

ECOLE NATIONALE DES PONTS ET CHAUSSEES,  
ECOLES NATIONALES SUPERIEURES DE L'AERONAUTIQUE ET DE L'ESPACE,  
DES TECHNIQUES AVANCEES, DES TELECOMMUNICATIONS,  
DES MINES DE PARIS, DES MINES DE SAINT-ETIENNE, DES MINES DE NANCY,  
DES TELECOMMUNICATIONS DE BRETAGNE.  
ECOLE POLYTECHNIQUE (FILIERE TSI)

CONCOURS D'ADMISSION 2006

**ÉPREUVE DE SCIENCES INDUSTRIELLES**

**Filière : PSI**

SUJET MIS A LA DISPOSITION DES CONCOURS : CYCLE INTERNATIONAL, ENSTIM, INT, TPE-EIVP

**Durée de l'épreuve : 4 heures**

*Cet énoncé comporte 15 pages numérotées de 1 à 15. Le travail doit être reporté sur un document-réponse de 4 copies (16 pages) distribuées avec le sujet. Pour valider ce document-réponse, chaque candidat doit obligatoirement y inscrire à l'encre, à l'intérieur du rectangle d'anonymat situé en haut de chaque copie, ses nom, prénoms (souligner le prénom usuel), numéro d'inscription et signature, avant même d'avoir commencé l'épreuve. Il est conseillé de lire la totalité de l'énoncé avant de commencer l'épreuve.*

*Bien qu'organisées au sein d'une progression logique, les questions sont largement indépendantes. Il est donc possible de ne pas les traiter dans l'ordre. Par contre, chaque question doit être rédigée sur les pages correspondantes du document-réponse.*

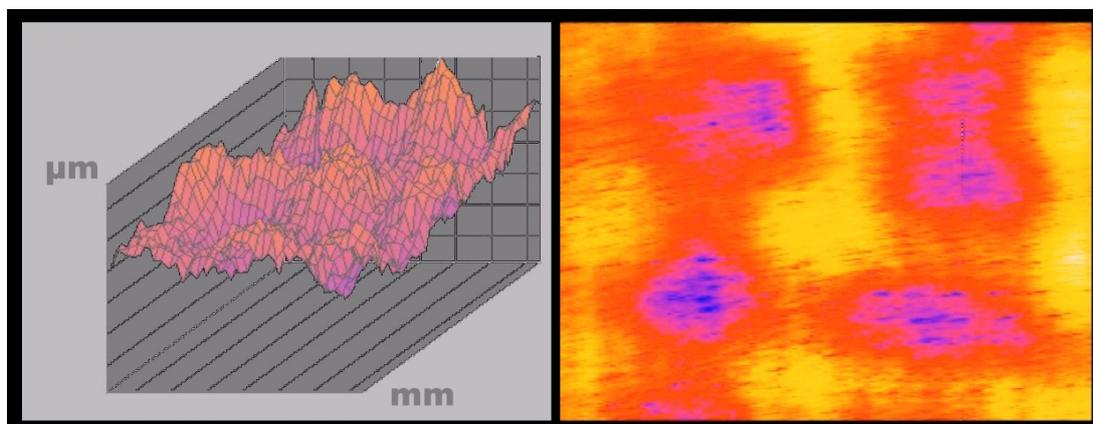
*Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre*

## **RUGOSIMETRE TRIDIMENSIONNEL à GRANDE VITESSE**

**Système développé par le laboratoire SATIE, à l'École Normale Supérieure de Cachan**

### **I PRESENTATION GENERALE DU RUGOSIMETRE A GRANDE VITESSE**

La rugosimétrie est la mesure de l'état de surface des pièces mécaniques. L'ordre de grandeur des défauts mesurés est le micron. Cette mesure des états de surfaces est aussi répandue et indispensable que la mesure des caractéristiques dimensionnelles et géométriques des pièces mécaniques (longueur, orientation, perpendicularité...). La figure 1 représente un relevé rugosimétrique tridimensionnel d'une partie d'une aube de turbine de haute précision (à droite en fausses couleurs).



*Figure 1 :  
Relevé rugosimétrique  
tridimensionnel d'une  
aube*

La mesure de rugosimétrie repose traditionnellement sur deux éléments distincts : le capteur, qui peut être mécanique (palpeur) ou optique, et le traitement du signal et des données (algorithmes informatiques), qui permet de traduire les mesures physiques de base, produites par le capteur, en données numériques exploitables, représentatives des caractéristiques physiques de la surface analysée.

De la conjonction des caractéristiques techniques du capteur et du traitement numérique vont découler les qualités essentielles du rugosimètre : sa rapidité ; sa résolution ; sa précision ; son amplitude de mesure.

Lorsque l'ensemble est suffisamment rapide, il peut être utilisé pour réaliser des relevés de surface ( $z$  fonction de  $(x, y)$ , ou « mesure 3D ») et non plus simplement des profils linéaires ( $z$  fonction de  $x$ , ou « mesure 2D »). Si, à cette exigence de rapidité, on ajoute celle de précision ainsi que celle de grande amplitude de mesure, on arrive, avec les technologies actuellement disponibles, à des capteurs très chers (de l'ordre de 50 000 euros). Cela fait que le développement de la rugosimétrie 3D de précision a été, jusqu'à présent, assez lent. Le projet, dont est tiré le sujet, a pour ambition de développer et de mettre sur le marché un rugosimètre 3D de précision à faible coût.

L'objet de cette étude est de valider / critiquer / améliorer certaines techniques et technologies retenues pour le prototype du rugosimètre 2D. Ce prototype a été conçu par le laboratoire SATIE de l'École Normale Supérieure de Cachan. Ce projet est le fruit d'un travail pluridisciplinaire qui a impliqué des commerciaux, des scientifiques et des techniciens, et a été financé par l'Agence pour la Valorisation de la Recherche d'Ile-de-France.

### I.1 STRUCTURE GENERALE DU RUGOSIMETRE A GRANDE VITESSE

Le principe d'un capteur opto-mécanique (association d'un capteur optique et d'un capteur mécanique) a été retenu, pour ce prototype. Il est décrit succinctement ci-après (figure 2) :

- un capteur optique assure une résolution verticale comparable à celle des meilleurs capteurs mécaniques actuels ( $< 10$  nm). Ce capteur, de faible amplitude de lecture ( $20 \mu\text{m}$ ), permet une mesure rapide des hautes fréquences spatiales (variations rapides) des profils rugosimétriques mesurés ;
- un asservissement mécanique vertical à grande amplitude (environ 10 mm) permet à la tête optique de suivre les moyennes et basses fréquences spatiales (variations plus lentes) des profils. Un second capteur donne la position verticale de la tête optique.

