

# Mines MP Epreuve Physique I Année 2000

## □ 1-

- ◆ **Bande phonique(50 HZ-20 KHZ) et bande radio (100 kHz à 100 MHz) disjointes : les basses fréquences électromagnétiques ne se propagent pratiquement pas**
- ◆ **MA : simplicité de mise en œuvre , grande portée des émetteurs mis sensibles aux bruits**
- ◆ **MF : portée courte des émetteurs mais qualité des transmissions , peu sensibles aux bruits.**

### Compléments : extrait d'encyclopédie Universalis Voir (Radiodiffusion et Modulation )

« Pour transmettre entre des points éloignés des signaux (sons ou images, par exemple) dont la portée est très limitée, on utilise, le plus souvent, comme véhicule de liaison, une onde électromagnétique dont on modifie une ou plusieurs caractéristiques en fonction du signal à transporter. Cette combinaison de deux grandeurs, suivant une loi de composition non linéaire déterminée, se nomme modulation . Elle doit permettre la transmission du message entre les points d'émission et de réception et autoriser, sans ambiguïté, sa restitution à la réception.

L'onde porteuse ainsi modulée peut être transmise par câbles (téléphonie) ou rayonnée par une antenne (radiodiffusion, télévision), avec la puissance convenable pour être captée par les postes récepteurs où elle est «démodulée» afin de restituer le signal original de modulation: l'information.

Tout signal électrique, d'après sa décomposition en série ou intégrale de Fourier, se ramène à une fonction sinusoïdale du temps (par exemple, un courant alternatif ou un champ électromagnétique) d'expression:

$Y = a \sin(\omega t + \phi)$  où  $A$  désigne l'amplitude,  $\omega = 2\pi f$  la pulsation ( $f$  étant la fréquence), et  $\phi$  la phase. Dans le cas où cette expression représente une onde électromagnétique de fréquence relativement élevée (par exemple,  $f = 300\,000$  Hz), et susceptible de se propager à grande distance, on l'utilise pour transmettre le signal de fréquence basse, en faisant varier au rythme de cette basse fréquence soit l'amplitude, soit l'argument de l'expression (1). On obtient soit une onde modulée en amplitude, soit une onde modulée en fréquence ou en phase..

Mais au lieu d'un signal continu, , on peut transmettre une suite discrète de signaux, agissant de façon intermittente sur l'onde porteuse: c'est la modulation par impulsions qui utilise l'une ou l'autre des méthodes précitées.

Ces divers procédés de modulation présentent des caractéristiques différentes, tant pour la qualité de la transmission que pour la complexité du matériel mis en jeu: ils trouveront donc des domaines d'application différents.

La modulation d'amplitude, avec porteuse et double bande latérale, est utilisée principalement en radiodiffusion et, dans une certaine mesure, en radiotéléphonie, radiotélégraphie, radiotéléométrie et en télévision avec une seule bande latérale.

#### ◆ **Modulation d'amplitude(MA)**

Si on fait varier l'amplitude  $A$  de l'onde porteuse à haute fréquence  $f = \omega/2\pi$  en fonction du signal périodique de fréquence basse  $F = m/2\pi$ , l'expression de l'onde modulée en amplitude est de la forme:

$$Y = A(1 + K \cos \Omega t) \sin(\omega t + \phi)$$

Elle a pour avantages de conserver la forme d'onde du message et de n'exiger que des récepteurs très simples. Elle consomme beaucoup d'énergie et occupe un spectre de fréquences deux fois plus étendu qu'il n'est nécessaire. La modulation d'amplitude à BLU est utilisée en radiotéléphonie et en radiotélégraphie à grande distance, ainsi que dans les transmissions par câbles sous-marins. Elle réduit au minimum le spectre de fréquences occupé et économise la puissance nécessaire à la transmission, mais elle complique la technique des récepteurs.

#### ◆ **La modulation de fréquence (MF).**

On démontre que l'expression d'une onde de haute fréquence  $f = \omega/2\pi$ , modulée en fréquence par un signal à basse fréquence  $F = m/2\pi$ , est:

$$y = A \sin[\omega t + (\Delta \omega / m) \sin(mt) + \phi]$$

où  $\Delta \omega / m = kf$  est appelé l'«indice de modulation», la quantité  $\Delta \omega / 2\pi$  représentant l'«excursion de fréquence».

