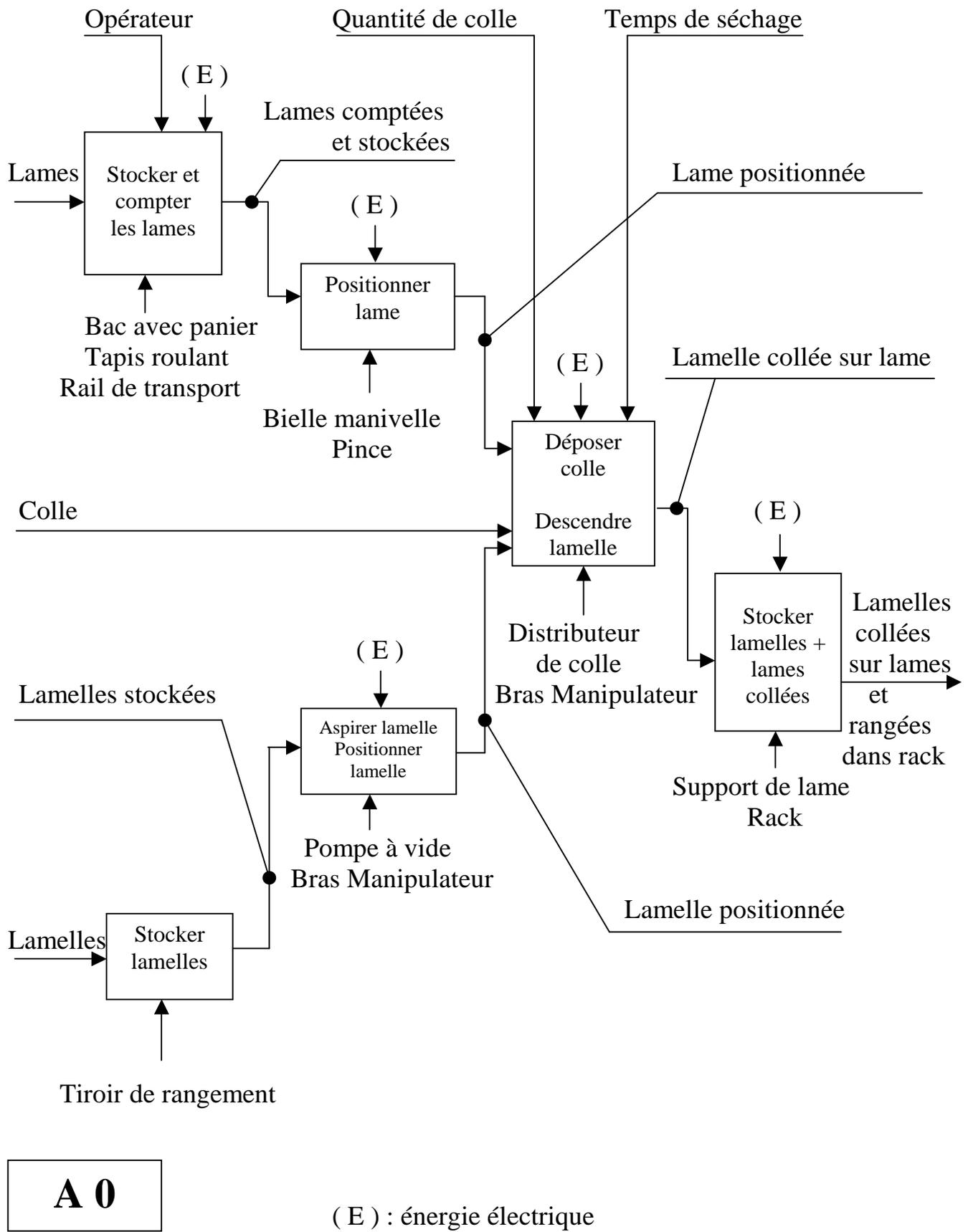
--	--	--	--	--



Code candidat :

--	--	--	--	--

B - 1.

