

**CONCOURS COMMUN 2004**  
**DES ECOLES DES MINES D'ALBI, ALES, DOUAI, NANTES**

**Epreuve spécifique de Sciences Industrielles**

**( Filière PTSI )**

**Mercredi 19 Mai 2004 de 8H00 à 12H00**

***CORRECTION SUJET 2004***

**Automate préparateur et distributeur de pizzas**

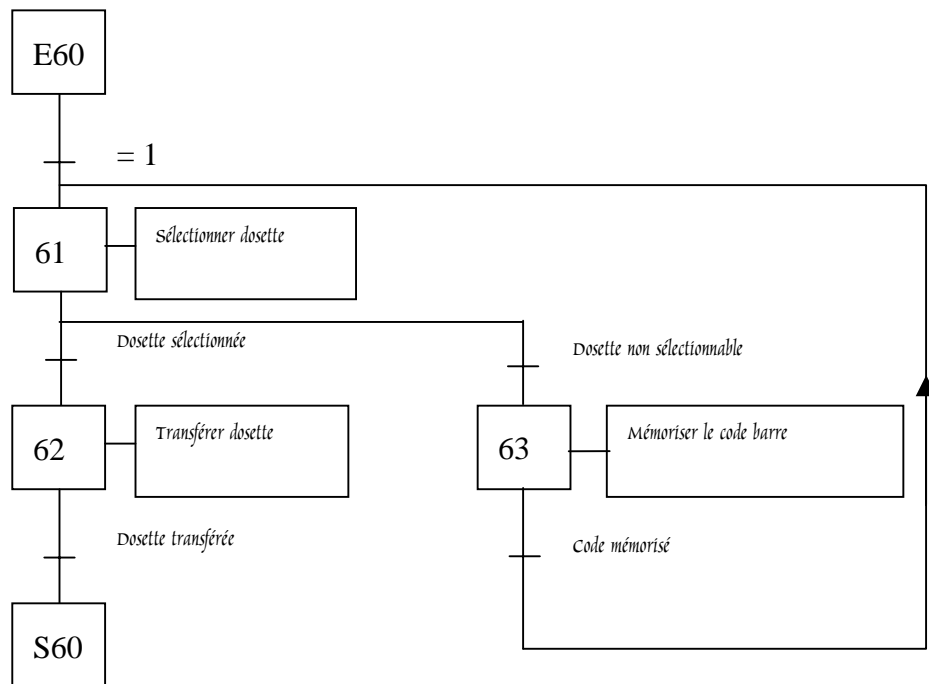
**B1**

La valeur ajoutée est ici une transformation du contenu des dosettes en une pizza prête à être consommée, de plus la pizza est conditionnée.

**B2**

Le ticket est présent en temps que compte rendu en sortie du système, mais il est également nécessaire comme donnée de contrôle (de type exploitation) afin d'autoriser la livraison de la pizza au client.

**C1**



**C2**

$$(t_{78}) = X_5$$

**E1**

$$\{V_{4/0}\}_C = \begin{Bmatrix} 0 & vx_{40} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix} \quad (\text{forme valable } \forall P) \quad \{V_{0/3}\}_F = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \omega z_{03} & 0 \end{Bmatrix}$$

$$\{V_{3/2}\}_D = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \omega z_{32} & 0 \end{Bmatrix} \quad \{V_{2/4}\}_C = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \dot{\beta} & 0 \end{Bmatrix}$$

**E2**

$$\{V_{4/0}\} + \{V_{0/3}\} + \{V_{3/2}\} + \{V_{2/4}\} = \{0\}$$

torseurs exprimés au même point et dans la même base.

**E3**

calculs effectués au point c.

$$\vec{V}(C \in 3/2) = \vec{0} + \vec{CD} \wedge \vec{\Omega}(3/2) = \begin{vmatrix} L \cos \beta & 0 \\ L \sin \beta & 0 \\ 0 & \omega z_{32} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} L \omega z_{32} \sin \beta \\ -L \omega z_{32} \cos \beta \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$\vec{V}(C \in 0/3) = \vec{0} + \vec{CF} \wedge \vec{\Omega}(0/3) = 2.L.\cos\beta \vec{x} \wedge \omega z_{03} \vec{z} = -2.L.\omega z_{03}.\cos\beta \vec{y}$$

$$\begin{cases} \omega z_{03} + \omega z_{32} + \dot{\beta} = 0 \\ vx_{40} + L.\omega z_{32} \sin \beta = 0 \\ -L.\omega z_{32} \cos \beta - 2.L.\omega z_{03}.\cos \beta = 0 \end{cases}$$

donc  $vx_{40} = -L.\omega z_{32} \sin \beta$

$$\omega z_{32} = -2\omega z_{03}$$

en définitive

$$\boxed{\omega z_{32} = \frac{-V}{L.\sin \beta}} \quad (\text{avec } vx_{40} = V)$$