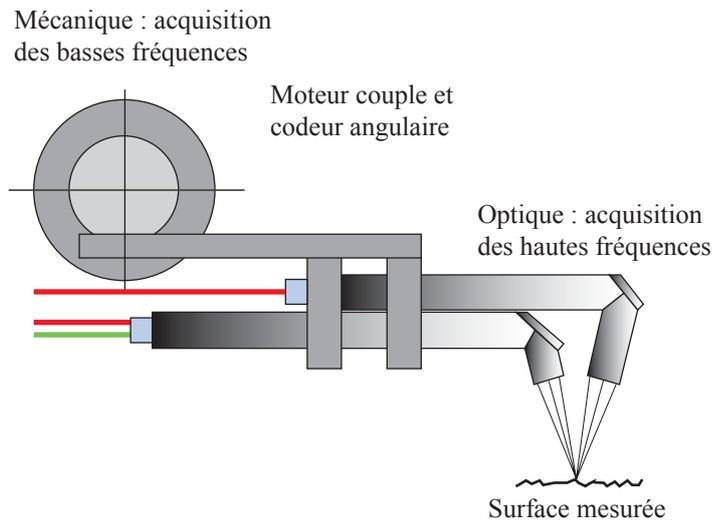


Figure 2 : Principe du système opto-mécanique

Le profil complet sera obtenu par la somme des signaux fournis par les deux capteurs. Le déplacement vertical du capteur optique est assuré par une Unité de Rotation (U.R.) portée par le coulisseau (2) (figure 3) ;

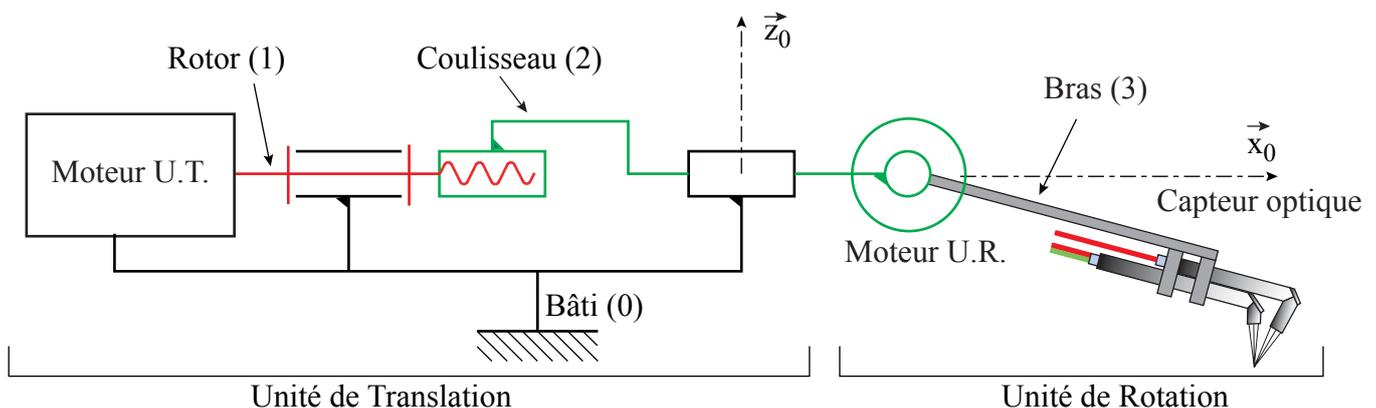


Figure 3 : Schéma du prototype de rugosimètre 2D

Ce capteur opto-mécanique est lui-même déplacé au dessus de la surface à mesurer par une Unité de Translation (U.T.) à vitesse régulée (figure 3), ce qui permet d'obtenir un « profil 2D »,  $z$  fonction de  $x$ . La vitesse de déplacement visée par ce prototype est de  $20 \text{ mm.s}^{-1}$ .

Dans sa future version 3D, une seconde U.T. de direction ( $\bar{y}$ ) permettra de donner une image de la surface par une juxtaposition de profils 2D : on « scanner » la surface.

Le coût estimé de ce rugosimètre est de 10 000 euros.

## I.2 PRINCIPE DE MESURE DU CAPTEUR OPTIQUE

Le principe de mesure du capteur optique est l'écartométrie. Ce procédé, déjà utilisé en robotique, n'a encore jamais servi en rugosimétrie industrielle. Un faisceau laser (« émission ») est focalisé sur la surface à mesurer. La tache focale se déplace devant les images de deux demi-disques de réception. L'intensité lumineuse d'émission se partage ainsi entre deux photo-récepteurs. Cette différence d'intensité permet de calculer la position horizontale de la tache focale d'émission. Cette position horizontale de la tache est ensuite convertie en position verticale de la surface par rapport au point focal (qui sera noté par la suite (P)) (figure 4).

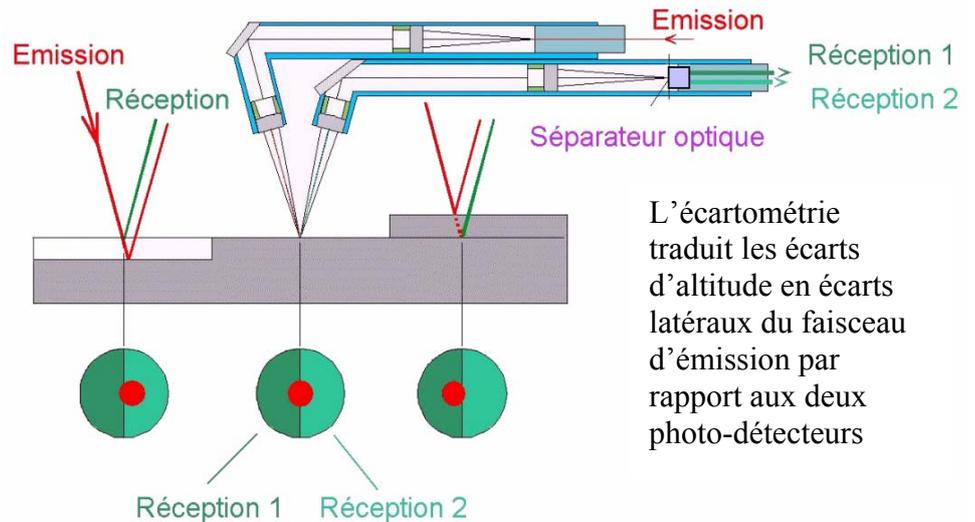


Figure 4 : Principe du capteur optique : l'écartométrie

## II CARACTERISATION GLOBALE DU RUGOSIMETRE

Dans cette partie, nous vous demandons de caractériser de façon globale le système étudié puis de déterminer les liens existant entre les différents éléments de ce système. Ceci permettra d'étudier ultérieurement les caractéristiques de certains constituants, puis de les modifier si leur comportement ne donne pas satisfaction en ayant en permanence à l'esprit les contraintes qui lient ces éléments spécifiques aux autres éléments du système global.