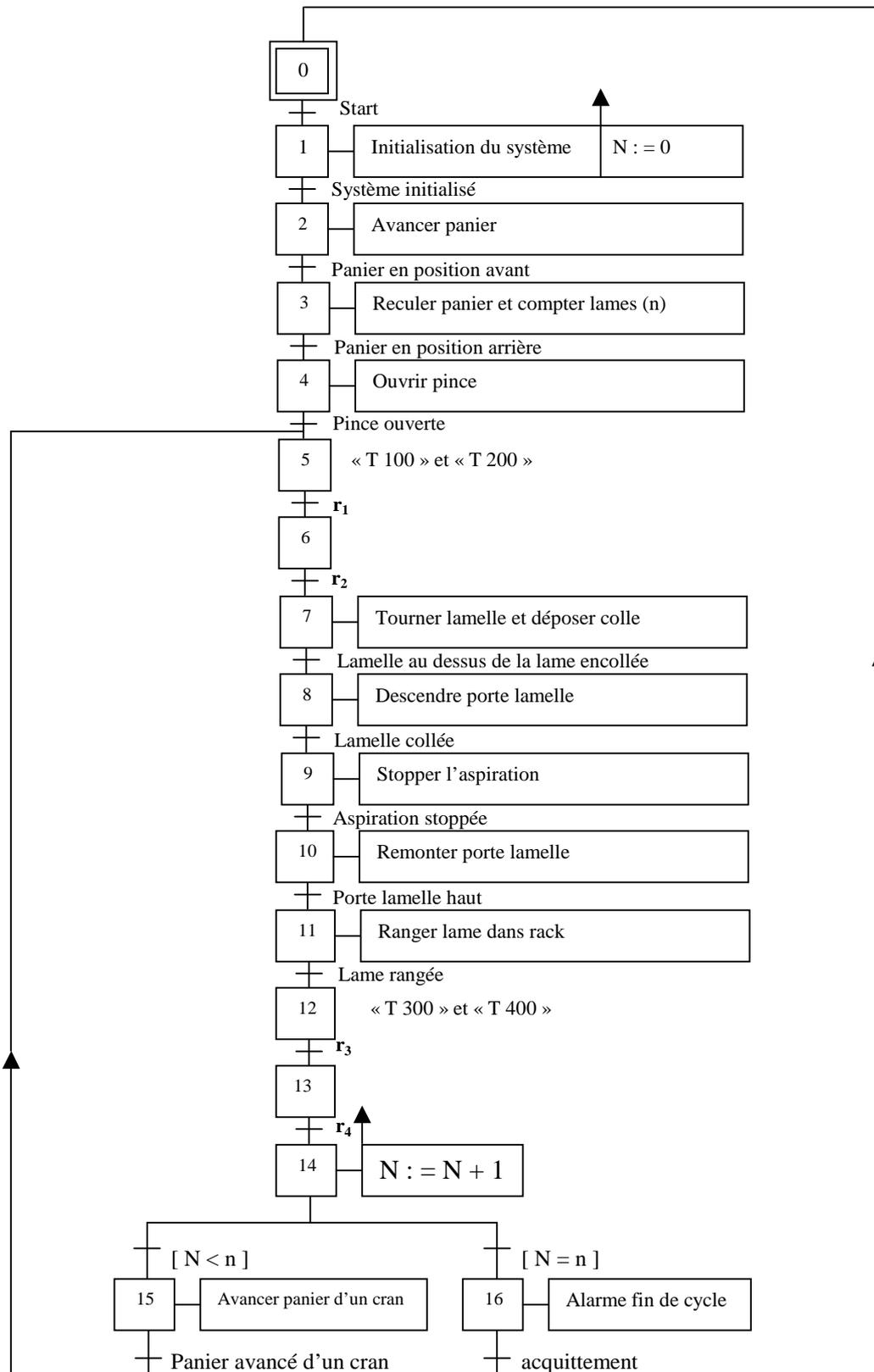


A 0

(E) : énergie électrique

--	--	--	--	--

C - 1.



C - 2.

 $r_1 = X101.X201$ $r_2 = X100.X200$ $r_3 = X301.X401$ $r_4 = X300.X400$

--	--	--	--	--

D – 1 – 1.

Fermeture du cycle du système bielle – manivelle :

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \vec{0} \quad \text{donc : } -r.\vec{x}_1 - l.\vec{y}_2 + \lambda.\vec{y}_0 = \vec{0}$$

$$\vec{x}_1 = \cos \theta_{01}.\vec{x}_0 + \sin \theta_{01}.\vec{y}_0$$

$$\text{projections sur } x_0 : \quad -r.\cos \theta_{01} + l.\sin \theta_{02} = 0$$

$$\vec{y}_2 = \cos \theta_{02}.\vec{y}_0 - \sin \theta_{02}.\vec{x}_0$$

$$\text{projections sur } y_0 : \quad -r.\sin \theta_{01} - l.\cos \theta_{02} + \lambda = 0$$

On en déduit : $l.\sin \theta_{02} = r.\cos \theta_{01}$

$$l.\cos \theta_{02} = \lambda - r.\sin \theta_{01} \quad \Rightarrow \quad l^2 = r^2 + \lambda^2 - 2.\lambda.r.\sin \theta_{01}$$

$$\Rightarrow$$

$$\boxed{\sin \theta_{01} = \frac{r^2 + \lambda^2 - l^2}{2.\lambda.r}}$$

D – 1 – 2.

Fermeture du cycle O-F-E-C :

$$\overrightarrow{OF} + \overrightarrow{FE} + \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{CO} = \vec{0} \quad \text{donc : } -\delta.\vec{x}_5 - \rho.\vec{y}_5 + c.\vec{x}_4 + (\lambda - a).\vec{y}_0 = \vec{0}$$

$$\vec{x}_5 = \cos \theta_{05}.\vec{x}_0 + \sin \theta_{05}.\vec{y}_0$$

$$\vec{y}_5 = \cos \theta_{05}.\vec{y}_0 - \sin \theta_{05}.\vec{x}_0$$

$$\vec{x}_4 = \cos \theta_{04}.\vec{x}_0 + \sin \theta_{04}.\vec{y}_0$$

projection sur x_0 :

$$-\delta.\cos \theta_{05} + \rho.\sin \theta_{05} + c.\cos \theta_{04} = 0$$

projection sur y_0 :

$$-\delta.\sin \theta_{05} - \rho.\cos \theta_{05} + c.\sin \theta_{04} + \lambda - a = 0$$

--	--	--	--	--

D – 1 – 3.

Si le rayon du galet est négligeable, on pose : $\rho = 0$. Les équations précédentes deviennent :

$$\begin{aligned} \text{projection sur } x_0 : & \quad -\delta \cdot \cos \theta_{05} + c \cdot \cos \theta_{04} = 0 & \Rightarrow & \quad \delta \cdot \cos \theta_{05} = c \cdot \cos \theta_{04} \\ \text{projection sur } y_0 : & \quad -\delta \cdot \sin \theta_{05} + c \cdot \sin \theta_{04} + \lambda - a = 0 & \Rightarrow & \quad \delta \cdot \sin \theta_{05} = c \cdot \sin \theta_{04} + \lambda - a \end{aligned}$$

On fait le rapport : $\tan \theta_{05} = \frac{c \cdot \sin \theta_{04} + \lambda - a}{c \cdot \cos \theta_{04}} \Rightarrow \boxed{\lambda = c \cdot \tan \theta_{05} \cdot \cos \theta_{04} + a - c \cdot \sin \theta_{04}}$

D – 1 – 4.

On reporte λ dans la première équation :

$$\boxed{\sin \theta_{01} = \frac{r^2 - l^2 + (c \cdot \tan \theta_{05} \cdot \cos \theta_{04} + a - c \cdot \sin \theta_{04})^2}{2r \cdot (c \cdot \tan \theta_{05} \cdot \cos \theta_{04} + a - c \cdot \sin \theta_{04})}}$$

D – 1 – 5.