**E3 (suite)**

$$\omega_{z_{03}} = \frac{V}{2.L.\sin \beta}$$

et  $\dot{\beta} = -\omega_{z_{03}} - \omega_{z_{32}} = \frac{V}{L.\sin \beta} - \frac{V}{2.L.\sin \beta}$

donc :  $\dot{\beta} = \frac{V}{2.L.\sin \beta}$

**E4** calcul de  $\vec{V}(E \in 5/0)$

$$\vec{V}(E \in 5/0) = \vec{V}(E \in 5/2) + \vec{V}(E \in 2/0)$$

$$\vec{V}(E \in 5/2) = \vec{0} \text{ et } \vec{V}(E \in 2/0) = \vec{V}(E \in 2/4) + \vec{V}(E \in 4/0)$$

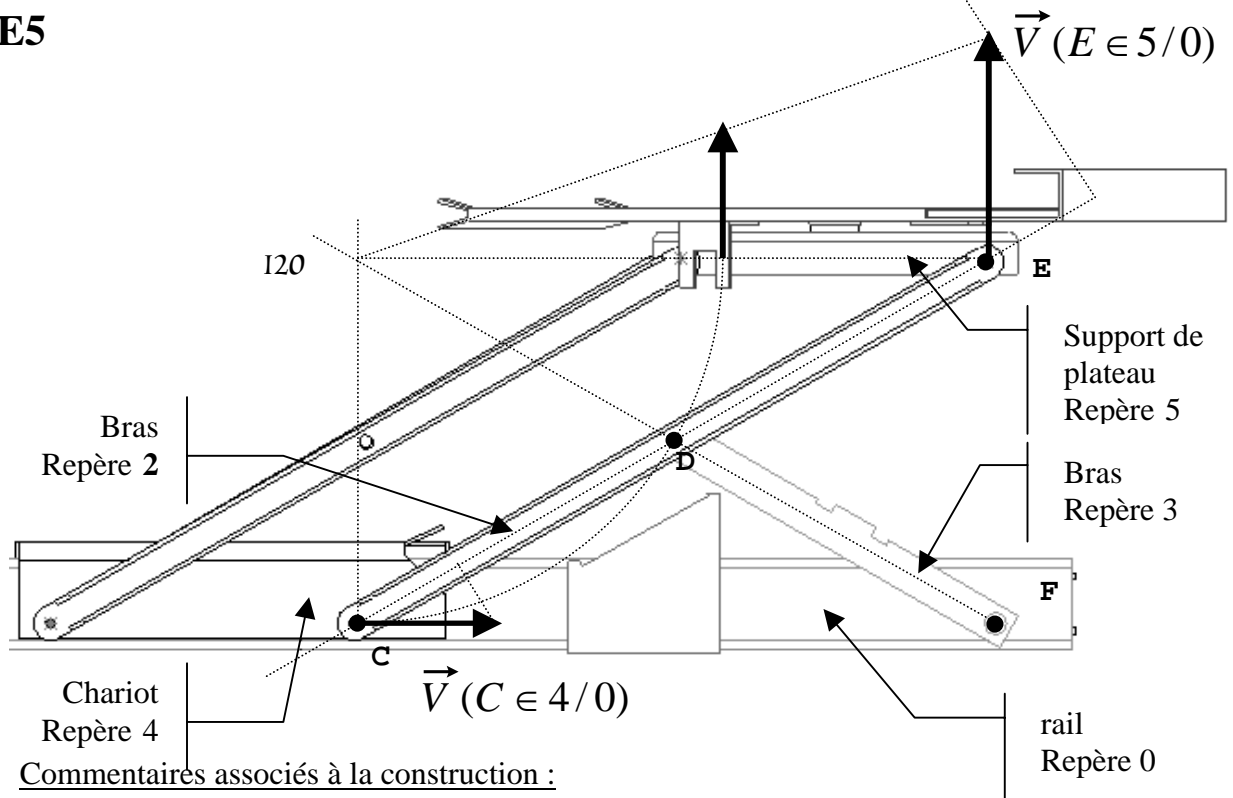
$$\{V_{2/4}\}_C = \left\{ \frac{V}{2.L.\sin \beta} \vec{z} \quad \vec{0} \right\}$$

