

ÉCOLE NATIONALE DES PONTS ET CHAUSSÉES,
ÉCOLES NATIONALES SUPÉRIEURES DE L'AÉRONAUTIQUE ET DE L'ESPACE,
DE TECHNIQUES AVANCÉES, DES TÉLÉCOMMUNICATIONS,
DES MINES DE PARIS, DES MINES DE SAINT-ÉTIENNE, DES MINES DE NANCY,
DES TÉLÉCOMMUNICATIONS DE BRETAGNE,
ÉCOLE POLYTECHNIQUE (FILIÈRE TSI)

CONCOURS D'ADMISSION 1997
SECONDE ÉPREUVE DE PHYSIQUE

Filière MP

(Durée de l'épreuve : 3 heures)

Les candidats sont priés de mentionner de façon apparente sur la première page de la copie :

PHYSIQUE II - MP

L'énoncé de cette épreuve, particulière aux candidats de la filière MP, comporte huit pages.

L'usage de la calculette est autorisé.

* Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

* Tout résultat fourni dans l'énoncé peut être utilisé pour les questions ultérieures, même s'il n'a pas été démontré.

* Il ne faudra pas hésiter à formuler les commentaires (incluant des considérations numériques) qui vous sembleront pertinents, même lorsque l'énoncé ne le demande pas explicitement.

Notations : vecteur $\rightarrow \mathbf{V}$ (gras) ; module du vecteur $\mathbf{V} \rightarrow V$ (italique) ; vecteur unitaire $\rightarrow \hat{\mathbf{a}}$ (accent circonflexe).

LA Foudre

† Nous étions à un certain moment (l'orage était menaçant) dans un champ électrique prodigieux. Il suffisait d'écartier les doigts de nos gants pour qu'à l'extrémité de chaque doigt surgisse un effluve violet permanent de plusieurs centimètres. Les cagoules de mes amis étaient frangées de petits arcs grésillants. Entre mes semelles isolantes au potentiel zéro et ma tête, il y avait certainement plusieurs centaines de milliers de volts†^a (récit de Paul Beylier - Mergier, escalade du Cervin ; le Cervin est une montagne très pointue, isolée dans le massif des Alpes)

perméabilité magnétique du vide $\mu_0 = 4.\pi.10^{-7}$ SI vitesse de la lumière $c = 3.10^8$ m/s

1. Physique du nuage orageux

Une équipe du laboratoire d'aérologie de l'Université de Toulouse a développé une technique qui permet d'envoyer, jusqu'à l'intérieur des nuages, des sondes de champ électrique accrochées à des petits ballons. Ce champ est essentiellement vertical et on supposera dans tout le problème qu'il est strictement vertical. La figure [1] donne un exemple du profil de sa valeur algébrique, comptée positivement pour un champ ascendant.

Le nuage est chargé et l'on peut y distinguer deux zones chargées négativement et une zone chargée positivement.



1) Indiquer, en le justifiant (théorème de Gauss ou équation de Maxwell-Gauss), le signe des charges électriques dans chaque zone.

2) On modélise le nuage par un dipôle vertical situé en son centre. En admettant que le champ créé au sol (5 kV/m) est créé par ce dipôle, donner un ordre de grandeur de ce moment dipolaire. Préciser l'orientation de ce dipôle.

Au voisinage du sol, se développe sur une hauteur de 500 m , une zone chargée positivement par ionisation de l'air et par l'effet de pointe que l'on va illustrer sur un exemple particulier. On a tracé les équipotentiels au voisinage de deux aspérités (Fig. [2]). Ces aspérités sont supposées conductrices, donc leurs surfaces sont des équipotentiels.

3) Représenter l'allure de quelques lignes de champ au voisinage des deux aspérités.

4) Dans quelles régions le champ est-il le plus intense ?

5) Si on admet que loin de l'aspérité le champ est de 5 kV/m , évaluer graphiquement le champ au sommet de chaque aspérité.

6) Commenter le texte donné en préambule à l'aide des réponses aux questions précédentes et de la donnée du champ disruptif dans l'air sec, soit 30 kV/cm .