On s'intéresse au cas particulier correspondant au début du contact galet – came :

Dans la formule ci-dessus, on fait : $\theta_{04} = 0$, $\theta_{01} = 0$, $\theta_{05} = \pi/4$

On obtient : $r^2 - l^2 + (c + a)^2 = 0 \Rightarrow \boxed{a = \sqrt{l^2 - r^2} - c}$

D – 1 – 6. Avec $\theta_{05} = \pi/4$, et $\theta_{04} = \pi/2$, la formule devient :

$$\sin \theta_{01} = \frac{r^2 - l^2 + (\sqrt{l^2 - r^2} - 2c)^2}{2r \cdot (\sqrt{l^2 - r^2} - 2c)} \quad \text{ou bien :} \quad \sin \theta_{01} = \frac{r^2 - l^2 + (a - c)^2}{2r \cdot (a - c)}$$

--	--	--	--	--

D – 1 – 7.

Pour un pivotement de la pince de 90° , on relève un temps d'environ 0,5 s.

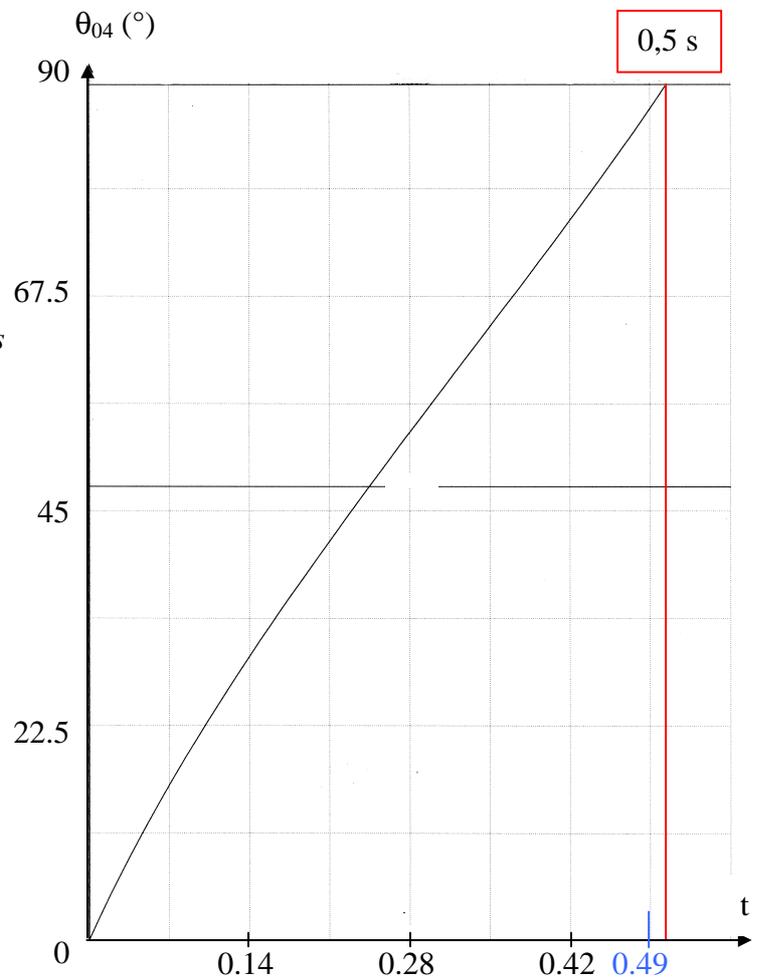
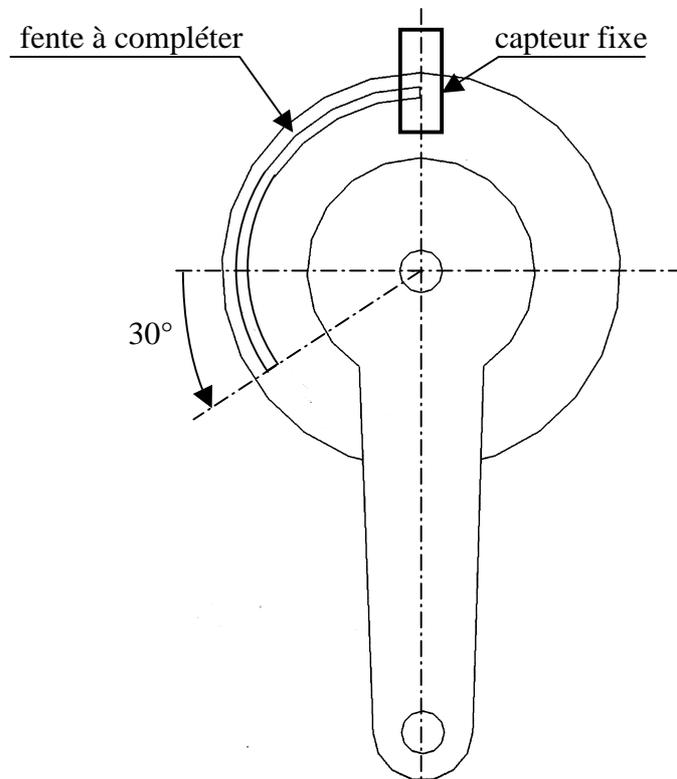
On a aussi :

$$\omega_{1/0} = 1 \text{ rad} / \text{s} = \frac{360}{2\pi} \text{ }^\circ / \text{s} = 57,3 \text{ }^\circ / \text{s} \approx 60 \text{ }^\circ / \text{s}$$

Cela donne un angle de pivotement de la manivelle 1 :

$$\theta_{01} = 57,3 \times 0,5 = 28,7 \text{ }^\circ \approx 30 \text{ }^\circ$$

On pourra admettre un angle de 30° environ.