Le marché économique d'un tel instrument de mesure est très concurrentiel. Les acheteurs potentiels de ces capteurs choisissent plusieurs critères pour évaluer les différentes propositions commerciales qui peuvent leur être faites.

### Question n°1

Complétez le tableau du document réponse, en donnant les différents critères de performance et les niveaux associés du rugosimètre.

### Question n°2

Complétez les diagrammes S.A.D.T. « A-0 », puis « A.0 », du système « rugosimètre 3D » préfiguré par le prototype 2D décrit ci-dessus. *Vous éviterez les confusions entre entrées, moyens et contrôles.*

### III CALCULS PREVISIONNELS DES ACTIONNEURS

Les calculs d'avant projet doivent permettre de dimensionner les différents composants qui seront utilisés et de définir certains paramètres de réglages (paramètres d'asservissement...).

Les calculs prévisionnels visent, dans un premier temps, à déterminer les équations dynamiques qui permettront de déterminer les couples moteurs (minimum) des différents actionneurs en fonction des caractéristiques géométriques, massiques et inertielles des pièces ainsi que des conditions d'utilisation.

Dans toute cette partie, nous considérerons que seules l'unité de translation ( $\vec{x}$ ) et l'unité de rotation sont actionnées.

#### III.1 MISE EN PLACE DU PROBLEME

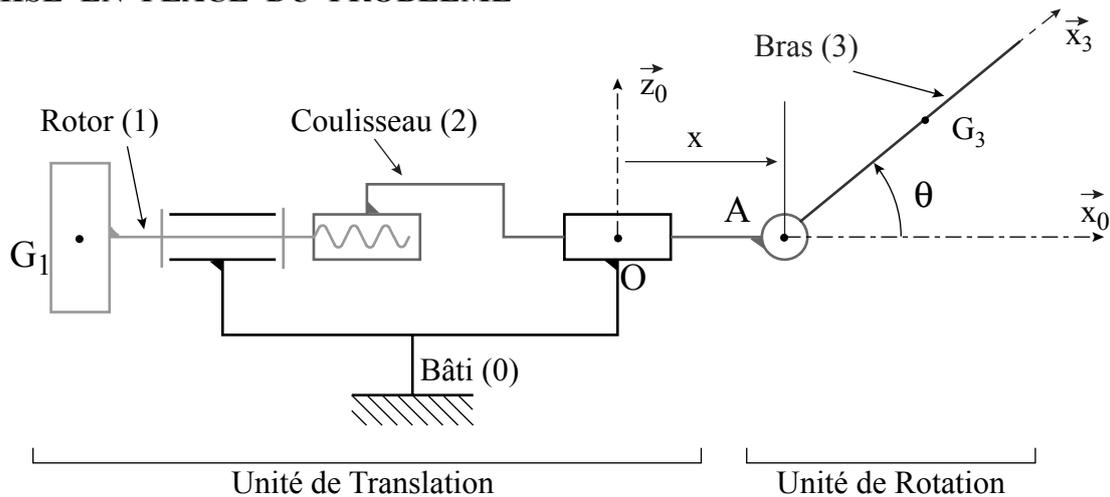


Figure 5 : Schéma paramétré du prototype de rugosimètre 2D (les actionneurs ne sont pas représentés)

La figure 5 présente le schéma et le paramétrage qui sera utilisé pour cette partie de l'étude. Ce système comporte quatre pièces :

- le bâti (0). On associe à cette pièce le repère ( $\mathcal{R}_0 = (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ ) que l'on considère galiléen ;
- le rotor (1) :
  - moment d'inertie selon l'axe  $(O, \vec{x}_0)$  noté  $J_1$  avec  $J_1 = 10^{-6} \text{ kg.m}^2$  ;
  - centre d'inertie  $(G_1)$ , avec  $\overrightarrow{OG_1} = -a \cdot \vec{x}_0$  ;
  - la liaison pivot  $(L_{0/1})$ , dont le paramètre angulaire est  $\varphi = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$ , présente un frottement visqueux de coefficient  $f_1$ , créant un moment :  $\overrightarrow{\mathcal{M}}_{O,0 \rightarrow 1} = -f_1 \cdot \dot{\varphi} \cdot \vec{x}_0$  ( $f_1 = 5 \cdot 10^{-5} \text{ Nm/(rd.s}^{-1})$ ) ;
  - un moteur (M1) gère le mouvement de rotation de (1) par rapport à (0). Le couple moteur appliqué sur (1) est noté :  $\overrightarrow{C}_{\text{Moteur}1 \rightarrow 1} = C_{m1} \cdot \vec{x}_0$ .
- le coulisseau (2) :
  - masse :  $m_2$  avec  $m_2 = 2 \text{ kg}$  ;
  - centre d'inertie  $(G_2)$ ,
  - la liaison hélicoïdale  $(L_{1/2})$  (supposée parfaite) possède un pas noté  $(p_a)$  ( $p_a = 0,5 \text{ mm/tour}$ ). Ce pas est à droite (sens classique) ;

- la liaison glissière ( $L_{0/2}$ ), dont le paramètre de position (translation) est noté ( $x$ ) :  $\overrightarrow{OA} = x \cdot \vec{x}_0$ , présente un frottement visqueux de coefficient  $f_2$ , créant une force :  $\vec{F}_{0 \rightarrow 2} = -f_2 \cdot \dot{x} \cdot \vec{x}_0$  ( $f_2 = 5 \text{ N}/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$ ) ;

- l'ensemble (3) :

- masse :  $m_3$  (cette masse sera déterminée à la question 3) ;

- centre d'inertie ( $G_3$ ) :  $\overrightarrow{AG_3} = r \cdot \vec{x}_3$  ;

- matrice d'inertie en (A) :  $[I(A,3)] = \begin{bmatrix} A & -F & -E \\ -F & B & -D \\ -E & -D & C \end{bmatrix}_{(A, \mathcal{B}_3)}$ , avec  $\mathcal{B}_3 = (\vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$  ;

- la liaison pivot ( $L_{2/3}$ ), de paramètre angulaire  $\theta = (\vec{x}_0, \vec{x}_3)$ , présente un frottement visqueux de coefficient  $f_3$ , créant un moment :  $\vec{M}_{A,2 \rightarrow 3} = -f_3 \cdot \dot{\theta} \cdot \vec{y}_0$  ;

- un moteur (M3) gère la rotation de l'ensemble (3) par rapport à (2). Le couple moteur appliqué sur (3) est noté :  $\vec{C}_{\text{Moteur}3 \rightarrow 3} = C_{m3} \cdot \vec{y}_0$  ;

- un système d'équilibrage (ressort de torsion) permet à la tête optique d'être horizontale ( $\theta = 0^\circ$ ) en position de repos, c'est-à-dire lorsque le moteur (M3) n'est pas alimenté. Ce système d'équilibrage exerce sur l'ensemble (3) un couple de rappel noté :  $\vec{C} = C_r \cdot \vec{y}_0$ , avec  $C_r = -(K_{\text{tors}} \cdot \theta + C_0)$ . Le terme  $C_0$  permet d'équilibrer le moment en (A) créé par l'action de pesanteur sur (3) lorsque ( $\theta = 0^\circ$ ).