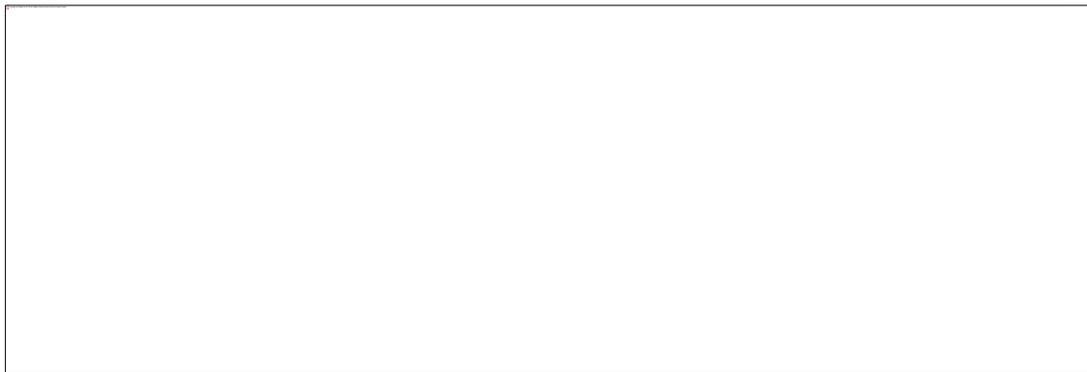
Figure 2 page suivante

figure du haut : allure de quelques lignes équipotentiels au voisinage d'une demi-sphère conductrice maintenue au potentiel du sol. Très loin de ce conducteur, le champ électrique est uniforme. L'unité de longueur est le rayon de la sphère.

figure du bas : allure de quelques lignes équipotentiels (pour x positif) au voisinage d'un demi-ellipsoïde de révolution conducteur maintenu au potentiel du sol. Très loin de ce conducteur, le champ électrique est uniforme et parallèle au grand axe de l'ellipsoïde. L'unité de longueur est le

demi-grand axe, OA, de l'ellipse. À titre documentaire : pour l'ellipsoïde décrit par $\frac{x^2 + y^2}{e^2} + z^2 = a^2$

$$(0 < e \leq 1), \frac{E(A)}{E_0} = \frac{(1 - e^2)^{\frac{3}{2}}}{e^2 (\operatorname{arctanh} \sqrt{1 - e^2} - \sqrt{1 - e^2})}$$



2. Décharge électrique : la foudre.

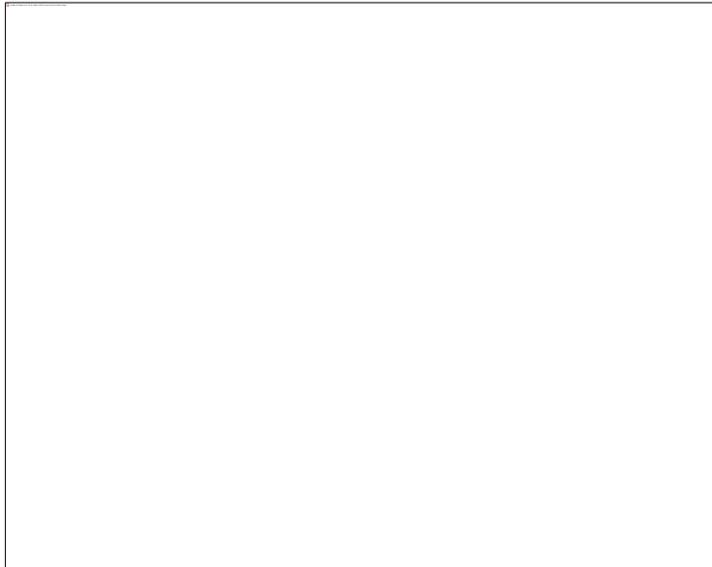
La première phase d'un coup de foudre est la formation d'une prédécharge peu lumineuse appelée traceur qui progresse à travers l'air avec une vitesse relativement faible. Cette prédécharge prend naissance d'une part au sol (coups de foudre ascendants) d'autre part dans le nuage (coups de foudre descendants). Lorsque les traceurs se rejoignent, il s'établit une liaison conductrice entre le nuage et le sol, qui va permettre le passage d'un courant de forte intensité. La figure [3] donne un exemple de l'intensité $I(t)$ d'un coup de foudre.

- 7) Évaluer la charge totale Q écoulee et l'intensité moyenne I_m du courant de foudre.
- 8) A partir de la figure [1] et en modélisant le champ électrique dans la région considérée, estimer la différence de potentiel U entre le bas du nuage (situé à une altitude de l'ordre du kilomètre) et le sol. L'ordre de grandeur trouvé est voisin de l'une de ces trois estimations : 400 kV ; 4 MV ; 400 MV.
- 10) Lors de la décharge, on admet que l'énergie dissipée est celle d'un condensateur de charge Q sous la d.d.p. U . Évaluer l'énergie dissipée au cours de cette décharge et la capacité de ce condensateur.
- 11) Est-il envisageable pratiquement de récupérer cette énergie ?
- 12) La foudre peut engendrer des tensions perturbatrices le long des circuits électriques. Expliquer ce phénomène en s'appuyant sur les lois fondamentales de l'électromagnétisme. À quel moment de la décharge ces effets sont-ils les plus importants ? Pourquoi ?