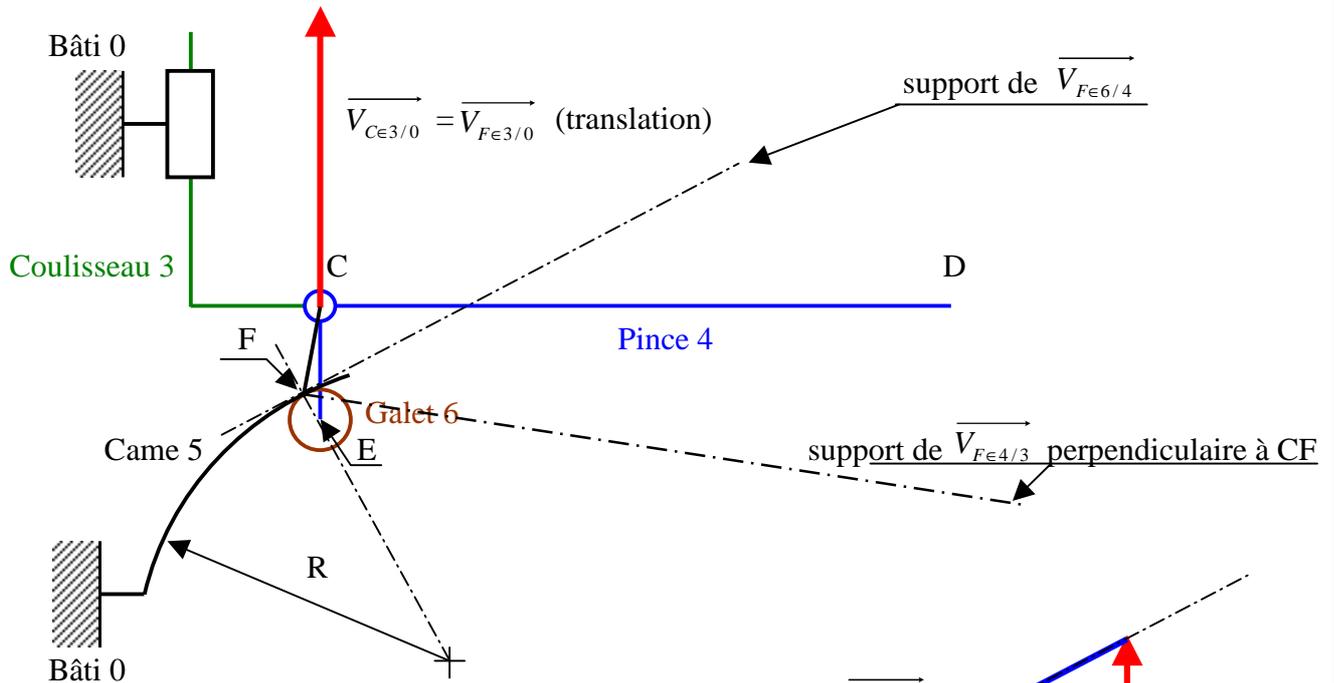
**D – 1 – 8.**

--	--	--	--	--

D – 2 – 1. Echelle des vitesses : 1 cm pour 0,01 m/s

Donnée : $\|\vec{V}_{C \in 3/0}\| = 0,04 \text{ m/s}$

On se place en fin d'une phase de montée et de pivotement de la pince.



Relation et justification :

$$\vec{V}_{C \in 3/0} = \vec{V}_{F \in 3/0} \quad (\text{translation de } 3/0)$$

Roulement sans glissement en F :

$$\vec{V}_{F \in 6/5} = \vec{0} \quad \text{ou bien : } \vec{V}_{F \in 6/0} = \vec{0}$$

Composition des vitesses :

$$\vec{V}_{F \in 6/4} + \vec{V}_{F \in 4/3} + \vec{V}_{F \in 3/0} = \vec{0}$$

Résultat :

$$\|\vec{V}_{F \in 4/3}\| = 0,056 \text{ m/s}$$

D – 2 – 2.

$$\|\vec{V}_{F \in 4/3}\| = 0,06 \text{ m/s}$$

$$\|\vec{V}_{D \in 4/3}\| = \|\vec{V}_{F \in 4/3}\| \times \frac{CD}{CF} = 0,06 \times \frac{83}{12} = 0,415 \text{ m/s} \quad \text{Cette vitesse est verticale, vers le haut.}$$

D – 2 – 3.

$$\vec{V}_{D \in 4/0} = \vec{V}_{D \in 4/3} + \vec{V}_{D \in 3/0} \quad \text{Or ces vitesses sont toutes verticales, vers le haut. Donc :}$$

$$\|\vec{V}_{D \in 4/0}\| = \|\vec{V}_{D \in 4/3}\| + \|\vec{V}_{D \in 3/0}\| \quad \text{On obtient alors : } \|\vec{V}_{D \in 4/0}\| = 0,415 + 0,04 = 0,455 \text{ m/s}$$

$$\|\vec{V}_{D \in 4/0}\| = 0,455 \text{ m/s} \leq 0,5 \text{ m/s} \quad \text{Conclusion : le cahier des charges est vérifié.}$$

--	--	--	--	--

E – 1. Torseurs statiques :

$$\mathcal{L}'_{0-11} : \text{Pivot glissant} \quad \{F'_{0 \rightarrow 11}\} = \begin{Bmatrix} X'_{0 \rightarrow 11} & L'_{0 \rightarrow 11} \\ 0 & 0 \\ Z'_{0 \rightarrow 11} & N'_{0 \rightarrow 11} \end{Bmatrix}_{R0}$$

$$\mathcal{L}''_{0-11} : \text{Pivot glissant} \quad \{F''_{0 \rightarrow 11}\} = \begin{Bmatrix} X''_{0 \rightarrow 11} & L''_{0 \rightarrow 11} \\ 0 & 0 \\ Z''_{0 \rightarrow 11} & N''_{0 \rightarrow 11} \end{Bmatrix}_{R0}$$

$$\mathcal{L}_{10-11} : \text{Hélicoïdale} \quad \{F_{10 \rightarrow 11}\} = \begin{Bmatrix} X_{10 \rightarrow 11} & L_{10 \rightarrow 11} \\ Y_{10 \rightarrow 11} & M_{10 \rightarrow 11} \\ Z_{10 \rightarrow 11} & N_{10 \rightarrow 11} \end{Bmatrix}_{R0} \quad \text{avec } M_{10 \rightarrow 11} = -\frac{pas}{2\pi} Y_{10 \rightarrow 11}$$

$$\mathcal{L}_{0-10} : \text{Pivot} \quad \{F_{0 \rightarrow 10}\} = \begin{Bmatrix} X_{0 \rightarrow 10} & L_{0 \rightarrow 10} \\ Y_{0 \rightarrow 10} & 0 \\ Z_{0 \rightarrow 10} & N_{0 \rightarrow 10} \end{Bmatrix}_{R0}$$