### III.2 POSITIONNEMENT DU CENTRE D'INERTIE

Comme le montre la figure 6, l'ensemble (3) est constitué de plusieurs solides en liaison encastrement :

- le bras (4) lié au moteur couple,
- la tête optique (5),
- un contre poids (6).

Ce contre poids (6) a été ajouté pour assurer que le centre d'inertie ( $G_3$ ) soit sur l'axe (A,  $\vec{x}_3$ ).

Les caractéristiques géométriques de l'ensemble étudié sont données ci-après :

- bras (4) du moteur couple : masse :  $m_4 = 10^{-3} \text{ kg}$  ;  
centre d'inertie :  $\overrightarrow{AG_4} = -b_4 \cdot \vec{y}_0$  avec  $b_4 = 4 \text{ mm}$  ;

- tête optique (5) : masse :  $m_5 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$  ; centre d'inertie :  $\overrightarrow{AG_5} = a_5 \cdot \vec{x}_3 + b_5 \cdot \vec{y}_3 - c_5 \cdot \vec{z}_3$  avec  $a_5 = 40 \text{ mm}$  ;  $b_5 = 0,8 \text{ mm}$  ;  $c_5 = 10 \text{ mm}$  ;

- contre poids (6) : masse :  $m_6$  (à déterminer à la question n°3) ; centre d'inertie :  $\overrightarrow{AG_6} = a_6 \cdot \vec{x}_3 + c_6 \cdot \vec{z}_3$  avec  $a_6 = 10 \text{ mm}$  ;  $c_6 = 25 \text{ mm}$ .

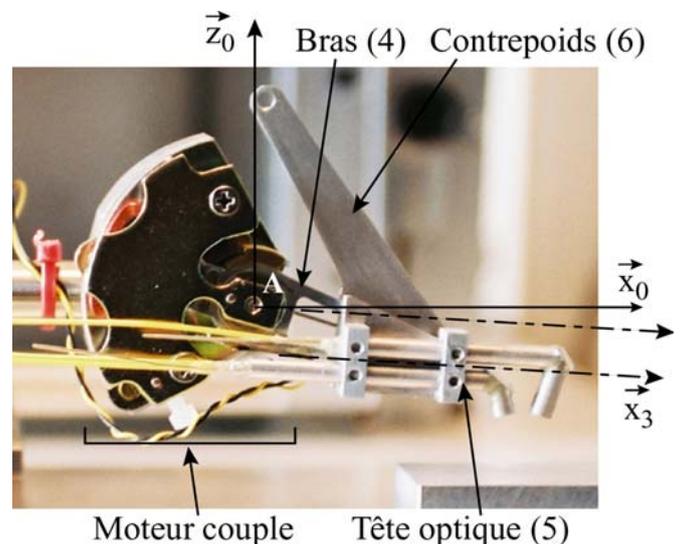


Figure 6 : Unité de Rotation

### Question n°3

Déterminez l'expression littérale de la masse du contrepois (6) qui assure que le terme (c) de l'expression de la position du centre d'inertie ( $\overline{AG}_3 = r \cdot \vec{x}_3 - b \cdot \vec{y}_3 + c \cdot \vec{z}_3$ ) est nul. Réalisez l'application numérique.

Montrez, que dans ce cas,  $r = 27,5$  mm, avec  $\overline{AG}_3 = r \cdot \vec{x}_3$ .

### III.3 EQUATIONS DYNAMIQUES

Le système étudié possède deux mobilités, il est donc nécessaire de déterminer deux équations pour pouvoir atteindre les grandeurs recherchées, le couple moteur dans l'actionneur de l'unité de rotation ( $C_{m3}$ ) et le couple moteur dans l'unité de translation ( $C_{m1}$ ) en fonction des caractéristiques dimensionnelles et matérielles des pièces, des lois de mouvement et des dissipations dans les liaisons.

Pour obtenir la première équation, vous êtes obligé d'appliquer la méthode demandée.

### Question n°4

Isolez l'ensemble (3), puis écrivez le théorème du moment dynamique en (A) en projection sur ( $\vec{y}_0$ ). Ecrivez obligatoirement votre résultat sous la forme  $d \cdot \ddot{\theta} + e \cdot \ddot{x} + f \cdot \dot{\theta} + g \cdot \theta = h$  (les termes d, e, f, g et h peuvent dépendre de  $\theta$ ).

Pour déterminer la relation permettant de calculer le couple moteur ( $C_{m1}$ ), vous êtes libre de la méthode, mais vous procéderez obligatoirement en deux étapes (questions n°5 et n°6). Cette relation peut nécessiter l'écriture de plusieurs équations, mais elle ne doit pas, au final, contenir d'inconnues mécaniques transmissibles dans les liaisons ( $L_{0/1}$ ,  $L_{1/2}$ ,  $L_{2/3}$ ,  $L_{0/2}$ ).

### Question n°5

Sans faire de calcul, donnez, très clairement et précisément, la démarche qui vous permet d'obtenir le couple moteur ( $C_{m1}$ ). Précisez quel(s) est(sont) le(s) système(s) étudié(s), quel(s) est(sont) le(s) théorème(s) ou principe(s) utilisés, quels sont les termes qu'il faut calculer. Justifiez clairement vos choix.

### Question n°6

Réalisez les calculs, que vous avez présenté à la question précédente et donnez la relation recherchée. Dans cette équation, le paramètre ( $\varphi$ ), et ses dérivées ne doivent pas intervenir. Seules les paramètres ( $\theta$ ), ( $x$ ) et leurs dérivées sont autorisés.

### III.4 DETERMINATION DES COUPLES MOTEURS

Les deux équations que vous venez d'obtenir aux questions n°4 et n°6 sont des équations différentielles couplées et non linéaires. Pour résoudre, algébriquement ce système d'équations, nous allons étudier le mécanisme dans des conditions particulières.