La modulation de fréquence (MF) est un procédé plus complexe que la modulation d'amplitude (MA), mettant en jeu des équipements plus coûteux à l'émission comme à la réception

#### ◆ La modulation de phase

Si, dans l'expression  $y = A \sin(\omega t + f)$ , on fait varier l'angle  $f$  avec le signal de modulation à fréquence  $F = m/2\pi$ , en maintenant constantes l'amplitude et la fréquence de l'onde porteuse, on obtient une onde modulée en phase de la forme:

$y = A \sin[\omega t + k \sin mt]$  où l'indice de modulation  $k$ , exprimé en radians, mesure le déphasage qui existe, en crête de modulation, entre la phase de l'onde modulée et la phase qu'aurait l'onde porteuse en l'absence de modulation. Dans la modulation de phase, l'indice  $k$  dépend seulement de la profondeur de modulation et est indépendant de la fréquence du signal, alors qu'il lui est inversement proportionnel en modulation de fréquence. On peut passer de la modulation de phase à la modulation de fréquence en rendant, à l'aide d'un circuit approprié, la tension de modulation inversement proportionnelle à la fréquence.

La modulation de fréquence (MF) est un procédé plus complexe que la modulation d'amplitude (MA), mettant en jeu des équipements plus coûteux à l'émission comme à la réception. Elle présente cependant de grands avantages dans le domaine de la qualité. Rappelons-en les causes principales: le limiteur du récepteur (cf. Discrimination d'une onde modulée en fréquence) élimine les variations d'amplitude indésirables. Il n'y a pas d'«évanouissements». Les parasites sont éliminés tant que la tension parasite est inférieure à la tension du signal, ce qui est le cas normal; leur influence ne se traduit que par de petits mouvements pendulaires du vecteur résultant, au maximum 1 radian pour 1 500 radians. Le bruit de souffle à la sortie du récepteur est inférieur à celui du récepteur à MA dans un rapport proportionnel à l'indice de modulation (il est de 1 000 à 2 000 fois plus faible). Alors qu'en MA on ne couvre guère que 50-6 000 Hz, la bande AF transmise va de 30 à 15 000 Hz, ce qui est particulièrement avantageux en haute fidélité. Enfin, la distorsion apportée au signal est inférieure à 1 p. 100, et cela rend possible la transmission des programmes en stéréophonie. Toutefois, la MF occupe un spectre de fréquence d'environ 150 kHz, dix fois plus important que celui de la MA, ce qui exige des fréquences porteuses élevées (environ 100 MHz). Ces ondes ont une propagation quasi optique, si bien que la portée des émetteurs est analogue à celle d'un phare; il en faut des dizaines pour couvrir un territoire comme la France, alors que quelques émetteurs à ondes longues suffisent à couvrir l'Europe.

On voit donc quels sont les avantages et quelles sont les limites de la modulation de fréquence et, par conséquent, quelles peuvent être ses applications. Par ordre d'importance économique, on peut citer:

- La radiodiffusion. Il n'est pas inexact de dire que la modulation de fréquence lui a donné un nouvel essor et a fortement contribué au développement de la haute fidélité et de la stéréophonie.
- Les communications multiplex, permettant de transmettre plusieurs centaines de canaux téléphoniques et même de canaux de télévision. Ces «ponts hertziens» remplacent de plus en plus les câbles sous-marins à grande distance, car ils demandent moins de dépenses d'investissement et permettent la traversée de régions inhospitalières. Les liaisons par satellites utilisent toujours la modulation de fréquence, avec de très hautes fréquences porteuses (400 à 20 000 MHz) pour profiter de la directivité de ces ondes.
- Les radiocommunications entre point mobile et point fixe profitent de la protection apportée par la modulation de fréquence contre les parasites et les évanouissements (postes pour la police et les pompiers) et contre le brouillage (postes militaires).
- La radiotélégraphie à grandes distances. Ce procédé de manipulation utilise une fréquence de repos et une fréquence de travail séparées l'une de l'autre par 400 à 1 200 Hz. L'encombrement spectral restreint de ce genre de liaison (qui ne permet pas de transmettre la voix) permet d'utiliser des ondes décamétriques (10 à 30 MHz) et de réaliser des liaisons intercontinentales avec des postes terminaux équipés de téléimprimeurs.
- La mesure des distances, lorsque ces distances deviennent trop faibles pour que le radar à impulsions soit encore utilisable, en particulier pour les mesures d'altitude en cours d'atterrissage: on émet de manière continue une onde dont la fréquence varie linéairement avec le temps; la comparaison entre la fréquence de l'onde émise à l'instant  $t$  et celle de l'écho reçu au même instant permet de connaître la distance de l'obstacle. Tous les dispositifs de mise à feu automatique des projectiles font maintenant usage de ces procédés.