E – 2. Liaisons \mathcal{L}'_{0-11} et \mathcal{L}''_{0-11} en O : \mathcal{L}'_{0-11} en O :

$$\overrightarrow{M}'_{O(0 \rightarrow 11)} = \overrightarrow{M}_{B(0 \rightarrow 11)} + \overrightarrow{OB} \wedge \overrightarrow{R}'_{0 \rightarrow 11} = \begin{Bmatrix} L'_{0 \rightarrow 11} & -a \\ 0 & \mu \\ N'_{0 \rightarrow 11} & 0 \end{Bmatrix} \wedge \begin{Bmatrix} X'_{0 \rightarrow 11} \\ 0 \\ Z'_{0 \rightarrow 11} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} L'_{0 \rightarrow 11} + \mu Z'_{0 \rightarrow 11} \\ + a Z'_{0 \rightarrow 11} \\ N'_{0 \rightarrow 11} - \mu X'_{0 \rightarrow 11} \end{Bmatrix}$$

$$\{F'_{0 \rightarrow 11}\} = \begin{Bmatrix} X'_{0 \rightarrow 11} & L'_{0 \rightarrow 11} + \mu Z'_{0 \rightarrow 11} \\ 0 & + a Z'_{0 \rightarrow 11} \\ Z'_{0 \rightarrow 11} & N'_{0 \rightarrow 11} - \mu X'_{0 \rightarrow 11} \end{Bmatrix}_{R0}$$

 \mathcal{L}''_{0-11} en O :

$$\overrightarrow{M}''_{O(0 \rightarrow 11)} = \overrightarrow{M}''_{C(0 \rightarrow 11)} + \overrightarrow{OC} \wedge \overrightarrow{R}''_{0 \rightarrow 11} = \begin{Bmatrix} L''_{0 \rightarrow 11} & +a \\ 0 & \mu \\ N''_{0 \rightarrow 11} & 0 \end{Bmatrix} \wedge \begin{Bmatrix} X''_{0 \rightarrow 11} \\ 0 \\ Z''_{0 \rightarrow 11} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} L''_{0 \rightarrow 11} + \mu Z''_{0 \rightarrow 11} \\ - a Z''_{0 \rightarrow 11} \\ N''_{0 \rightarrow 11} - \mu X''_{0 \rightarrow 11} \end{Bmatrix}$$

$$\{F''_{0 \rightarrow 11}\} = \begin{Bmatrix} X''_{0 \rightarrow 11} & L''_{0 \rightarrow 11} + \mu Z''_{0 \rightarrow 11} \\ 0 & - a Z''_{0 \rightarrow 11} \\ Z''_{0 \rightarrow 11} & N''_{0 \rightarrow 11} - \mu X''_{0 \rightarrow 11} \end{Bmatrix}_{R0}$$

--	--	--	--	--

E – 3. Equations d'équilibre du solide 10

$$X_{0 \rightarrow 10} - X_{10 \rightarrow 11} = 0$$

$$Y_{0 \rightarrow 10} - Y_{10 \rightarrow 11} = 0$$

$$Z_{0 \rightarrow 10} - Z_{10 \rightarrow 11} = 0$$

$$L_{0 \rightarrow 10} - L_{10 \rightarrow 11} = 0$$

$$C_m - M_{10 \rightarrow 11} = 0$$

$$N_{0 \rightarrow 10} - N_{10 \rightarrow 11} = 0$$

E – 4. Equations d'équilibre du solide 11

$$X_{10 \rightarrow 11} + X'_{0 \rightarrow 11} + X''_{0 \rightarrow 11} = 0$$

$$Y_{10 \rightarrow 11} - P = 0$$

$$Z_{10 \rightarrow 11} + Z'_{0 \rightarrow 11} + Z''_{0 \rightarrow 11} = 0$$

$$L'_{0 \rightarrow 11} + \mu.Z'_{0 \rightarrow 11} + L''_{0 \rightarrow 11} + \mu.Z''_{0 \rightarrow 11} + L_{10 \rightarrow 11} = 0$$

$$+ a.Z'_{0 \rightarrow 11} - a.Z''_{0 \rightarrow 11} + M_{10 \rightarrow 11} = 0$$

$$N'_{0 \rightarrow 11} - \mu.X'_{0 \rightarrow 11} + N''_{0 \rightarrow 11} - \mu.X''_{0 \rightarrow 11} + N_{10 \rightarrow 11} = 0$$

E – 5.

On utilise l'équation de moment : $M_{11 \rightarrow 10} + C_m = 0$, la relation : $M_{10 \rightarrow 11} = -\frac{pas}{2\pi} Y_{10 \rightarrow 11}$ et l'équation de résultante $Y_{10 \rightarrow 11} - P = 0$