Lorsque le point focal de la tête optique suit le profil moyen de la surface, l'angle ( $\theta$ ) varie au voisinage de  $0^\circ$ . Nous montrerons (partie V du sujet) que cette variation de position est d'amplitude très faible, et

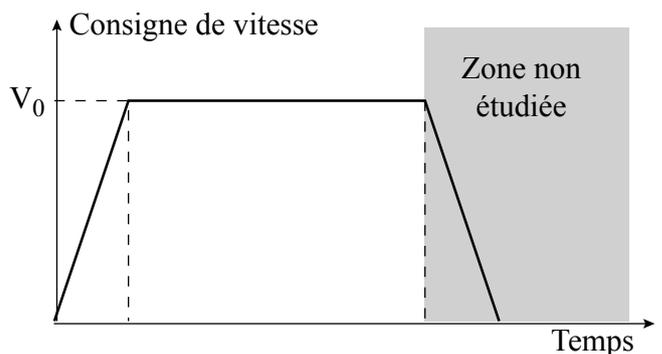


Figure 7 : Consigne de vitesse

qu'en conséquence, il est possible de réaliser une linéarisation de ces équations au voisinage de  $0^\circ$  ( $\theta$  reste petit). Nous supposons également que les termes de la forme  $a \cdot \ddot{\theta}$  et  $b \cdot \dot{\theta}^2$  sont négligeables devant le terme en  $\ddot{x}$ .

La loi de commande de l'unité de translation est représentée à la figure 7. La vitesse nominale (constante) recherchée est notée ( $V_0$ ). L'accélération maximale est notée ( $A_{cMax}$ ).

#### Question n°7

En utilisant les simplifications mentionnées, déterminez, dans la phase d'accélération, puis dans la phase de déplacement à vitesse constante, les expressions littérales de ( $C_{m1}$ ) et ( $C_{m3}$ ).

Calculez la valeur du couple  $C_{m1}$  maximal ( $V_0 = 0,2 \text{ m.s}^{-1}$  ;  $A_{cMax} = 0,2 \text{ m.s}^{-2}$ ).

Le choix des moteurs (M1 et M3) se fera à partir d'un cahier des charges, dont le couple maximal transmissible par les moteurs est une des caractéristiques. Il existe bien d'autres spécifications comme, la vitesse et l'accélération maximale, la surintensité supportée, l'encombrement axial et longitudinal...

## IV COMMANDE DE L'UNITE DE ROTATION (U.R.)

Ce rugosimètre ne peut fonctionner, dans des conditions idéales, que si le point focal (P) de la tête optique se situe en permanence au plus près du profil moyen de la pièce. Ceci nécessite, entre autres, un réglage affiné des paramètres du correcteur de la chaîne d'asservissement associée à l'Unité de Rotation.

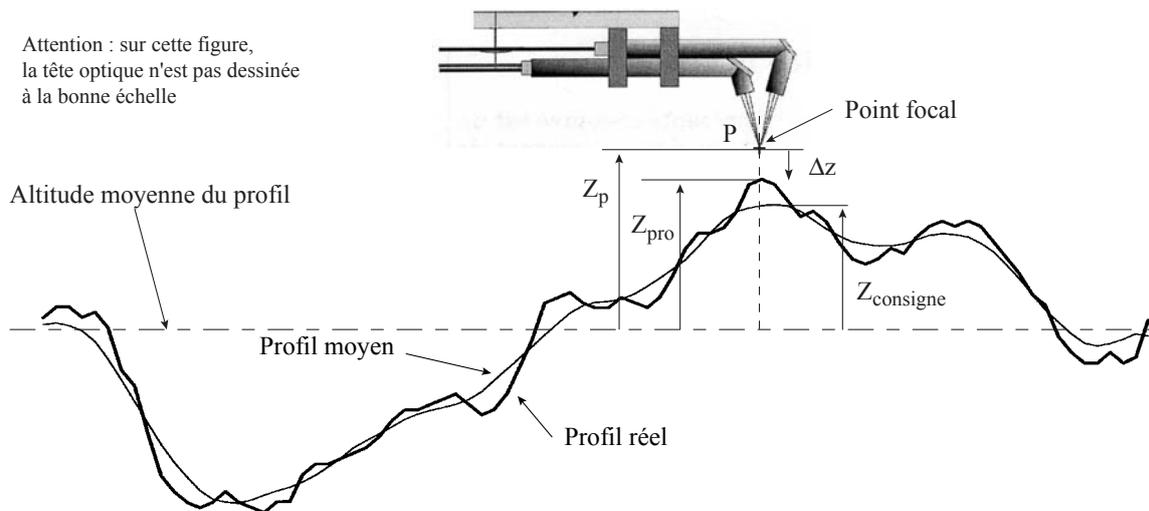


Figure 8 : Profil réel / profil moyen et grandeurs utilisées

La figure 8 illustre la problématique de mesure du profil de la pièce et met en place les différentes grandeurs utilisées dans la chaîne d'asservissement de l'unité de rotation :

- la tête optique (capteur optique) permet de mesurer la distance entre le point focal (P) du système optique et le profil réel de la pièce. Le signal de sortie de ce système est ( $\Delta_z$ ) avec  $\Delta_z(t) = z_{pro}(t) - z_p(t)$  ;

- le pilotage (en altitude) du point focal (P) de la tête optique se fait sur une consigne particulière : la position moyenne du profil de rugosité. Cette consigne ( $z_c$ ) est obtenue par une opération « Calcul de la moyenne » qui détermine la moyenne mobile, sur un temps caractéristique ( $\tau$ ), de l'altitude du profil de la pièce. La position réelle du point focal ( $z_p(t)$ ) est mesurée par l'intermédiaire d'un capteur.

Avant de commencer une mesure, l'altitude moyenne de la pièce à mesurer est réglée (par un mécanisme, non décrit dans cette étude), de telle façon qu'au début de la mesure le profil réel de la pièce soit ( $z_{\text{pro}}(t=0) = 0$ ), ce qui correspond à une consigne du bras ( $\theta_c(t=0) = 0$ ).

Dans toute cette partie, vous considérerez que l'angle de rotation du bras (3) reste petit.