3. Rayonnement électromagnétique de la foudre.

3.1 Parasites



Les parasites qui brouillent la réception radio par temps d'orage proviennent du rayonnement électromagnétique créé par la foudre. Le spectre de rayonnement (spectre de Pierce) est donné à la fig. [4].

12) Justifier l'observation suivante :
 “ Quand on écoute une émission de radio, les parasites sont de moins en moins gênants lorsqu'on passe d'une écoute sur grandes ondes à une écoute sur ondes courtes. Ils disparaissent pratiquement en modulation de fréquence et pour la réception télé ”.

Pour calculer le champ électromagnétique (\mathbf{E} , \mathbf{B}), rayonné par un coup de foudre, on décrit le canal de foudre comme une gigantesque antenne verticale, de hauteur H (1 à 3 km), assimilée à une succession de dipôles élémentaires $\delta\mathbf{p}$ tels que $\frac{d}{dt}(\delta\mathbf{p}) = I(z, t)\hat{\mathbf{z}}\delta z$ ($\hat{\mathbf{z}}$ vecteur unitaire vertical) dans laquelle le courant de foudre, $I(z, t)$, se propage du sol vers le nuage.

3.2 Champ électromagnétique d'un dipôle oscillant.



Un dipôle placé en M produit les champs \mathbf{E} et \mathbf{B} en un point A dans une direction perpendiculaire à $\delta\mathbf{p}(t)$ (fig. [5]). Les champs sont donnés, avec les notations usuelles des coordonnées sphériques, par les deux expressions ci-dessous. On notera que la dérivée $\frac{d}{dt}$ doit être évaluée, à l'instant t et à la distance r , pour la valeur $u = t - \frac{r}{c}$ de l'argument :

$$\delta \mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\delta p + \frac{r}{c} \delta \dot{p} + \frac{r^2}{c^2} \delta \ddot{p} \right] \hat{\boldsymbol{\theta}} \quad \text{et} \quad \delta \mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi r^2} \left[\delta \dot{p} + \frac{r}{c} \delta \ddot{p} \right] \hat{\boldsymbol{\phi}}$$

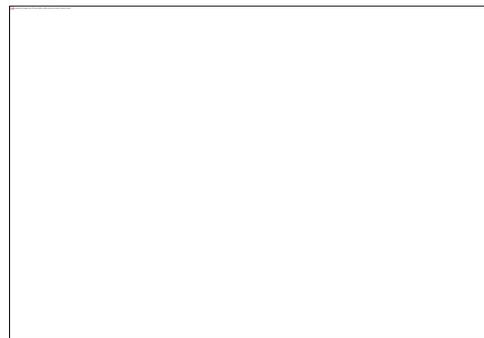
13) Quel est le sens physique du remplacement de $\delta \mathbf{p}(t)$ par $\delta \mathbf{p}\left(t - \frac{r}{c}\right)$?

14) Dans une région de l'espace, à définir, les champs produits par un dipôle élémentaire $d\mathbf{p}$ dirigé selon Oz s'expriment par $\delta \mathbf{E} = \frac{\delta p}{4\pi\epsilon_0 r^3} \hat{\boldsymbol{\theta}}$ et $d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I dz}{r^2} \hat{\boldsymbol{\phi}}$. Commenter ces résultats.

15) Calculer l'ordre de grandeur du champ magnétique créé par le courant de crête de la figure [3] circulant dans un élément de longueur de un mètre à une distance de 100 m. Le comparer avec la valeur du champ magnétique terrestre.

16) Donner l'expression des champs rayonnés à très grande distance ($r \gg \lambda$). Commenter (exprimer en particulier l'expression du rapport E/cB).

On considère un point situé très loin de l'antenne ($H \ll r$, fig. [6]) et l'on tient compte maintenant de la répartition du courant de foudre le long de la hauteur z de l'éclair. Chaque dipôle élémentaire rayonne une onde plane dans la même direction quasi orthogonale à l'antenne. On peut admettre que l'intensité $I(z, t)$ dans l'antenne est, au début de la décharge, de la forme (empirique) :



$$I(z, t) = -I_0 \left[1 - \exp\left(-\frac{z - 0,01ct}{c\tau}\right) \right] \quad \text{avec } I_0 = 80 \text{ kA et } \tau \approx 80 \mu\text{s}$$

17) Calculer les champs électromagnétiques rayonnés par l'antenne de hauteur H .