#### ◆ Modulation par impulsions

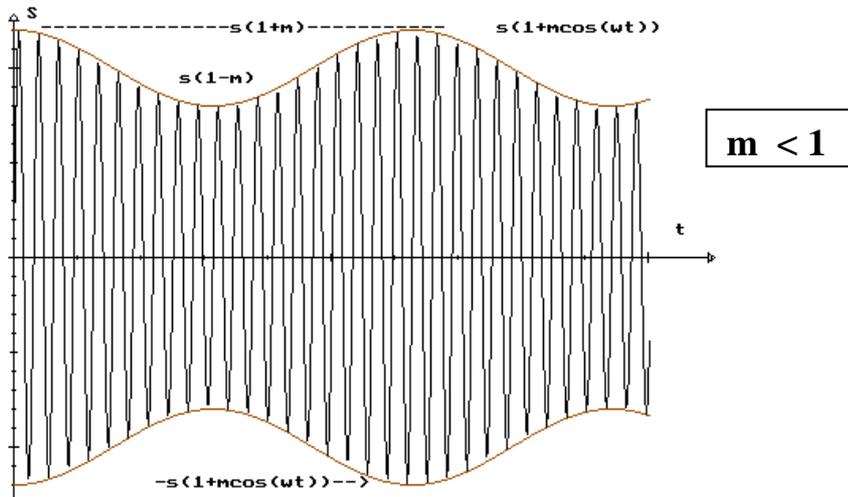
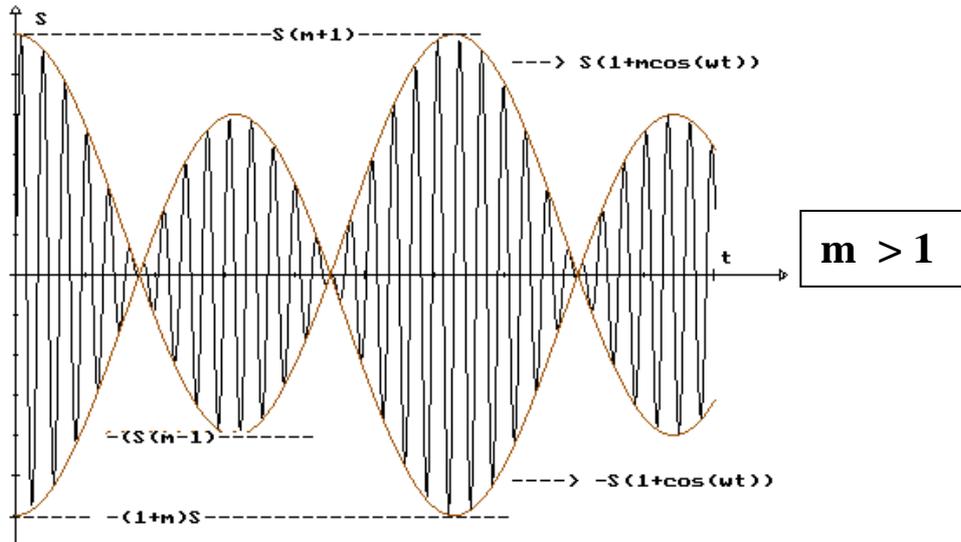
Le support du signal peut également consister en une suite d'impulsions, initialement périodiques, dont on commande soit l'amplitude, soit la durée, soit la position, ou simplement la présence ou l'absence, ce

signal intermédiaire modulant à son tour l'onde porteuse à haute fréquence. Dans tous les cas, la détection de ces impulsions par le récepteur doit permettre de restituer avec exactitude le signal initial.