$$\text{donc } \vec{V}(E \in 2/4) = \vec{0} + \vec{EC} \wedge \vec{\Omega}_{2/4} = -2L\vec{u} \wedge \left( \frac{V}{2.L.\sin \beta} \vec{z} \right)$$

$$= \begin{vmatrix} -2.L.\cos \beta & 0 \\ -2.L.\sin \beta & 0 \\ 0 & V \end{vmatrix} \wedge \frac{1}{2.L.\sin \beta} \begin{vmatrix} -V \\ \tan \beta \\ 0 \end{vmatrix}$$

comme  $\vec{V}(E \in 4/0) = V\vec{x}$   $\Rightarrow$   $\vec{V}(E \in 5/0) = \frac{V}{\tan \beta} \vec{y}$

**E5**



Commentaires associés à la construction :

$$\vec{V}(C \in 4/0) = \vec{V}(C \in 2/0) \text{ et } \vec{V}(E \in 5/0) = \vec{V}(E \in 2/0)$$

on obtient le tracé de  $\vec{V}(E \in 5/0)$  dirigé suivant  $\vec{y}$ , par équiprojectivité sur la droite CE.

Autre méthode :

$$\vec{V}(C \in 4/0) = \vec{V}(C \in 2/0) \Rightarrow I_{20} \in \text{à la perpendiculaire en } c \text{ à } \vec{V}(C \in 4/0).$$

$$\vec{V}(D \in 2/0) = \vec{V}(D \in 3/0) \Rightarrow I_{20} \in \text{à la droite } (F,D), \text{ car le mouvement de } 3/0 \text{ est une rotation de centre } F.$$

120 appartient donc à l'intersection des deux directions définies précédemment.

Détermination de  $\vec{V}(E \in 5/0)$  par triangle des vitesses.

Le support de  $\vec{V}(E \in 5/0)$  est bien vertical (porté par l'axe  $\vec{y}$ ).

**E6**

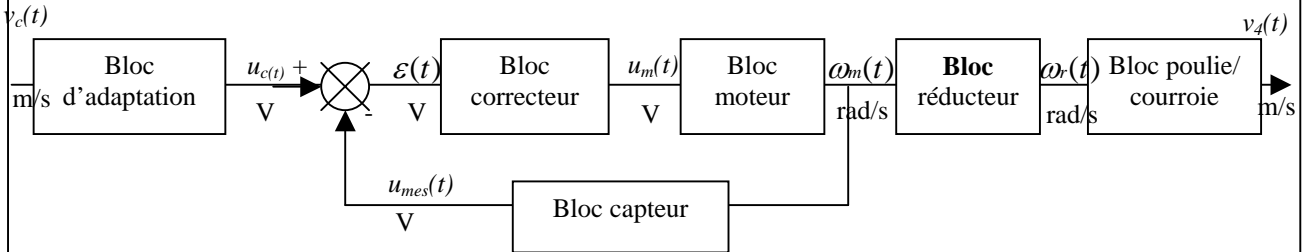
A,B,E et C constituent un parallélogramme déformable, le mouvement du plateau 5 par rapport au chariot 4 est donc un mouvement de translation circulaire.

**E7**

Le mouvement du plateau 5 par rapport au rail 0 est un mouvement de translation rectiligne de direction  $\vec{y}$ . ( $\vec{V}(E \in 5/0)$  est constamment porté par  $\vec{y}$ , de plus on montre facilement que  $\vec{\Omega}(5/0)$  est nul).

Le mouvement de translation rectiligne est favorable du point de vue encombrement. Comme le montre la photo de droite du document 5, la position du préparateur empêcherait le mouvement de translation circulaire du plateau porte-dosette.

**F1**



**F2**

Entre 0,5 et 1,5 secondes, la consigne de vitesse est constante et égale  $GV=0,5\text{m/s}$ .

En régime permanent, à partir de 1 seconde, il n'y a pas d'écart entre la vitesse réelle du chariot et la vitesse de consigne. On peut donc considérer que le gain  $K$  du modèle du 1<sup>er</sup> ordre sera égal à 1. (Démonstration rigoureuse à l'aide du théorème de la valeur finale).