18) Évaluer à l'instant $t = 40 \mu\text{s}$, la valeur du champ électrique pour $r = 10 \text{ km}$, $H = 1 \text{ km}$.

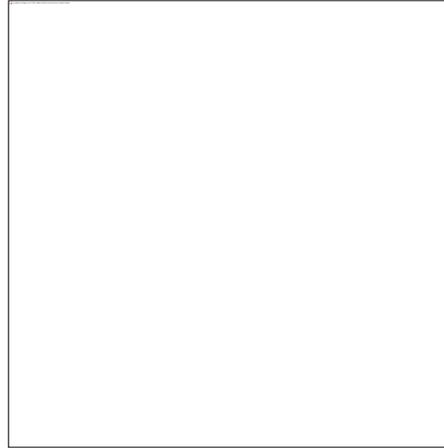
3.3 Localisation angulaire de l'onde.

On détecte la direction de l'onde électromagnétique produite pour connaître par exemple le point d'impact de la foudre. Avec plusieurs stations de détection, on peut localiser ce point d'impact. Pour cela on utilise deux méthodes.

Système à deux bobines plates croisées

L'onde plane est reçue sur deux cadres identiques, croisés à 90° , comportant N spires de surface S (fig. [7], faite dans un plan horizontal). Le champ magnétique \mathbf{B} est perpendiculaire à la direction de propagation.

- 19) Décrire le phénomène produit dans chaque cadre.
- 20) Exprimer le rapport des tensions aux bornes (e_1/e_2) de chaque bobine en fonction de l'angle θ .
- 21) Donner par un schéma le principe de localisation du point d'impact. Combien de stations sont nécessaires pour cette détermination ?

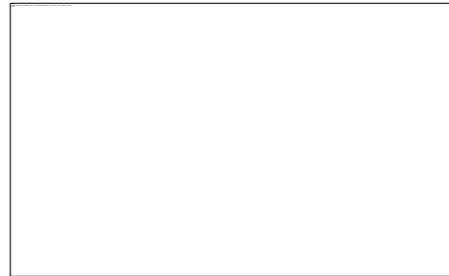


- 22) Discuter brièvement quelques problèmes de mesure associés à cette méthode.

Par interférométrie

23) On utilise deux petites antennes métalliques parallèles, verticales et distantes de d (fig.[8], faite dans un plan horizontal). Justifier ce positionnement ; préciser quelle est la grandeur détectée par chaque antenne.

24) Montrer qu'en étudiant les déphasages des tensions d'antennes on peut accéder à la valeur de θ . Cette mesure est-elle toujours sans ambiguïté ? Faut-il prétraiter le signal, par un filtrage par exemple ? si oui par quel genre de filtrage et pourquoi ?



4. Tige de Franklin ; zone de protection.

Lorsqu'un traceur arrive à une distance D d'un obstacle et qu'il est suivi d'une décharge d'intensité de crête I , on dit que D est la *distance d'amorçage*. Ainsi, le point d'impact de la foudre se détermine-t-il par le premier objet situé à la distance d'amorçage D du traceur descendant. Pour établir une zone de protection au voisinage d'un obstacle, on utilise la méthode de la *sphère fictive*. Pour ce faire, on entoure par la pensée l'extrémité du traceur d'une sphère fictive de rayon D (Fig. [9]). On admettra dans ce qui suit la relation empirique liant D et I :

$$D \text{ (en m)} = 10 \times I^{2/3} \text{ (} I \text{ en kA)}$$

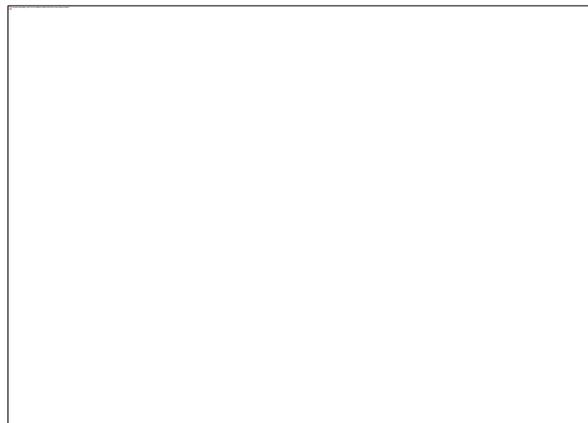


Fig. 9 : une illustration de la méthode de la sphère fictive.