Toutes les formes de modulation par impulsions transmettent le message de façon intermittente, aussi doit-on lui donner cet aspect avant l'émission; l'« échantillonnage » substitue au signal de modulation continue initial une suite de valeurs instantanées.

## □ 2.

Par définition  $s(t) = S[1+k.E \cos(\Omega t)]\sin(\omega_0 t)$  ;  $m = kE$



## □ 3 -

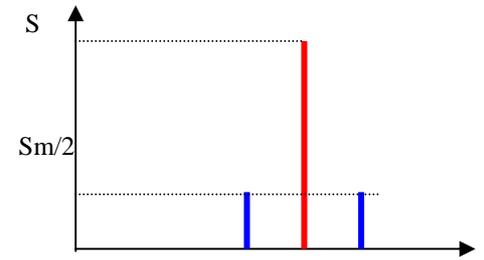
L'enveloppe sera correctement détectée si  $m < 1$  car on pourra détecter soit l'alternance positive soit négative.

□ **4 -**

$$s(t) = S \{ \sin(\omega_0 t) + m/2 [ \sin(\Omega + \omega_0)t + \sin(\omega_0 - \Omega)t ] \}$$

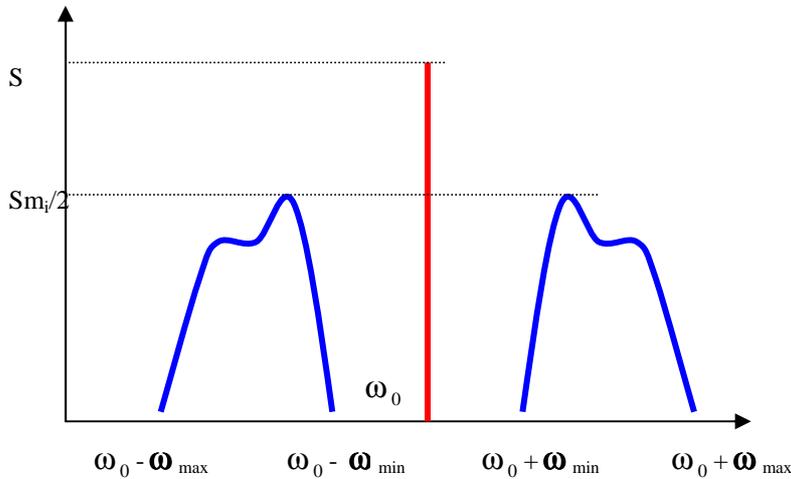
Ce signal est composé des pulsations  $\omega_0$ ,  $\omega_0 + \Omega$ ,  $\omega_0 - \Omega$ .

Le spectre est cf figure



□ **5 -**

Chaque fréquence donne un signal du type précédent donc deux bandes centrées sur la pulsation  $\omega_0$ .



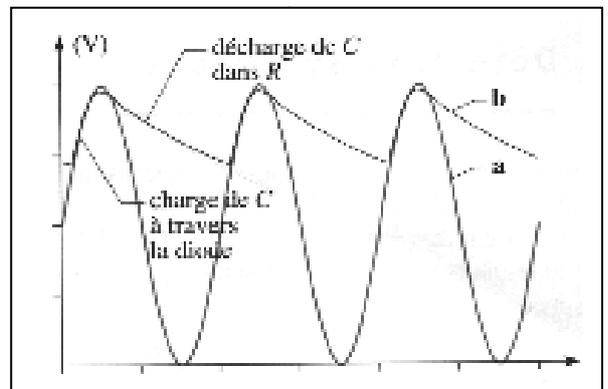
□ - **Détecteur de crête**

On suppose la diode idéale ou les amplitudes grandes devant la tension de seuil ( 0,4 à 0,6 Volt ).

En terme de filtrage, on peut dire que la diode bloque la partie négative du signal et que l'association(R,C) est un filtre passe bas qui élimine les hautes fréquences à condition que  $\omega_0 RC \gg 1$ .

Raisonnons directement .

A chaque alternance positive du signal  $s(t)$  la diode charge le condensateur . Il se décharge ensuite dans la résistance avec une constante de temps  $RC$  jusqu'à la crête suivante . Le signal est correctement démodulé si le temps caractéristique de décharge  $RC$  est très grand devant la période  $T_0$  de la porteuse ; mais il doit rester très inférieur à la période  $T$  du signal modulé. En effet pendant une période de la porteuse le condensateur doit peut se décharger( il mémorise l'amplitude) mais pour suivre les variations de la modulation il doit se décharger en un temps très inférieur à la période  $T$ .