**F3**

$$V_c(t) = \frac{GV}{t1} \cdot t, \text{ donc } \frac{dV_c}{dt} = \frac{GV}{t1}.$$

En prenant le transformée de Laplace de cette expression, on trouve :

$$p \cdot V_c(p) - V_c(t=0) = \frac{GV/t1}{p}, \text{ donc } V_c(p) = \frac{GV/t1}{p^2}$$

**F4**

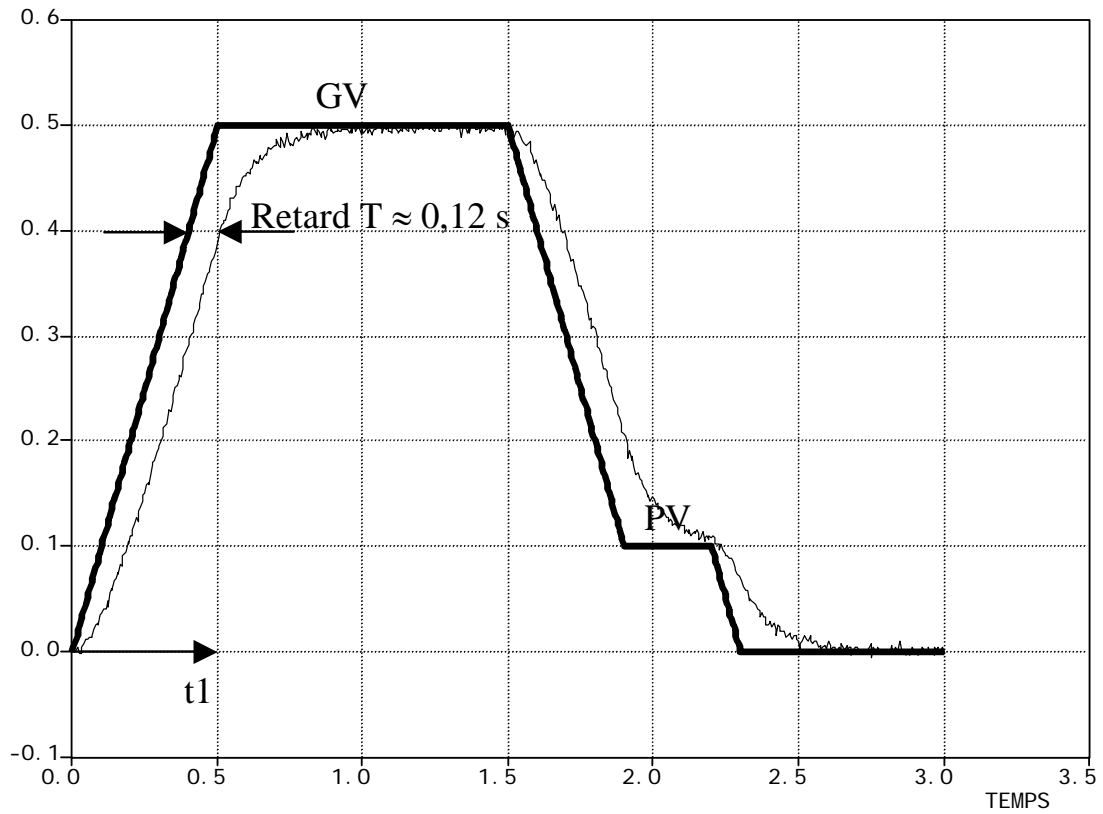
$$V(p) = \frac{K}{1+Tp} \cdot V_c(p) = \frac{K}{1+Tp} \cdot \frac{GV/t1}{p^2} = K \frac{GV}{t1} \left[ \frac{1}{p^2} - \frac{T}{p} + \frac{T^2}{1+Tp} \right]$$

En prenant la transformée de Laplace inverse, on retrouve bien la relation cherchée :  $V(t) = K \cdot \frac{GV}{t1} (t - T + Te^{-t/T})$

**F5**

En régime permanent, quand  $t$  tend vers l'infini,  $V_4(t) = K \cdot \frac{GV}{t1} (t - T)$  ;

La vitesse du chariot est donc en retard de  $T$  par rapport à la consigne.



## G1

$$\{\tau_{1 \rightarrow 4}\}_A = \begin{Bmatrix} X_{A,1 \rightarrow 4} & - \\ Y_{A,1 \rightarrow 4} & - \\ - & 0 \end{Bmatrix} ; \quad \{\tau_{4 \rightarrow 0}\}_H = \begin{Bmatrix} 0 & - \\ Y_{H,4 \rightarrow 0} & - \\ - & N_{H,4 \rightarrow 0} \end{Bmatrix}$$

## G2

**SYSTEME ISOLE** : bras 1

**INVENTAIRE DES ACTIONS MECANQUES EXTERIEURES :**

- Action de 4 sur le bras 1 au point A (glisseur possédant deux inconnues)
- Action de 5 sur le bras 1 au point B (glisseur possédant deux inconnues)

**APPLICATION DU Principe Fondamental de la Statique**

Le bras 1 est soumis à l'action de deux glisseurs, ils sont donc nécessairement opposés.

