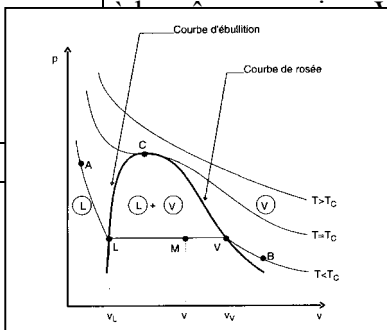


CONCOURS MINES -PONTS -TÉLÉCOM, ANNÉE 2002 PHYSIQUE I, FILIERE MP

Ce n'est qu'une proposition de solution ; ceux qui voudrait améliorer cette correction communiquer votre solution à gthomass@club-internet.fr.

| | | |
|---|--|--|
| 1 | <p>Pression intensif. Volume: extensif $[P+ n^2a/V^2](V-nb) = nRT$</p> | |
| 2 | <p>Dans le modèles des sphères dures le covolume est le volume occupé par les molécules pour une très grande pression .On montre qu'il est égal au quart du volume d'une sphère Si R = rayon d'une molécule $b \approx R^3 N_A$ Avec R = 400 pm $b = 3,8.10^{-5} m^3 .mol^{-1}$ On donne dans des tables He (2,34) H₂ (2,66) CO₂(4,29) N₂O(3,19)..... x 10⁻⁵</p> | |
| 3 | <p>Le potentiel est nul à l'infini, répulsif à courte distance (effets compliqués, quantiques) et attractif à grande distance (forces en $1/r^7$). (effets électrostatiques c'est à dire interaction dipôles / dipôles ; forvces de Debye , Kess om). Le minimum représente la distance interparticulaire moyenne particulaire moyenne.</p> | |
| 4 | <p>La pression est la combinaison de deux termes dont l'un qui existe seul dans le cas des gaz parfaits est associé à la variation de quantité de mouvement des particules (pression cinétique p_c , l'autre est due à l'action des autres particules du volume de fluide sur lequel on étudie l'action de contact (pression moléculaire p_m) . Cette p_m est toujours faible sauf au moment du contact. P_c est toujours positive et p_m est >0 si les forces qui les causent sont attractives : $p_c = p$ (mesurée sur une paroi) + p_m Cette pression est proportionnelle au nombre de molécule et donc à la densité volumique ; les molécules qui subissent cette action sont aussi contenues dans un volume du même ordre donc aussi proportionnel à la densité volumique donc la pression moléculaire varie en $1/V^2$ Les forces d'attraction de Van der Walls sont des forces attractives (interaction dipôle/dipôle en $1/r^7$) ; elles sont négligeables à une distance du nm . La pression mesurée est inférieure à la pression cinétique, due aux seuls chocs, réputés élastiques, sur les parois (poser $b = 0$). Lorsque V croit , la distance entre les molécules augment et le terme correctif diminue ce qui justifie une fonction décroissante du volume</p> | |
| 5 | <p>Trois relations : $P = f(V, T)$ $dP/dV=0$ à T fixé : $RT / (V-b)^2 = 2a/V^3$ $d^2P/dV^2=0$ à T fixé (tangente d'inflexion horizontale sur l'isotherme critique) $2RT/(V-b)^3 = 6a/V^4$ soit $2/ (V-b) = 3/V$ soit le point critique : $V_C = 3b$ $T_c=8a/27bR$ $P_C = a/27b^2$ Les coordonnées du point critique se calculent à partir des grandeurs empiriques a et b, qui mesurent l'écart par rapport au gaz parfait. Bien entendu, il n'y a aucune raison d'exiger que le point critique soit situé aussi sur l'isotherme du gaz parfait correspondant à la température critique !</p> | |
| 6 | <p>Pour $T > T_c$, l'allure des isothermes est vaguement hyperbolique et ressemble à s'y méprendre à l'isotherme du gaz parfait. Aux températures inférieures à la température critique, la relation (P, V) n'est plus uniforme et plusieurs volumes peuvent être mathématiquement associés verdict de l'expérience : dans les systèmes normaux, une dilatation s'accompagne d'une diminution de pression. modifié avec apparition d'un palier de changement d'état.</p> | |