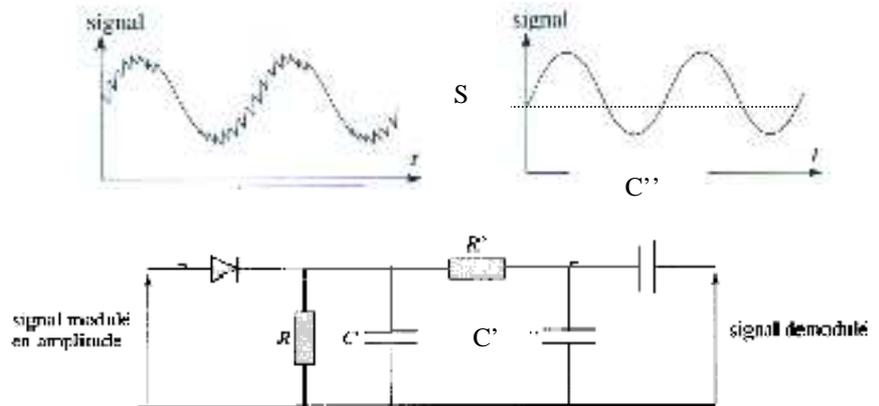
Remarque :

En fait à la sortie du détecteur de crête , le signal modulant contient encore une composante parasite de fréquence  $f_0$ .

On peut la supprimer par un filtre passe haut ( $R', C'$ ) tel que  $f_0 \gg 1/R'C'$  et telle que  $f = \Omega/2\pi \ll 1/R'C'$

De plus pour éviter de décharger C il faut que  $R' \gg R$ .

Le condensateur  $C''$  permet de supprimer la composante continu .A la sortie on a alors le signal modulant du départ.



□ 7-

La discussion précédente montre que :

$$\Omega/2\pi \ll 1/RC \ll \omega_0/2\pi$$

□ 8 -

Il est évident que  $\Omega_{max}/2\pi \ll 1/RC \ll \omega_0/2\pi$

□ 9 -

La diode n'est pas idéale donc le signal modulant peut être déformé si les amplitudes des tensions sont de l'ordre de grandeur de la tension de seuil et ne pas être détecté si amplitude plus faible.

D'autre part cette détection n'est valable que pour  $m < 1$ .

Allure des signaux :  $s(t)$  signal modulé  $m < 1$   $v(t)$  ( voir ci dessus ) signal modulant autour de la valeur moyenne S.

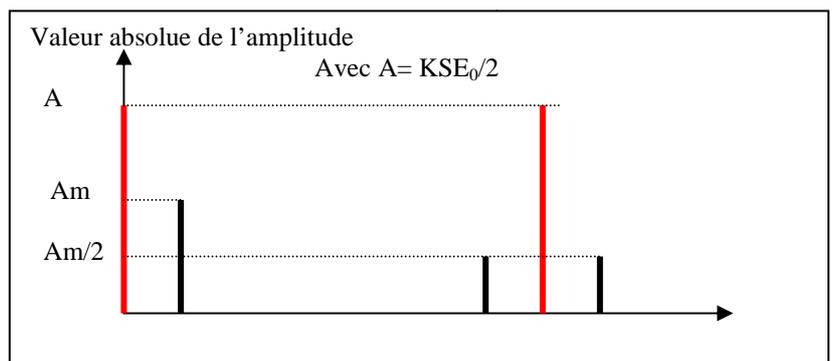
## Boucle à verrouillage de phase

□ 10.

$$u(t) = KSE_0/2 [ 1 + m \cos(\Omega t) - m/2 \cos(2\omega_0 - \Omega)t - m/2 \cos(2\omega_0 + \Omega)t - \cos \omega_0 t ]$$

Donc les différentes composantes de son spectre sont :

composante continue ,  $\Omega$ ,  
 $2\omega_0 - \Omega$  ,  $2\omega_0$  ,  $2\omega_0 + \Omega$



□ **11.**

On peut conserver les informations sur l'amplitude de la porteuse et sur  $\Omega$  en filtrant  $u(t)$  par un filtre passe-bas de fréquence de coupure  $\omega_c \gg \Omega$  et  $\omega_c \ll 2\omega_0 - \Omega$ .