Le schéma bloc de l'unité de mesure est décrit à la figure 9 :

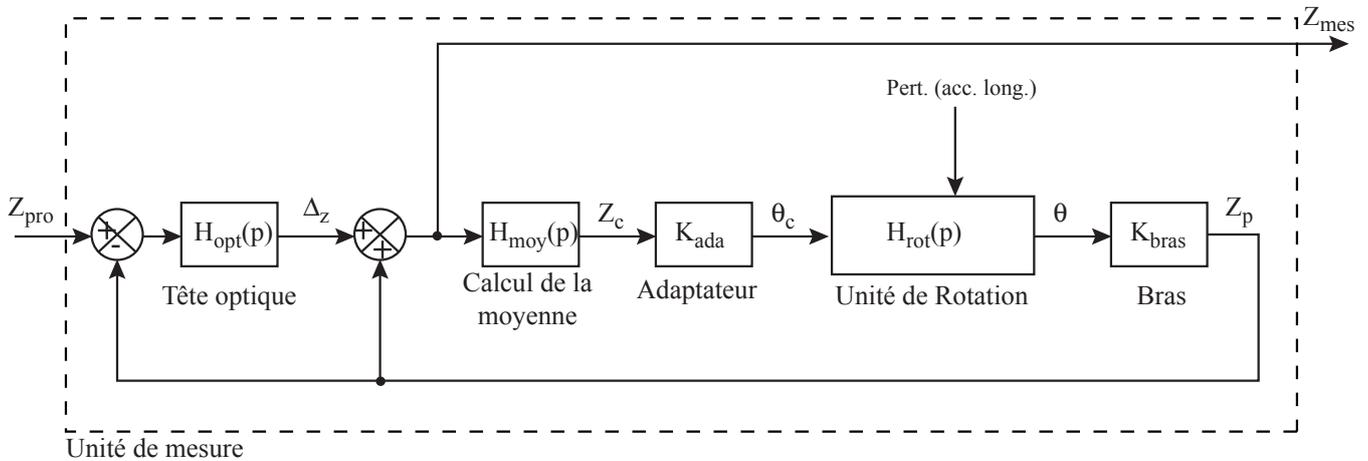


Figure 9 : Schéma fonctionnel de l'unité de mesure

|                  |   |            |  |
|------------------|---|------------|--|
| $Z_{\text{pro}}$ | Profil réel de la pièce (m)             | $\theta$   | Position du bras (3) (rd)  |
| $Z_{\text{mes}}$ | Profil mesuré de la pièce (m)           | $Z_p$      | Position verticale du point focal (m)  |
| $Z_c$            | Consigne de position du point focal (m) | $\Delta_z$ | Mesure réalisée par la tête optique (m)  |
| $\theta_c$       | Consigne de position du bras (3) (rd)   | Pert       | Perturbation créée, sur la position du bras (3), par l'accélération longitudinale (Nm) |

Les fonctions de transfert associées aux différents éléments sont données ci-après :

|                |  |                        |                       |
|----------------|--|------------------------|-----------------------|
| Tête optique : | $H_{\text{opt}}(p)$ ;  | Calcul de la moyenne : | $H_{\text{moy}}(p)$ ; |
| Adaptateur :   | $H_{\text{ada}}(p) = K_{\text{ada}}$ , avec $K_{\text{ada}} = 20 \text{ rad.m}^{-1}$ ;           | Unité de Rotation :    | $H_{\text{rot}}(p)$ ; |
| Bras :         | $H_{\text{bras}}(p) = K_{\text{bras}}$ , avec $K_{\text{bras}} = 5.10^{-2} \text{ m.rad}^{-1}$ . |                        |                       |

#### IV.1 CARACTERISATION GLOBALE DE L'UNITE DE MESURE

Afin d'optimiser les performances du capteur de rugosité, l'exactitude de la mesure, la rapidité de la mesure, la stabilité de l'ensemble..., il est nécessaire de déterminer la relation entre la fonction de transfert globale et les fonctions de transfert élémentaires. Pour optimiser cette réponse globale, il sera possible de modifier localement certains composants, puis de réinjecter dans le calcul complet les nouvelles fonctions de transfert de ces composants.

##### Question n°8

En supposant que le système se déplace à vitesse constante (pas de perturbation), déterminez la fonction de transfert globale de l'unité de mesure :  $F_{G \text{ mes}}(p) = \frac{Z_{\text{mes}}(p)}{Z_{\text{pro}}(p)}$ .

#### IV.2 CALCUL DE LA MOYENNE MOBILE

Pour déterminer la consigne de position ( $z_c$ ) du point focal (P) de la tête optique, il est nécessaire de calculer la position moyenne du profil. Plusieurs techniques peuvent être utilisées, l'une des plus simples est de définir cette consigne comme étant la moyenne, sur un temps donné, des positions antérieures. Ceci

s'écrit mathématiquement :  $z_c(t) = \frac{\int_{t-\tau}^t z_{\text{mes}}(v) \cdot dv}{\tau}$ .

### Question n°9

Montrez que la transmittance ( $H_{moy}(p)$ ) peut se mettre sous la forme :

$$H_{moy}(p) = \frac{Z_c(p)}{Z_{mes}(p)} = \frac{1 - e^{-p \cdot \tau}}{p \cdot \tau} . \text{ Si vous utilisez certains théorèmes, vous les énoncerez.}$$

### IV.3 ETUDE DETAILLEE DE L'UNITE DE ROTATION

La seule fonction qu'il reste à caractériser, puis à optimiser, est celle de l'Unité de Rotation (Moteur couple + Tête optique). Le schéma bloc de ce système est donné à la figure 10 :