| | | |
|----|---|--|
| | L'isotherme basse température est représentée par un palier le long duquel s'effectue la transition de phase (délimitée par la courbe de saturation) | |
| 8 | Le facteur de compressibilité est $Z_C = 3/8 = 0.375$. Au voisinage du point critique l'équation de Van der Waals n'est pas très performante. L'écart avec la valeur mesurée, de l'ordre de 60 % montre que l'isotherme critique est beaucoup plus aplati que ne le prévoit l'équation de Van der Waals | |
| 9 | Par simple substitution $\alpha = 8$; $\beta = 3$ et $\gamma = 3$ | |
| 10 | En faisant $p^* = p_r - 1$ et $\rho^* = 1/V_r - 1$ dans l'équation précédente, on trouve que $\delta = 3$. $D = 3/2$ $P^* = 4(1 + \rho^*)(1 - \rho^*/2)^{-1} - 3(1 + \rho^*)^2 - 1 = 3/2 \rho^{*3}$ | |

| | | |
|----|---|--|
| 11 | Le modèle de Van der Waals est franchement mauvais loin du point critique | |
| 12 | Tube de Natterer, opalescence critique, fluctuations de densité et donc d'indice optique. Ou système utilisé en TP | |
| 13 | $dU = TdS - pdV$ $dS = \frac{1}{T}dU + \frac{p}{T}dV$ S est une fonction d'état donc $dU = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T dV$ $dS = \frac{1}{T} \left[\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T dV \right] + \frac{p}{T}dV$ On écrit que $\frac{\partial}{\partial V} \left[\frac{1}{T} \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V \right]_T = \frac{\partial}{\partial T} \left[\frac{1}{T} \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V + \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{p}{T}\right) \right]_V$ On obtient alors l'équation demandée $\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = T^2 \cdot \left[\frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{p}{T}\right) \right]_V$ | |
| 14 | La différence entre les énergies internes d'un gaz parfait et d'un gaz réel provient de la dépendance de U avec V $U_{GR} - U_{GP} = U(T, V) - U(T, \infty) = \int_0^\infty T^2 \frac{\partial(p/T)}{\partial T} dV$ | |
| 15 | Pour le gaz de Van der Waals, la relation $\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = -a/V$ L'énergie interne du gaz de Van der Waals est inférieure à celle du GP pour des valeurs identiques de T et V du fait de l'existence des interactions attractives. | |

| | | |
|------|--|--|
| 16 | L'énergie interne est conservée dans une détente de Joule Gay-Lussac V augmentant, $-a/V$ augmente, Il faut donc que T diminue. Le gaz se refroidit. a Mathématiquement : $dU = C_v dT + (a/V^2) dV \rightarrow dT < 0$. | |
| 17 | $U_{GR} = U_{GP} - a/V$ $U_{GR} = c_{vGF} (T - T_0) - a/V + U_0$ donc $c_v = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V = c_{vGP}$ les capacités calorifiques molaires à volume constant sont identiques. Les interactions attractives ont une contribution nulle à l'énergie interne quand le volume est maintenu constant. | |
| 18 . | $dF = -PdV - S dT$ $P = - \left(\frac{\partial F}{\partial V} \right)_T \rightarrow F = \int PdV + \phi(T)$ $F_{GP} = -RT \ln V + \phi(T)$ $F_{GR} = -RT \ln (V-b) - a/V + \phi(T)$ d'où $F_{GR} - F_{GP} = -a/V - RT \ln [(V-b)/V]$ On peut raisonner autrement $DS = dU/T + (P/T) dV$ Or $dU = c_v dT + a/V^2 dV$ $dS = c_v dT/T + R dV/(V-b)$ $S = c_v \ln(T/T_0) + \ln (V-b)/(V_0-b) + S_0$ $U = c_v(T-T_0) - a/V + a/V_0 + U_0$ $F = U - T.S = c_v(T-T_0) - a/V + a/V_0 + U_0 - T[c_v \ln(T/T_0) + R \ln (V-b)/(V_0-b) + S_0]$ $F_{GP} = c_v(T-T_0) + U_0 - T[c_v \ln(T/T_0) + R \ln (V)/(V_0) + S_0]$ $F - F_{GP} = -a/V - RT \ln [(V-b)/V]$ $\left(\frac{\partial F}{\partial T} \right)_V = -S$ $S - S_0 = S = c_v \ln(T/T_0) + \ln (V-b)/(V_0-b)$ dans une détente isentropique $T.(V-b)^{R/c_v} = cte$ analogue à $T.V^{(\gamma-1)} = cte$ pour un GP parfait | |
| 19 | Les potentiels chimiques $\mu_A = \mu_B$ sont égaux lors d'un changement de phase Or $d\mu = -s dT + v dP$ A T fixée $d\mu = v dP = d(Pv) - p dv$ Pour aller de A à B directement $\mu_B - \mu_A = 0 = P_B(V_B - V_A) - \int_A^B p dv$ Cette intégrale est l'aire sous la courbe alors que $P_B(V_B - V_A)$ correspond à l'aire sous la droite AB donc les deux aires hachurées sont égales On peut remarquer que l'on peut décrire un cycle monotherme en allant de A à B le long de l'isotherme curviligne AEDCB et en revenant en A par le palier. Si ce palier est décrit de façon réversible le travail W associé à ce cycle est nul (théorème de Carnot $Q=0$ et $W=0$ pour un cycle monotherme réversible) or ce travail est représenté par l'aire des deux boucles hachurées donc ces deux aires sont égales en valeur absolue. | |
| 20 | Des états métastables entre A et E (surfusion) et entre C et B Etats instables entre E et C car cette branche est fictive et il n'est pas possible de la décrire de façon réversible | |