□ **12.**

Utilité ????

□ **13.**

La résistance minimise l'influence des courants de polarisation de l'AO non idéal. La justification  $3R/2$  n'est pas à faire.

On peut montrer que si  $u(t)$  est un f générateur de tension idéale ( $r=0$ ) les défauts de l'AO conduisent en continu à :  $V_S = (3R\Gamma + 2R'I^+) - 2V_d$ . On minimise les courants  $\Gamma$  et  $I^+$  si  $R' = 3/2 R$ .

□ **14.**

Soit  $A$  la ddp aux bornes du condensateur  $nC$ .

On applique Milmann :  $A = (U+V)/(3 + jnRC\omega)$  et  $jRC\omega V = -A$

$$\text{D'où } \underline{H} = \frac{-1}{1 + 3jRC\omega - nR^2C^2\omega^2}$$

$$H_0 = -1 \quad ; \quad \omega_c = \frac{1}{RC\sqrt{n}} \quad ; \quad \alpha = \frac{3}{2\sqrt{n}}$$

C'est un filtre du deuxième ordre

Si  $\alpha < 1/\sqrt{2}$  pas de maximum supérieur à  $H_0$  pour  $|\underline{H}|$ . Donc **filtre passe bas du second ordre**

□ **15.**

Les pulsations à éliminer par filtrage énergiquement sont  $\omega \geq 2\omega_0 - \Omega$  soit  $2\omega_0$  puisque  $\Omega \ll \omega_0$ .

$$|\underline{H}| = \frac{1}{[(1-x^2)^2 + 2x^2]^{1/2}} \quad \text{avec } x = \omega/\omega_c$$

**Donc  $n = 4,5$  pour  $2\omega_0 \gg \omega_c$   $20 \log |\underline{H}| \approx -40 \log (2\omega_0/\omega_c) = -80 \text{ dB}$   
d'où  $2\omega_0/\omega_c = 10^2$  soit  $f_c = 20 \text{ kHz}$  ;  $\omega_c = 126.10^3 \text{ rad/s}$  et  $R = 3,8 \text{ k } \Omega$**

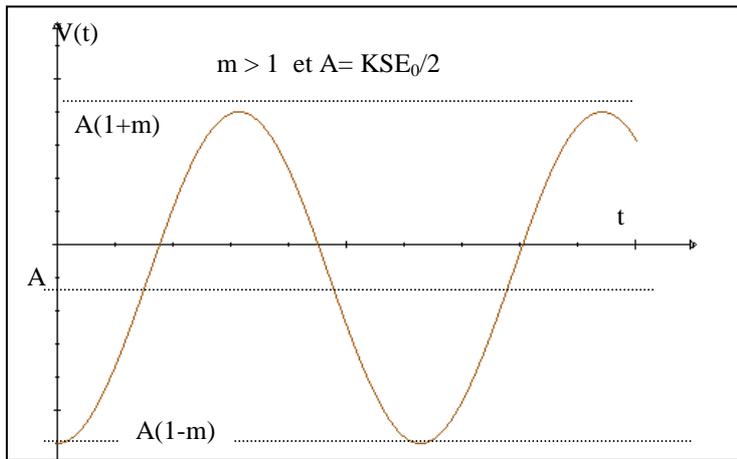
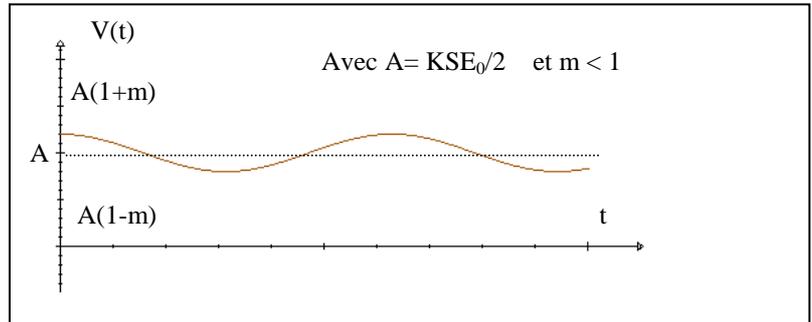
□ **16.**

$f_c$  est la fréquence de coupure à -3dB ;  $f_c$  est la fréquence limite des ondes sonores ; pour la radio on ne dépasse guère 6000 Hz.