**RESOLUTION**

Il ne subsiste donc, après résolution partielle, qu'une inconnue par torseur (de plus cette inconnue est la même, au signe près, pour les deux torseurs).

**SYSTEME ISOLE** : support de plateau 5 et plateau porte-dosette 6

**INVENTAIRE DES ACTIONS MECANQUES EXTERIEURES :**

- Action de 1 sur le support 5 au point B (glisseur possédant une inconnue)
- Action de 2 sur le support 5 au point E (glisseur possédant deux inconnues)
- Action de la pesanteur (connue)

**APPLICATION DU Principe Fondamental de la Statique**

L'ensemble (5,6) est soumis à l'action de trois glisseurs, le problème présente 3 inconnues, la résolution est possible.

**RESOLUTION**

Toutes les inconnues sont déterminées

**SYSTEME ISOLE** : bras 3

**INVENTAIRE DES ACTIONS MECANQUES EXTERIEURES :**

- Action de 0 sur le bras 3 au point F (glisseur possédant deux inconnues)
- Action de 2 sur le bras 3 au point D (glisseur possédant deux inconnues)

**APPLICATION DU Principe Fondamental de la Statique**

Le bras 3 est soumis à l'action de deux glisseurs, ils sont donc nécessairement opposés.

**RESOLUTION**

Il ne subsiste donc, après résolution partielle, qu'une inconnue par torseur (de plus cette inconnue est la même, au signe près, pour les deux torseurs).



## G2 suite

**SYSTEME ISOLE** : bras 2

**INVENTAIRE DES ACTIONS MECANIQUES EXTERIEURES :**

- Action de 5 sur le bras 2 au point E (glisseur connu)
- Action de 3 sur le bras 2 au point D (glisseur possédant une inconnue)
- Action de 4 sur le bras 2 au point C (glisseur possédant deux inconnues)

**APPLICATION DU Principe Fondamental de la Statique**

Le bras 2 est soumis à l'action de trois glisseurs, le problème présente 3 inconnues, la résolution est possible.

**RESOLUTION**

Toutes les inconnues sont déterminées

**SYSTEME ISOLE** : chariot 4

**INVENTAIRE DES ACTIONS MECANIQUES EXTERIEURES :**

- Action de 1 sur le chariot 4 au point A (glisseur connu)
- Action de 2 sur le chariot 4 au point C (glisseur connu)
- Action de pesanteur (glisseur connu)
- Action de 0 sur le chariot 4 au point H (torseur possédant deux inconnues)
- Action de la courroie sur le chariot 4 au point J (glisseur possédant une inconnue)

**APPLICATION DU Principe Fondamental de la Statique**

Le chariot 4 est soumis à l'action de cinq torseurs, le problème présente 3 inconnues, la résolution est possible.

**RESOLUTION**

Toutes les inconnues sont déterminées. L'action de la courroie sur le chariot, inconnue qui faisait l'objet du calcul est donc déterminée.

## G3

unités : résultante en N et moment en Nm

$$\begin{aligned} \{\tau_{1 \rightarrow 4}\}_A &= \begin{Bmatrix} -17 & - \\ -10 & - \\ & 0 \end{Bmatrix} & \{\tau_{2 \rightarrow 4}\}_C &= \begin{Bmatrix} -17 & - \\ 10 & - \\ & 0 \end{Bmatrix} & \{\tau_{pes \rightarrow 4}\}_H &= \begin{Bmatrix} 0 & - \\ -5 & - \\ & 0 \end{Bmatrix} \\ \{\tau_{courroie \rightarrow 4}\}_J &= \begin{Bmatrix} X_{J,c \rightarrow 4} & - \\ 0 & - \\ & 0 \end{Bmatrix} & \{\tau_{0 \rightarrow 4}\}_H &= \begin{Bmatrix} 0 & - \\ -Y_{H,4 \rightarrow 0} & - \\ & -N_{H,4 \rightarrow 0} \end{Bmatrix} \end{aligned}$$