| | | |
|----|---|--|
| 21 | <p>La spinodale est l'ensemble des points des isothermes où la pression est stationnaire par rapport au volume. Elle correspond à $(\partial P / \partial V)_T = 0$</p> <p>Son équation est $P = \frac{a}{V^2} - \frac{2ab}{V^3}$ Elle est tracée en page 2 de l'énoncé !</p> | |
| 22 | <p>On envisage ici les états métastables représentés par les points compris entre B et la courbe spinodale qui représentent la vapeur sursaturée. La métastabilité de la vapeur est à droite de la spinodale et à gauche de la courbe de rosée . Le point M cherché doit aussi vérifier $\frac{\partial^2 P}{\partial V^2} < 0$.</p> <p>Une analyse mathématique (que l'on ne saurait exiger) conduit à $V < b$ ou $V > 3b$. On reporte donc l'expression de p de la question précédente dans l'équation de Van der Waals. On en déduit les trois volumes solution. On retient celui des trois qui conduit à une valeur positive de la pression et l'on obtient environ 55 atm. Évidemment, il doit être difficile d'atteindre de telles pressions sans observer la disparition de l'état métastable, mais on peut remarquer que cette valeur reste bien inférieure à la pression critique de l'eau qui vaut 218 atm. $(V-b)^2 = RTV^3/2a$ d'où $V \rightarrow p$</p> | |
| 23 | <p>aura reconnu le viriel, pour une molécule, Le premier terme correspond au gaz parfait ; les autres termes correspondent aux interactions à n particules, n étant la puissance de V dans le développement en série de Laurent. Ce développement est d'autant plus valide que le volume est grand.</p> $PV = RT \left[1 + \frac{b}{V} \left(1 - \frac{a}{bRT} \right) + \frac{b^2}{V^2} \right] = RT \left[1 + \frac{b}{V} + \frac{b^2}{V^2} \right] - \frac{a}{V}$ <p>Cela provient de $PV = RT \left[1 - \frac{b}{V} \right]^{-1} - \frac{a}{V}$</p> <p>Lorsque $V \gg b$ alors $PV = RT \left[1 + \frac{b}{V} + \frac{b^2}{V^2} \right] - \frac{a}{V}$</p> <p>L'équation proposée est donc valable pour $V \gg b$ et loin des conditions de liquéfaction Sur la courbe, on voit que pour $V > 3b$ (donc V_C doit être grand) l'équation du viriel est parallèle a celle du gaz de Van der Waals pour $T = 1,1T_C$</p> | |