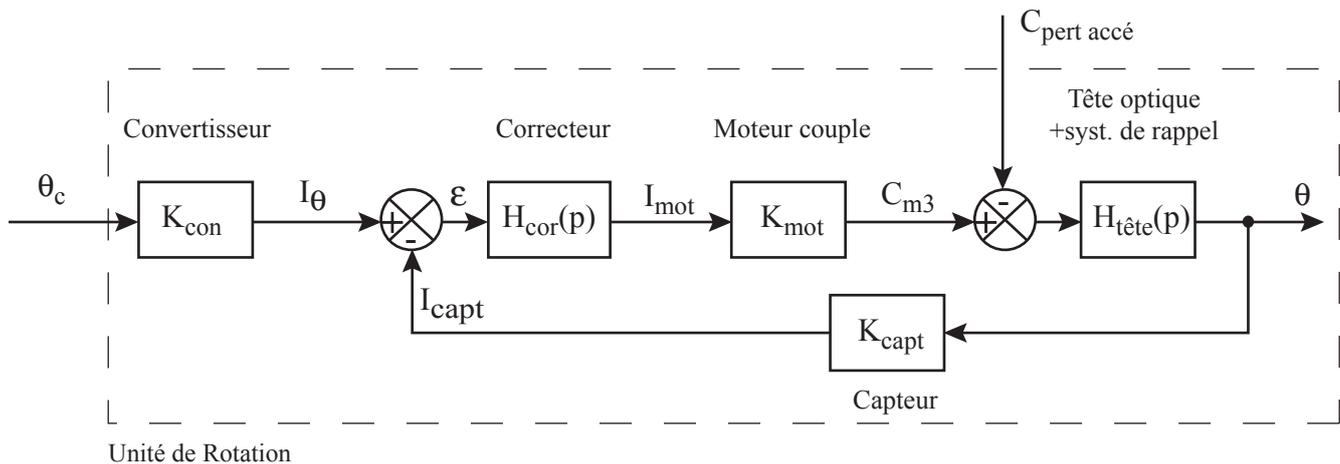


Figure 10 : Schéma bloc de la commande du moteur couple

|            |   |                 |  |
|------------|---|-----------------|--|
| $\theta_c$ | Consigne de position du bras (rd)             | $C_{m3}$        | Couple moteur développé (Nm)   |
| $I_\theta$ | Intensité correspondant à la consigne (A)     | $C_{pert\ acc}$ | Couple perturbateur créé lors de l'accélération de l'unité de translation (Nm) |
| $I_{capt}$ | Intensité en sortie du capteur angulaire (A)  | $\theta$        | Position angulaire du bras (3) (rd)  |
| $I_{mot}$  | Intensité d'alimentation du moteur couple (A) |                 |  |

Les fonctions de transfert associées aux différents éléments sont données ci-après :

Convertisseur :  $H_{con}(p) = K_{con}$ , avec  $K_{con} = 2 \text{ A} \cdot \text{rad}^{-1}$

Capteur :  $H_{capt}(p) = K_{capt} = K_{con}$

Moteur :  $H_{mot}(p) = K_{mot}$ , avec  $K_{mot} = 0,05 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}$

Correcteur :  $H_{Cor}(p)$

Tête optique + syst. de rappel :  $H_{tete}(p) = \frac{K_t}{1 + \frac{2 \cdot \xi}{\omega_0} \cdot p + \frac{1}{\omega_0^2} \cdot p^2}$

#### IV.3.1 Identification des paramètres de la tête optique

Pour identifier les paramètres du modèle associé à la tête optique, on soumet le système, décrit à la figure 11, à un échelon d'intensité d'amplitude (2,5 mA). La réponse indicielle de ce système est donnée à la figure 12. La réponse a été adimensionnée (position / position finale) pour faciliter les calculs ultérieurs. La valeur asymptotique finale est :  $158 \cdot 10^{-6} \text{ rd}$ .

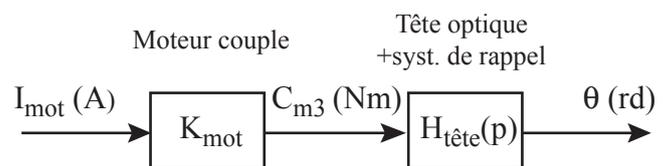


Figure 11 : système testé en réponse indicielle

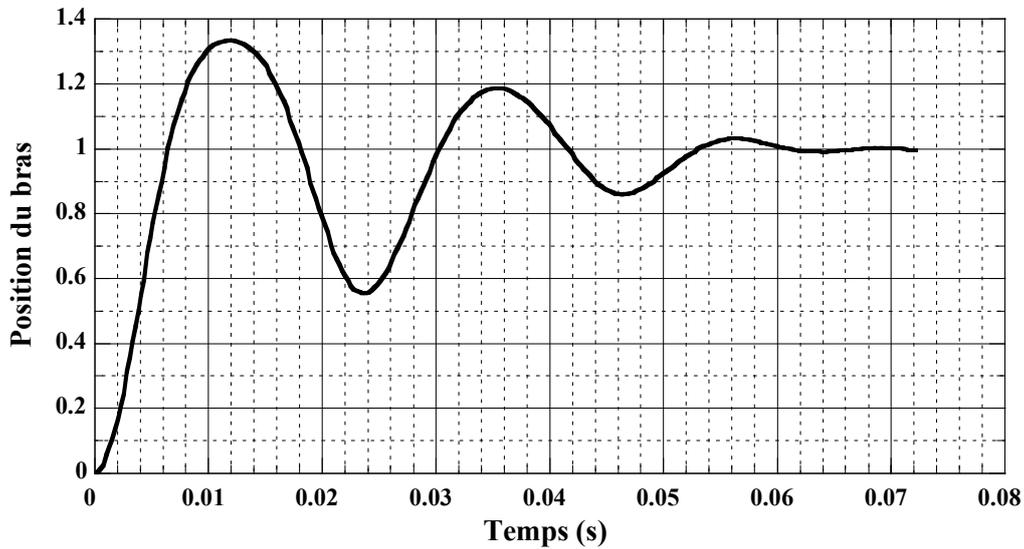


Figure 12 : Réponse indicielle adimensionnée (sortie/ valeur finale de la sortie)

Question n°10

En utilisant la réponse indicielle de la figure 12, justifiez et critiquez le modèle qui a été retenu pour décrire, d'un point de vue mécanique, la fonction de transfert de la tête optique et du système de

rappel :  $H_{tête}(p) = \frac{K_t}{1 + \frac{2\xi}{\omega_0} \cdot p + \frac{1}{\omega_0^2} \cdot p^2}$ . Vous analyserez très finement les différents dépassements.

Donnez, après identification, les valeurs numériques et les unités des paramètres ( $K_t, \xi, \omega_0$ ). Expliquez clairement votre démarche d'identification. Vous pouvez utiliser les abaques des figures 13 et 14. Toutes les grandeurs mesurées sur les figures 12, 13 et 14 devront être mentionnées sur les figures du document réponse.

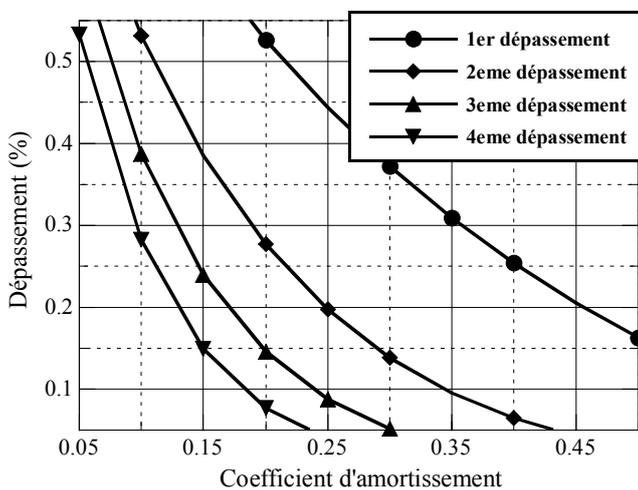


Figure 13 : Dépassement relatif (%) (1 = 100 %) en fonction du coefficient d'amortissement et du numéro du dépassement