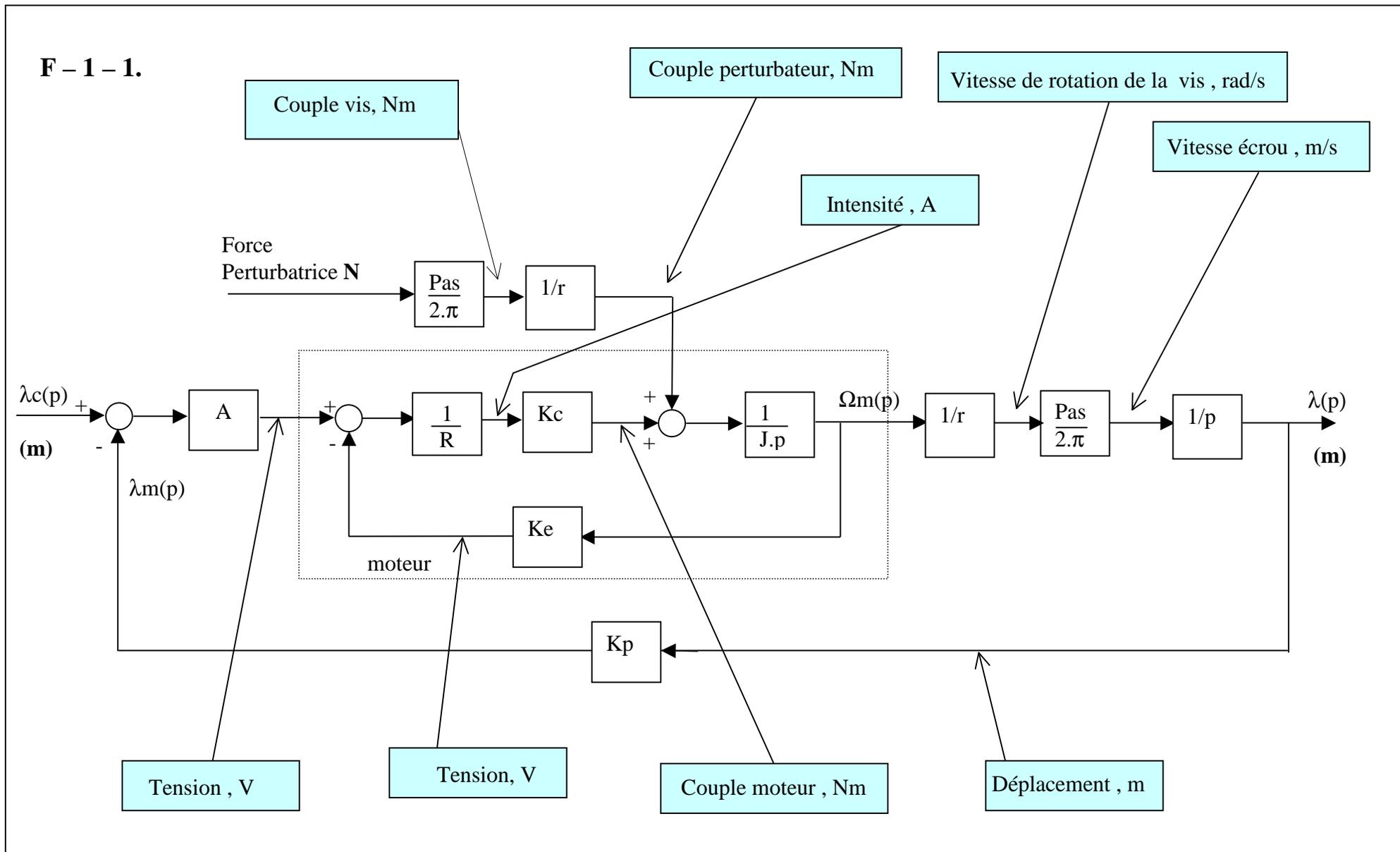
$$C_m = M_{10 \rightarrow 11} = -\frac{pas}{2\pi} Y_{10 \rightarrow 11} = \frac{-pas}{2\pi} P$$

A.N. : $P = 100 \text{ N}$ et $pas = 6,28 \text{ mm}$

$$C_m = -0,1 \text{ N.m}$$

Conclusion : Le couple moteur prévu par le constructeur est largement supérieur à la valeur trouvée. (facteur 10)

--	--	--	--	--



--	--	--	--	--

F - 2 - 1.

$$H1 = \frac{\frac{Kc}{R.J.p}}{1 + \frac{Kc.Ke}{R.J.p}} = \frac{Kc}{R.J.p + Kc.Ke} = \frac{1/Ke}{\frac{R.J}{Kc.Ke} p + 1} = \frac{Km}{Tm.p + 1}$$

$$Km = 1/Ke = 50 \text{ rd} / \text{s} / \text{V}$$

$$Tm = \frac{R.J}{Ke.Kc} = \frac{10.10^{-6}}{20.10^{-3}.20.10^{-3}} = \frac{1}{40} \text{ s}$$

F - 2 - 2.

$$1/H2 = \frac{2.\pi.r.p}{Pas.A} \cdot 1/H1 + 1 = \frac{2.\pi.r.p}{Pas.A} \cdot \frac{Tm.p + 1}{Km} + 1 = \frac{2.\pi.r.Tm.p^2 + 2.\pi.r.p + Pas.A.Km}{Pas.A.Km}$$

$$H2 = \frac{1}{\frac{2.\pi.r.Tm.p^2}{Pas.A.Km} + \frac{2.\pi.r.p}{Pas.A.Km} + 1}$$

$$K2 = 1$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{Pas.A.Km}{2.\pi.r.Tm.}}$$

$$\frac{2.z}{\omega_0} = \frac{2.\pi.r}{Pas.A.Km} \rightarrow z = \frac{\omega_0}{2} \cdot \frac{2.\pi.r}{Pas.A.Km} = \sqrt{\frac{Pas.A.Km}{2.\pi.r.Tm.}} \cdot \frac{\pi.r}{Pas.A.Km} = \sqrt{\frac{\pi.r}{2.Tm.Pas.A.Km}}$$

F - 2 - 3.

Pour une réponse sans dépassement, il faut : $z = 1$

$$\frac{\pi.r}{2.Tm.Pas.A.Km} = 1 \rightarrow A = \frac{\pi.r}{2.Tm.Pas.Km}$$

$$A = \frac{\pi.20.40.2}{2.\pi.10^{-3}.50} = 16.10^3 \text{ V} / \text{m}$$

--	--	--	--	--

F – 2 – 4.