| | | |
|----|--|---|
| 24 | Par identification $\alpha \lambda = 4 \pi K$ On vérifie que $\alpha \lambda / K = 12,566 \quad 12,5628 ; 12,5636 ; 12,559$ | |
| 25 | La fraction $q(\lambda, \ell) = [I(0) - I(\ell)] / I(0) = 1 - \exp(-\alpha \ell)$ | |
| 26 | <p>La représentation de $F(X)$ montre que la totalité du spectre d'émission se situe dans l'intervalle $0,5 \leq X \leq 5$ soit $0,5 \lambda_{\max} \leq \lambda \leq 5 \lambda_{\max}$ Pour le soleil $\lambda_{\max} \approx 0,5 \mu\text{m}$ donc $0,25 \mu\text{m} < \lambda < 2,5 \mu\text{m}$ Pour le milieu ambiant $\lambda_{\max} = 10 \mu\text{m}$ donc $5 \mu\text{m} < \lambda < 50 \mu\text{m}$ La nappe d'eau est transparente pour $0,3 \mu\text{m} < \lambda < 0,7 \mu\text{m}$ et $\lambda > 1 \mu\text{m}$ Le rayonnement ambiant n'est donc pas atténué $Q_A(\ell) = 0$ (si on admet que les IR proches ne sont pas absorbés par l'eau)</p> <p>Le rayonnement solaire : Si on utilise le tableau fourni $Q = 1 \times [F(0,15/0,5) - F(0)] + 0,8 [F(0,3/0,5) - F(0,15/0,5)] + 0,5 [F(1/0,5) - F(0,7/0,5)]$ $Q = 1(F(0,3) - F(0)) + 0,8(F(0,6) - F(0,3)) + 0,5(F(2) - F(1,4)) + 0 \times [F(\infty) - F(2)]$ $Q = 0,2 F(0,3) + 0,8 F(0,6) + 0,5 F(2) - 0,5 F(1,4) = 0,14$</p> <p>Si l'eau arrête les infra rouge $Q_s(10) = 0,42$ et $Q_a(10) = 1$ W. M. Irvine and J. B. Pollack, "Infrared optical properties of water and ice spheres," Icarus, 8, 324--360, (1968).</p> <p>200 0.08 250 0.03 300 0.015 350 0.003 400 0.001 450 0.0002 500 0.00025 550 0.00035 600 0.0015 650 0.0025 700 0.006 750 0.025 760 0.026 800 0.02 1850 0.041 900 0.067 950 0.365 970 0.46 1000 0.355 1050 0.131 1060 0.128 1100 0.19 1150 0.8 1190 1.05 1200 1.02 1250 0.89 1258 0.88 1300 1.08 1350 2.7 1400 13 806 0.02 1450 26 1500 17.3 1550 9.6 1600 6.2 1650 5.1 1660 5 1700 5.15 1750 6.4 1800 8 1850 9.5</p> | U |

1900 80.5
1940 114
1950 110
2000 68
2050 41
2100 26
2150 19
2200 16
2210 15.5
2250 17
2300 23
2350 30
2400 42
2450 61
2500 83
2550 97
2600 99
2625 109
2650 131
2700 235
2750 1100
2800 4212
2900 10580

2950 11700
3000 10860
3100 7430
3200 3700
3300 1650
3400 698
3500 334
3600 198
3750 119
3830 111
4000 151
4500 411
4660 468
4800 431

5000 308
5260 229
5500 276
5800 699
6000 2138
6050 2328
6400 852
6500 794
7000 618
7500 579
8000 566
8500 557
9000 566
9500 579
10000 668

lambda (nm)
absorption(1/cm)

| | | |
|----|--|--|
| 27 | $q(\lambda, 2\ell) = 1 - \exp(-2\alpha\ell) ; q(\lambda, \ell) = 1 - \exp(-\alpha\ell)$ $q(\lambda, 2\ell) = 1 - [1 - q(\lambda, \ell)]^2 = q(\lambda, \ell) 2 - q(\lambda, \ell)$ $Q(2\ell) = 2Q[\ell] - \sum \Delta F(x) q^2(\lambda, \ell)$ $Q(20) = 2 \times 0,14 - 1 \times [F(0,3) - F(0)] - 0,8^2 (F(0,6) - F(0,3)) - 0,5^2 [F(2) - F(1,4)] = 0,24$ <p>Avec absorption des IR alors La solution donne $Q_s(10) = 1 \times (0,15) + 0,8 \times [0,3 - 0,15] + 0,5 \times [1 - 0,7] = 0,42$ $Q(20) = 0,519$</p> | |
| 28 | La lumière fait un aller-retour donc le pourcentage de lumière absorbée est $Q(20)$ | |
| 29 | <p>Entre les instants t et $t+dt$ on applique le premier principe L'eau passe de T à $T+dT$: $dU = \rho \ell S C dT$ Il reçoit l'énergie : $Q_s(20) E_s S dt$ si on ne tient pas compte de E_a Il cède l'énergie $\sigma T^4 S dt$ par rayonnement et $hS(T-T_a) dt$ par échange conducto-convectif</p> $\rho \ell S C dT = Q_s(20) E_s S dt - \sigma T^4 S dt - hS(T-T_a) dt$ $V_r(t) = \frac{dT}{dt} = \frac{Q(20)E_s - \sigma T^4 - h(T-T_a)}{\rho \ell C} +$ $\text{A } t=0 \quad T = T_i = T_a \quad V_r(0) = \frac{dT}{dt}(0) = \frac{Q(20)E_s - \sigma T_a^4}{\rho \ell C}$ $\text{A } t=t_1 \quad T = T_f : V_r(t_1) = \frac{dT}{dt} = \frac{Q(20)E_s - \sigma T_f^4 - h(T_f - T_a)}{\rho \ell C}$ <p>A.N Avec $Q(20) = 0,519 \quad V(0) = 0,50 \text{ K.h}^{-1} \quad V(t_1) = -4,53 \cdot 10^{-2} \text{ K.h}^{-1}$ Il semblerait que 25°C ne peut être atteint En effet si on calcul pour quelle valeur $dT/dt = 0$ en régime stationnaire Alors on obtient $T_f \quad Q(20) \times E_s - \sigma T_a^4 = (h + 4 \sigma T_a^3) \epsilon$ $\epsilon = T_f - T_a = 7^\circ$ donc inférieur à 8°</p> <p>Avec $Q(20) = 0,28 \quad V(0) = -0,7 \text{ K.h}^{-1} \quad V(t_1) = -1,2 \text{ K.h}^{-1}$ C'est encore plus faux</p> <p>Je pense que dans l'énoncé il y a une erreur : l'eau arrête en partie les infra rouge et donc que $Q_a(10) = 1$; les infra rouge sont absorbés : Alors $Q_s(10) = 0,42$; $Q_s(20) = 0,440$ On trouve alors $\epsilon = 25^\circ$</p> $\frac{dT}{dt} = \frac{Q(20)E_s + E_a - \sigma T^4 - h(T-T_a)}{\rho \ell C}$ $t = 0 \quad V(0) = 1,23 \text{ K.h}^{-1} \quad ; \quad V(t_1) = 0,69 \text{ K.h}^{-1}$ <p>Cela semble plus cohérent</p> | |
| 30 | $\frac{dT}{dt} = \frac{Q(20)E_s + E_a - \sigma T^4}{\rho \ell C}$ | |