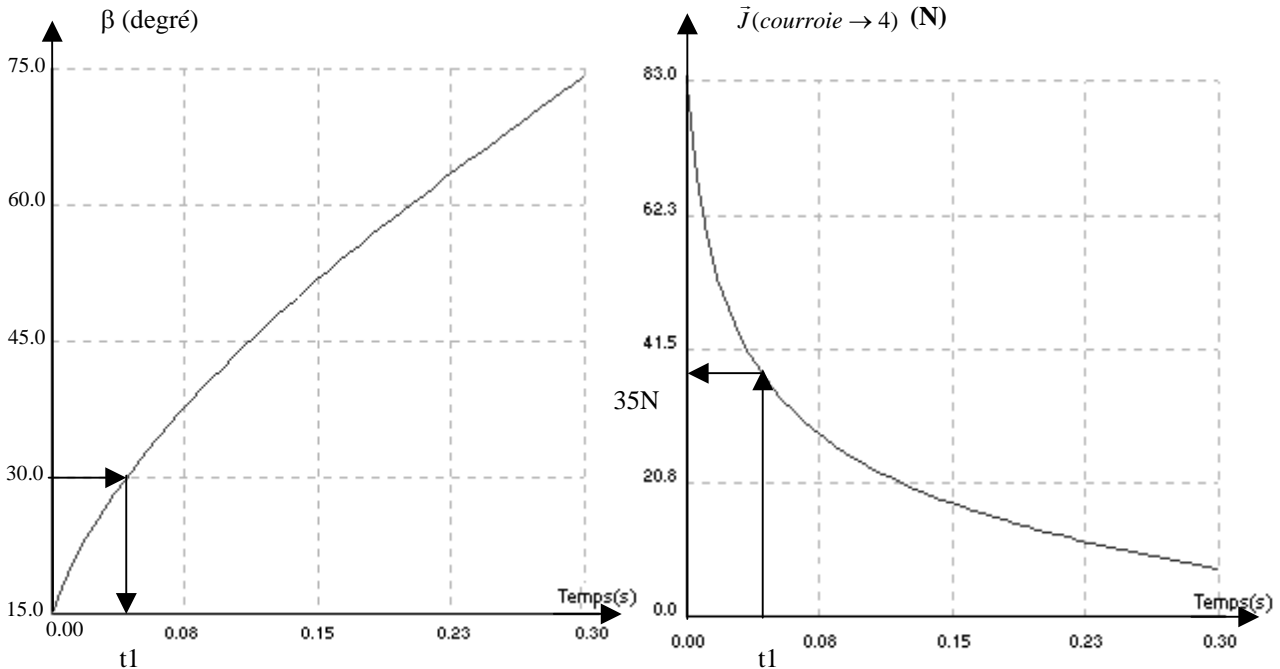
L'inconnue à déterminer est  $X_{J,c \rightarrow 4}$ .

il suffit donc d'utiliser l'équation de résultante statique en projection sur l'axe  $\vec{x}$ .

$$\vec{R}_{4 \rightarrow 4} \cdot \vec{x} = 0 \quad X_{J,c \rightarrow 4} - 17 - 17 = 0 \quad \text{Donc } X_{J,c \rightarrow 4} = 34 \text{ N}$$

### G4

REMARQUE - la courbe traduisant l'évolution de l'angle  $\beta$  en fonction du temps est tracée à partir de la position repos du mécanisme. Dans cette position le bras 1 fait un angle  $\beta_{initial}$  de  $15^\circ$  avec l'axe  $O\vec{x}$ .



#### Commentaires relatifs à la construction:

Le calcul de statique a été fait pour une valeur de  $\beta$  égale à  $30^\circ$ .

On obtient sur la courbe  $\beta=f(t)$  la valeur de  $t$  notée  $t_1$ .

Sur la courbe traduisant l'évolution de  $\vec{J}$  (courroie  $\rightarrow$  4) on trouve une valeur d'environ 35 N qui confirme celle obtenue analytiquement.

### G5

La courbe précédente nous donne un effort maximum pour  $\vec{J}$  (courroie  $\rightarrow$  4) de 83 N, l'effort résistant dû au frottement est de 30 N.

La tension réelle de la courroie sera donc de 113 N.