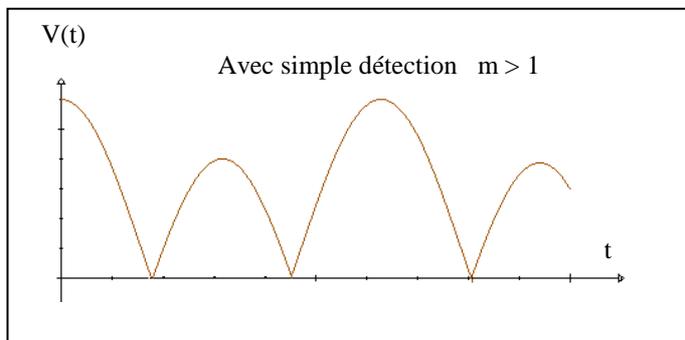
□ **18.**

$e(t)$  est un signal sinusoïdal de pulsation  $\Omega$



Dans les deux cas  $m < 1$  et  $m > 1$ , on détecte le signal  $e = E \cos \Omega t$  à une composante continue près et à un facteur de multiplication  $kKE_0/2$ .

Avec une simple détection d'enveloppe, on ne peut pas l'obtenir pour  $m > 1$  : c'est problème pour les grandes amplitudes de  $e$ .



Dans l'énoncé, on ne précisait pas que  $\varphi_e(t)$  et  $\varphi_s(t)$  dépendaient du temps.  
De plus la notion de pulsation instantanée n'a pas été définie

La pulsation instantanée est définie par  $\omega_s(t) = \frac{d(\omega_0 t + \varphi_s(t))}{dt} = \omega_0 + \frac{d\varphi_s}{dt}$ , de même pour  $\omega_e(t)$

### □ 19-

$$v_d = K v_e v_s = KEE_s/2 [\sin(2\omega_0 t + \varphi_e + \varphi_s) + \sin(\varphi_e - \varphi_s)]$$

La variation de  $(\varphi_e - \varphi_s)$  avec le temps  $t$  est lente par rapport à la composante

$$(2\omega_0 t + \varphi_e + \varphi_s) = \omega_s + \omega_e \approx 2\omega_0$$

Après filtrage, on peut donc admettre que :  $v_f = KEE_s/2 [\sin(\varphi_e - \varphi_s)]$   
 $K_f = KEE_s/2.$

### □ 20.

Lorsque la boucle est verrouillée (voir énoncé) la pulsation instantanée de  $v_e$  égale à  $\omega_0$  et celle de sortie  $v_s$  soit  $\omega_s$  sont identiques :

$$\omega_s = \omega_0 + K_s v_f = \omega_0 \quad \text{donc } v_f = 0 \quad \text{donc } \varphi_e - \varphi_s = 0 \text{ modulo } \pi$$

**Donc on peut admettre que :  $\varphi_e = \varphi_s$**

### □ 21 -

Au voisinage du verrouillage de phase  $\sin(\varphi_e - \varphi_s) \approx \varphi_e - \varphi_s$

$$\text{Donc } v_f = K_f (\varphi_e - \varphi_s)$$

## □ 22.

$$v_d = (KE_s S/2)[1 + m \cos(\Omega t)] \sin(\omega_0 t) \cos(\omega_0 t + \varphi_s)$$

$$v_d = (KE_s S/2)[\sin(2\omega_0 t + \varphi_s) - \sin \varphi_s + (m/2) \sin(2\omega_0 t + \Omega t + \varphi_s) + (m/2) \sin(2\omega_0 t - \Omega t + \varphi_s) - m/2 \sin(\Omega t + \varphi_s) + m/2 \sin(\Omega t - \varphi_s)]$$