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{Pas.A.Km}{2.\pi.r.Tm.}} = \sqrt{\frac{\pi.10^{-3}.16000.50.40}{2 \cdot 2.\pi.20.}} = 20 \text{ rd / s}$$

$$H2 = \frac{1}{\frac{p^2}{400} + \frac{p}{10} + 1} = \frac{1}{\left(\frac{p}{20} + 1\right)^2}$$

F – 3 – 1. Fonction de transfert H3(p) = λ(p)/ F(p).

$$1/H3 = \frac{2.\pi.r}{Pas} \left[\frac{J.r.2.\pi.p^2}{Pas} + \frac{Kc.Ke.r.2.\pi.p}{R.Pas} + \frac{A.Kc}{R} \right] = \frac{2.\pi.r}{Pas} \left[\frac{J.r.R.2.\pi.p^2 + Kc.Ke.r.2.\pi.p + A.Kc.Pas}{R.Pas} \right]$$

$$H3 = \frac{R.Pas^2}{2.\pi.r} \cdot \frac{1}{J.r.R.2.\pi.p^2 + Kc.Ke.r.2.\pi.p + A.Kc.Pas}$$

$$H3 = \frac{R.Pas}{2.\pi.r.A.Kc} \cdot \frac{1}{\frac{J.r.R.2.\pi}{A.Kc.Pas} p^2 + \frac{Ke.r.2.\pi}{A.Pas} p + 1}$$

$$K3 = \frac{R.Pas}{2.\pi.r.A.Kc} = \frac{1}{160.A} \Rightarrow K3 = \frac{1}{256.10^4}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{Pas.A.Kc}{2.\pi.r.J.R}}$$

$$\frac{2.z}{\omega_0} = \frac{2.\pi.r.Ke}{Pas.A} \rightarrow z = \frac{\omega_0}{2} \cdot \frac{2.\pi.r.Ke}{Pas.A} = 1$$

$$\Rightarrow z = \frac{1}{2} \cdot Ke \cdot \sqrt{\frac{2.\pi.r.Kc}{J.R.Pas.A}}$$

$$H3 = \frac{1}{256.10^4} \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{p}{20}\right)^2}$$

F – 3 – 2. Force perturbatrice est de 100N

$$\Delta\lambda = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \left(\frac{100}{p} \cdot H3 \right) = 100 \cdot \frac{R.Pas}{2.\pi.r.A.Kc} = 100 \cdot \frac{1}{256.10^4} = \frac{1}{256.10^2} = 0,039.10^{-3} \text{ m} = 0,039 \text{ mm}$$

Le cahier des charges est respecté.

--	--	--	--	--

F – 4 – 1. Fonction de transfert $H4(p) = \lambda(p)/\varepsilon(p)$.

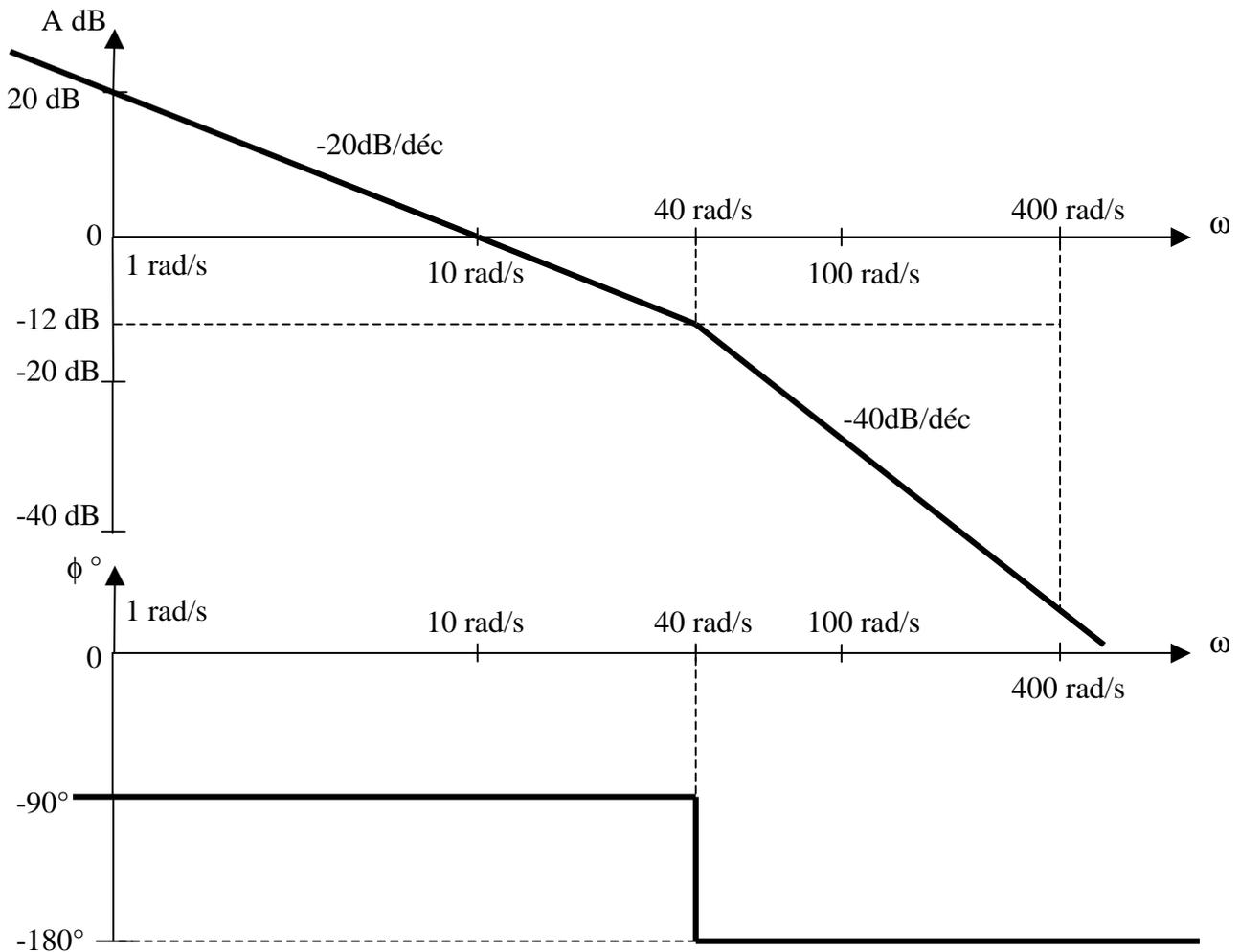
$$H4 = A.H1 \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{Pas}{2\pi} \cdot \frac{1}{p} = \frac{A.Pas}{Ke.r.2\pi} \cdot \frac{1}{p \cdot \left(\frac{R.J}{Kc.Ke} p + 1 \right)}$$

F – 4 – 2. : En prenant la valeur de $A = 16000$ V/m

$$H4 = \frac{16000.\pi}{2.20.10^{-3}.20.2.\pi} \cdot \frac{1}{p \cdot \left(\frac{p}{40} + 1 \right)} = \frac{10}{p \cdot \left(\frac{p}{40} + 1 \right)}$$

F – 4 – 3. Diagramme asymptotique de Bode de $H4(j.\omega)$

Echelles : 5 cm pour 1 décade ; 2 cm pour 20 dB ; 2 cm pour 90°



--	--	--	--	--

F – 4 – 3. : Suite.