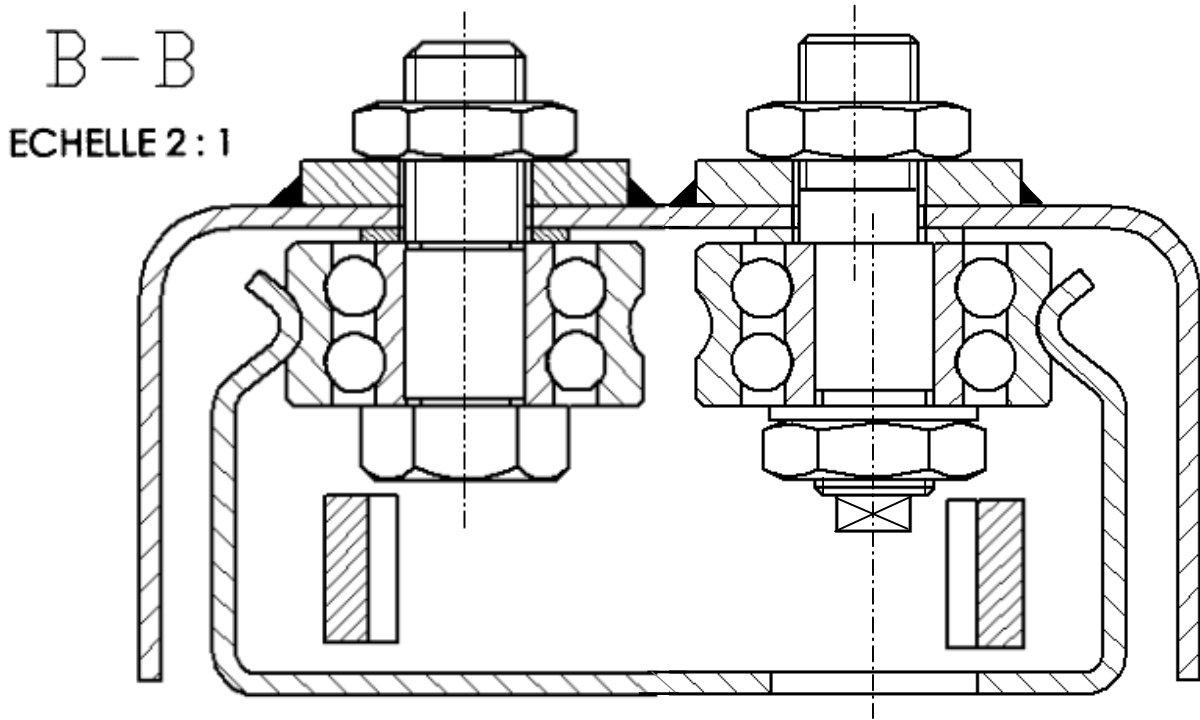
Moment appliqué sur l'arbre de la poulie motrice :  $113 \cdot \left( \frac{0,0356}{2} \right) = 2 \text{ Nm}$

Le moment disponible en sortie du motoréducteur est de 1,3 Nm.

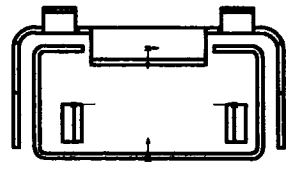
Le moteur est donc sous-dimensionné.

Solution pour néanmoins permettre le fonctionnement avec ce moteur :

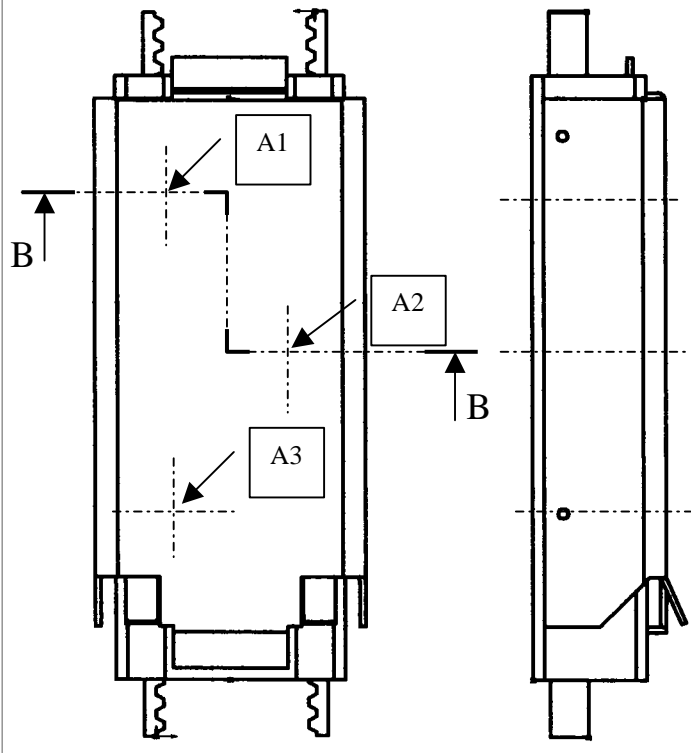
Réduire les frottements en interposant des éléments roulants et imposer un  $\beta_{initial}$  un peu plus grand afin de diminuer l'effort maximal.