- 25) Soit une tige conductrice de hauteur H fixée dans le sol. Montrer que tous les points sur le sol, situés à une distance $R < L$ du pied de la tige ne peuvent être atteints par la foudre. On exprimera L en fonction de H et D en distinguant deux cas.
- 26) Calculer, pour une tige de 30 m de hauteur, le rayon de protection L lorsque les intensités de crêtes de courant de foudre sont, respectivement, 3 kA, 10 kA, 30 kA et 50 kA.
- 27) Commenter le résultat quant au rôle de protection d'une telle tige.

5. Prise de terre.



Fig. 10 : prise de terre, constituée d'un paratonnerre et d'une masse métallique.

Lorsque le courant de foudre d'un impact direct sur un paratonnerre s'écoule par la prise de terre d'une installation, de fortes surtensions peuvent apparaître. La résistance de la prise de terre ne doit pas excéder 30 ohms. Considérons alors (Fig.[10]) une prise de terre constituée par une demi-sphère métallique pleine, de rayon a et placée dans un sol de résistivité $\rho \sim 100 \text{ } \Omega \cdot \text{m}$. Un courant de foudre, d'intensité I , arrive sur la tige paratonnerre fixée au centre C de l'hémisphère.

On traitera le problème, jusqu'à la fin, à l'aide des lois de l'électromagnétisme des régimes permanents (ou stationnaires).

- 28) Quelle est la forme des lignes de courant dans la terre ?
- 29) En déduire, à la distance $r > a$, la densité de courant $j(r)$ et le potentiel $V(r)$, ce dernier étant nul à l'infini.
- 30) Déterminer la valeur du potentiel U pris par la demi-sphère.
- 31) La résistance de terre étant définie par $R = U/I$, calculer le rayon a de l'hémisphère de telle manière que la valeur de la résistance soit inférieure à 30 ohms.
- 32) La tension de pas V_p étant définie comme la différence de potentiel entre deux points de la surface du sol distants de un mètre et situés sur la même droite issue, calculer cette tension de pas pour un courant $I = 50 \text{ kA}$ à 10 mètres puis à 100 mètres de la prise de terre.
- 33) Sachant que la résistance entre les deux pieds d'une personne est de 2.500 ohms, quel serait l'ordre de grandeur de l'intensité qui s'écoulerait à travers le corps de la personne ?
- 34) Sachant que l'intensité dans la personne ne doit pas dépasser 25 mA, à quelle distance doit-elle se trouver du point d'impact ?
- 35) En fait, les courants de foudre se comportent comme des courants de hautes fréquences. Les lignes de courant ont tendance à se rapprocher de la surface du sol. De quel phénomène s'agit-il ? Ce comportement haute fréquence est-il compatible avec la courbe de Pierce ?



36) L'illustration ci-dessus, extraite de *La Marque Jaune*, une aventure de Blake et Mortimer imaginée et réalisée par E. P. Jacobs, illustre la fin tragique, par annihilation semble-t-il, du docteur Septimus. On voit le sinistre Olrik actionner le bouton qui déclenche l'éclair.

Estimer la d.d.p. entre l'éclateur et le sol ; quelle peut-être l'origine du " fracas assourdissant " ? la manière dont l'éclair éclabousse le sol vous paraît-elle conforme à la réalité physique ? comment le canal de foudre peut-il progresser, se neutraliser ? Poursuivez le commentaire à votre guise.

FIN DU PROBLÈME

FIN DE L'ÉPREUVE

Lecture

La foudre frappe la Terre 50 à 100 fois par seconde et le sol français reçoit en moyenne 800 000 impacts par an. Les dégâts occasionnés par la foudre sont considérables et, sur le plan financier, se chiffrent en milliards de francs par an. Un autre procédé de détection d'impacts se fait en captant les bouffées électromagnétiques au moyen d'antennes et en les localisant par triangulation (cf. première épreuve). Il est prévu d'assurer un suivi planétaire du phénomène en utilisant des satellites artificiels d'observation. Pendant l'été 1996, un détecteur optique embarqué à bord d'un satellite de la NASA a photographié les éclairs à l'intérieur des nuages. Fin 1997, un satellite placé sur orbite équatoriale détectera les variations des pluies tropicales et subtropicales (les 2/3 des précipitations totales), ainsi que la dynamique et la microphysique des nuages. Les détecteurs embarqués permettront de mieux connaître l'électricité atmosphérique, sur lesquelles bien des inconnues subsistent.

Les illustrations 1, 3 et 4 sont adaptées du livre " La foudre ", de Claude GARY, éditions MASSON, 1994. Les aventures de Blake et Mortimer sont publiées par les éditions Rombaldi.