| | | |
|----|--|--|
| | <p>T_r est la température limite atteinte lorsque $\frac{dT}{dt}=0$ $T_r^4 = [Q(20)E_s + E_a] / \sigma$</p> <p>Avec $Q(20) = 0,44$ $T_r = 332$ K</p> <p>$\tau = \rho \ell C / \sigma \cdot T_r^3$ $A N = T_r = 331$ K $\tau = 112$ h</p> <p>Avec $Q_s(20) = 0,5$ et $E_a = 0$ $T_r = 309$ °K $\tau = 69$ h</p> | |
| 31 | <p>Nouvelle variable t/τ $u = T/T_r$</p> <p>$t_1/\tau = \frac{1}{2} [\arctan(T_1/T_r) - \arctan(T_a/T_r)] + \frac{1}{4} \ln \left(\frac{T_r+T_1}{T_r-T_1} \cdot \frac{T_r-T_a}{T_r+T_a} \right)$</p> <p>$T_r = 332$ $T_1 = 298$ $T_a = 290$</p> | |
| 32 | <p>Si T_r est proche de T_a $T_r^4 - T^4 = 4 \cdot T_r^3 (T_r - T)$</p> <p>$\frac{dT}{dt} = \frac{Q(20)E_s + E_a - \sigma T_a^4 - (\sigma T_a^3 + h)(T - T_a)}{\rho \ell C}$</p> <p>$T_r - T_a = [Q(20) E_s + E_a - \sigma T_a^4] / (\sigma T_a^3 + h) = 25$ K $T_r = 315$ K</p> <p>$\rho \ell C \frac{dT}{dt} = (\sigma T_a^3 + h)(T_r - T)$ $T_0 = T_r$ $\tau_0 = \rho \ell C / [\sigma T_a^3 + h]$</p> <p>$\tau_0 = 20,4$ h</p> | |
| 33 | <p>$t_1 = t_1 = 6,3$ h $t_1 = 2,0$ h</p> <p>convection forte</p> <p>$T_r = 296$ K on arrive pas à 298 K</p> <p>Avec $Q_s(20) = 0,5$ et $E_a = 0$ $\tau_0 = 11,6$ h $T_0 = 342$ K $t_1 = 0,17$ $\tau_0 = 1,94$ h</p> <p>$H = 50$ $\tau = 2,33$ h $T_0 = 300,4$ K $t_1 = 3,42$ h</p> | |
| 34 | La surface du fond absorbe tout le rayonnement solaire donc la vitesse de réchauffement est augmentée | |
| 35 | <p>$\frac{dT}{dt} = \frac{E_s + E_a - \sigma T^4 - h(T - T_a)}{\rho \ell C}$</p> <p>$V_R(0) = 3,65$ K.h⁻¹</p> | |
| 36 | $T_r^4 = (E_s + E_a) / \sigma$ $T_r = 385$ K donc l'eau se met à bouillir et il faut tenir compte de l'évaporation | |