GALET	TYPE D'AXE
A1	Axe cylindrique
A2	Axe excentrique
A3	Axe cylindrique



ECHELLE 1 : 2



**Justification du choix des axes :**

*Compte tenu de la tolérance de 0,5 mm relative au mode d'obtention du rail de guidage (précisée dans l'extrait du CDCF), il est nécessaire de régler la position relative des axes de guidage afin d'assurer un contact correct entre les galets et les rails : D'où le choix d'un axe excentré afin d'assurer le guidage du galet de centre A2.*

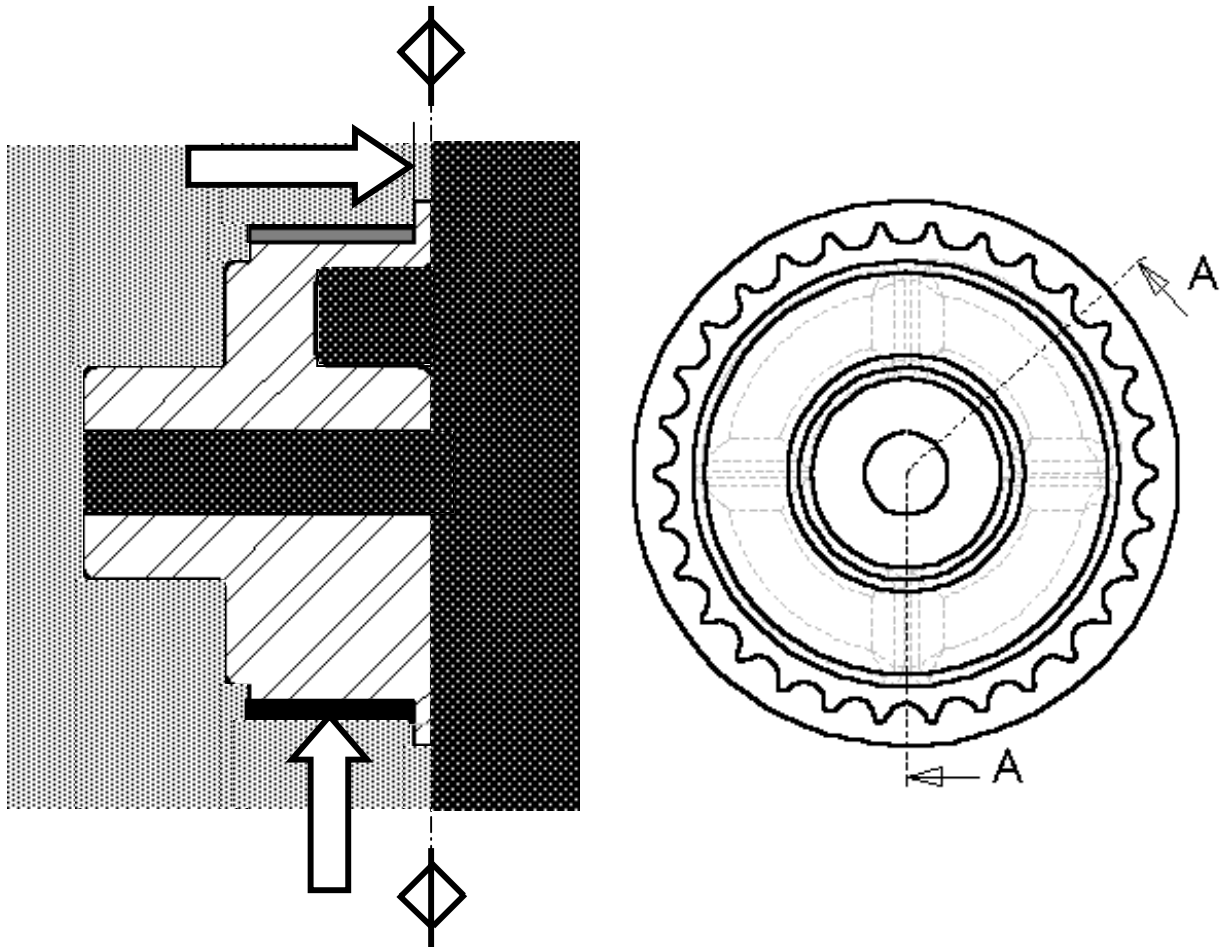
**H2**

Désignation de l'acier X 5 Cr Ni 18 - 10 :

*Acier fortement allié à 0.05 % de carbone, 18 % de chrome et 10% de nickel.*

**H3**

*Remarque : compte-tenu du faible angle associé aux déperlures de la pièce, celles-ci n'ont pas été représentées sur le dessin ci dessous.*



Tolérance permettant d'obtenir entre l'axe et la poulie un montage avec jeu de type glissant :

*La tolérance de l'alésage peut être de type H7.*

Outil pour réaliser cette opération :

*un alésoir*

Machine outil permettant de réaliser cet usinage :

*une perceuse ou un tour parallèle*