Explications des constructions du diagramme asymptotique de Bode de $H_4(j\omega)$

$$H_4(j\omega) = \frac{10}{j\omega(1 + 0,025 j\omega)}$$

- Quand $\omega \rightarrow 0$, $H_4(j\omega) \approx \frac{10}{j\omega}$.

1 ^{ère} asymptote de gain :	$AdB = 20\log 10 - 20\log \omega = 20 - 20\log \omega$
--------------------------------------	--

1^{ère} asymptote de phase : $\phi = -90^\circ$

- A partir de $\omega = 40$ rad/s, on a une 2^{ème} asymptote de gain de pente -40 dB/déc

2^{ème} asymptote de gain : $AdB = x - 40\log \omega$

2^{ème} asymptote de phase : $\phi = -180^\circ$

Les 2 asymptotes de gain se coupent pour $\omega = 40$ rad/s, soit pour :

$$AdB = 20 - 20\log 40 = 20 - 20.1,6 = -12 \text{ dB}$$

$$\text{On a donc : } x = -12 + 40\log 40 = -12 + 40.1,6 = 52$$

L'équation de la 2 ^{ème} asymptote de gain est donc :	$AdB = 52 - 40\log \omega$
--	----------------------------

F – 4 – 4. Valeur de la pulsation (ω_c)

La valeur du gain pour la pulsation $\omega = 1$ rad/s est égale à 20 dB.

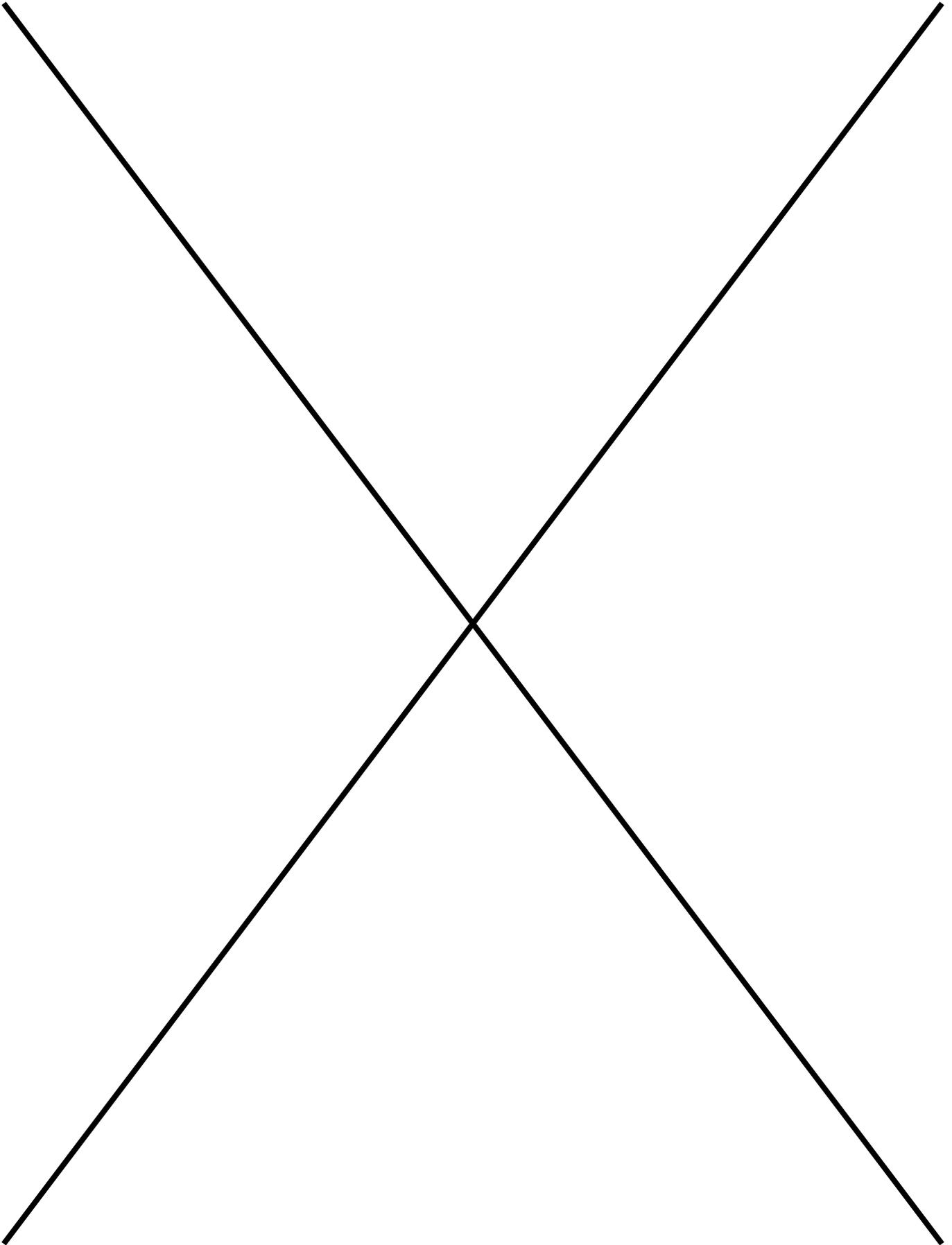
Comme la pente est de -20 dB/déc, l'asymptote coupe l'axe des 0 dB à 10 rad/s.

La pulsation ω_c vaut donc 10 rad/s.

F – 4 – 5. Valeur de la phase: $\phi(\omega_c)$.

$$\phi(\omega_c) = -90^\circ - \tan^{-1}\left(\frac{10}{40}\right) = -90^\circ - 14^\circ = -104^\circ$$

--	--	--	--	--



Code candidat :

--	--	--	--	--