Cette tension est filtrée :

$$V_f = (KE_s S/2)[- \sin \varphi_s - m/2 \sin(\Omega t + \varphi_s) + m/2 \sin(\Omega t - \varphi_s)]$$

$$V_f = -(KE_s S/2) \sin \varphi [1 + \cos \Omega t]$$

$\omega_s = \omega_0 + K_s v_f = \omega_0 + d\varphi_s/dt$  par définition de la pulsation instantanée

$$\text{donc } \frac{d\varphi_s}{dt} = K_s \cdot v_f = -(K_s KE_s S/2)(1 + m \cos \Omega t) \sin \varphi_s$$

$\frac{d\varphi_s}{dt} + (K_s KE_s S/2)(1 + m \cos \Omega t) \sin \varphi_s = 0$
--

## □ 23.

On peut intégrer cette équation différentielle dans le cas où  $\varphi_s$  est proche de 0

$$\frac{d\varphi_s}{\varphi_s} = (1/\tau)(1 + m \cos \Omega t) dt \quad 1/\tau = (K_s KE_s S/2)$$

$$\text{soit } \varphi_s = \varphi_0 \exp(-t/\tau) \exp\left[\frac{\sin(\Omega t)}{\Omega}\right]$$

$\varphi_s$  tend vers 0 avec le temps caractéristique  $\tau$

Au bout de quelques  $\tau$  :  $v_s(t) = E_s \cos(\omega_0 t)$ .

*Remarque :*

*Le terme  $(1 + m \cos(\Omega t))$  est suffisamment lent pour être considéré comme constant à l'échelle des variations de  $\varphi_s$  ( $T = 2\pi/\Omega \gg \tau$ ). : il vient alors  $\frac{d\varphi_s}{\varphi_s} = (1/\tau) dt$  et  $\varphi_s = \varphi_0 \exp(-t/\tau)$*

## □ 24.

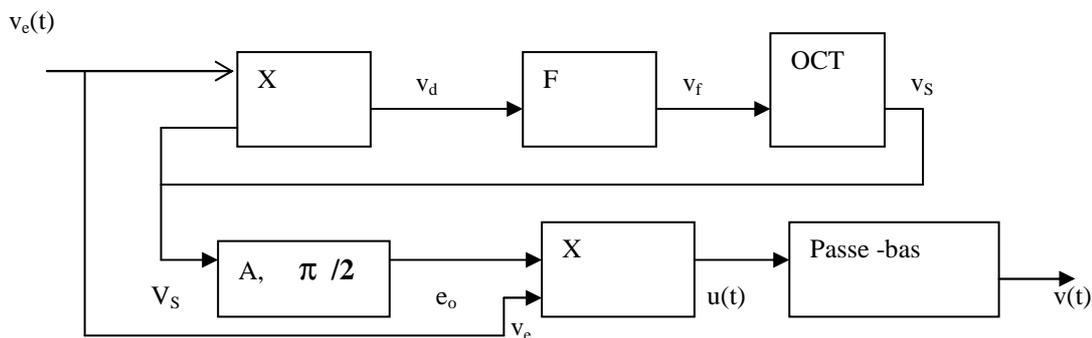
Le filtre doit transformer  $E_s \cos(\omega_0 t)$  en  $E_0 \sin(\omega_0 t)$  :

Le déphasage doit être égal à  $\pi/2$  et  $A = E_0/E_s$

## □ 25.

La valeur de A n'est pas essentiel : l'important est d'avoir un signal à la fréquence de la porteuse  $\omega_0$ .

□ 26



C'est le schéma de principe de la détection synchrone par verrouillage de phase.

**Le principe de la détection synchrone peut être appliqué à l'étude de tout phénomène périodique en particulier il permet de détecter un signal noyé dans un bruit d'amplitude très supérieure à celle du signal.**

Par exemple soit le signal  $v_u = E_0 (\sin \omega t + \varphi)$  noyé dans un bruit aléatoire  $v_a(t)$  :

$$V_e = v_u + v_a$$

Si on le multiplie par un signal d'extraction  $E \sin \omega t$  :

$$V = v_e \cdot E \sin \omega t = E_0 \cdot E (\sin \omega t + \varphi) \sin \omega t + v_a(t) E \sin \omega t$$

$$\langle V \rangle = \langle E_0 \cdot E (\sin \omega t + \varphi) \sin \omega t \rangle + \langle v_a(t) E \sin \omega t \rangle$$

$$\langle V \rangle = (E_0 \cdot E / 2) \sin(\varphi) + 0$$