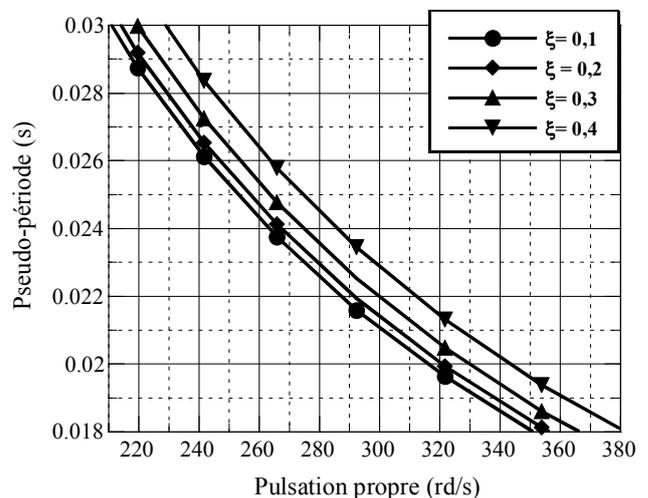


Figure 14 : Pseudo période en fonction de la pulsation propre et du coefficient d'amortissement

Une identification, plus fine (à l'aide de moyens informatiques), a permis de déterminer les valeurs des paramètres de  $H_{tête}(p)$ . Quels que soient les résultats que vous avez trouvés à la question n°10, et sans présager de la corrélation de ces valeurs numériques et des vôtres, vous prendrez pour la suite du problème :  $K_t = 1,2$  U.S.I.,  $\xi = 0,2$ ,  $\omega_0 = 300$  U.S.I..

Ces paramètres permettent de remonter aux caractéristiques matérielles, inertielles, des pièces ainsi qu'aux caractéristiques dissipatives des liaisons non parfaites. Dans cet essai, il n'y a pas de translation de l'ensemble du rugosimètre.

Question n°11

Donnez les relations liant les paramètres de la fonction de transfert  $H_{tête}(p)$  et ceux utilisés à la question 4 (calcul de  $(C_{m3})$ , qui est maintenant noté  $(C_m)$ , lorsque l'accélération est nulle et lorsque l'on reste au voisinage de  $(\theta = 0^\circ)$ ).

Donnez les valeurs numériques des coefficients  $K_{tors}$  (raideur du ressort torsion),  $f_3$  (coefficient de frottement visqueux) et  $B$  (moment d'inertie).

IV.3.2 Choix du correcteur

Afin de suivre, de la façon la plus fine possible, le profil moyen de la pièce, il est nécessaire de choisir avec soin le correcteur afin d'assurer la précision, la rapidité et la stabilité de la position du point focal (P) donc la position du bras (3).

En ce qui concerne la précision de position angulaire du bras, les concepteurs de ce rugosimètre souhaitent :

- annuler, en régime permanent, l'influence d'une perturbation de type échelon. Cette forme de perturbation peut être rencontrée lors de la phase d'accélération de l'unité de translation ;
- limiter au maximum, sans nécessairement l'annuler, l'erreur de positionnement pour une consigne de type rampe (erreur de traînage). Cette entrée est suffisamment représentative si l'on considère un profil moyen qui serait décrit par la figure 15.

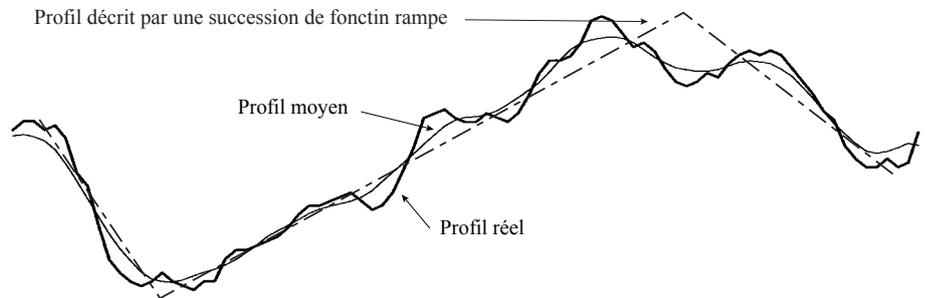


Figure 15 : Description du profil par plusieurs fonction rampes

Pour cette exigence du cahier des charges, les concepteurs envisagent trois choix possibles : un correcteur proportionnel, un correcteur proportionnel-intégral, et un correcteur dont la fonction de transfert est

$$H_{Cor}(p) = \frac{K_p}{p^2}.$$

Question n°12

Donnez, parmi ces trois choix, le ou les correcteurs qui respecte(nt) les critères de précision.

Quelles sont les conséquences sur la stabilité de ces correcteurs ?

Quel est votre choix final (justifiez votre réponse).

*Vos réponses devront être clairement argumentées (résultats de cours ou démonstrations).*

Pour diverses raisons, que nous n'exposerons pas dans le sujet, le choix des concepteurs s'est finalement porté sur un correcteur dont la fonction de transfert est  $H_{Cor}(p) = \frac{K_p}{p}$  et dont il reste à déterminer le coefficient  $(K_p)$ .

Le cahier des charges de l'unité de rotation nous impose d'avoir des marges de stabilité suffisantes, tout en ayant un système qui soit le plus rapide possible. La marge de phase doit être d'au moins 45° et la marge de gain minimale est de 6 dB.

**Question n°13**

Déterminez (en justifiant votre réponse, votre démarche) le gain ( $K_p$ ) optimal, vis-à-vis des marges de stabilité, du correcteur.

*Vous pouvez utiliser et compléter, si vous le jugez nécessaire, les diagrammes du document réponse (graphe semi-logarithmique).*

*A toute fin utile, le tableau ci-contre donne les phases (en °) et les modules (en dB) de la*

*transmittance  $H(j.\omega) = \frac{1}{1 + \frac{0,4}{300} \cdot j.\omega - \frac{1}{9.10^4} \cdot \omega^2}$  pour*

*différentes valeurs de pulsations.*

| Pulsation (rd/s) | Phase (°) | Amplitude (dB) |
|------------------|-----------|----------------|
| 100              | -8,5      | 0,9            |
| 200              | -25,6     | 4,2            |
| 246              | -45,0     | 6,7            |
| 300              | -90,0     | 8,0            |
| 366              | -135,0    | 3,21           |
| 1000             | -172,5    | -20,2          |

Le réglage qui vient d'être réalisé concerne principalement la stabilité du système. La précision a été respectée par le choix du type de correcteur (question 12). Il reste maintenant à se pencher sur la rapidité de ce système. Pour cela, nous avons simulé, avec un logiciel dédié, la réponse indicielle du système de commande de l'Unité de Rotation (fig. 10) pour trois valeurs de ( $K_p$ ) : celle qui correspond au réglage des marges de stabilité ( $K_{p \text{ Marge stabilité}}$ ), 90 % de cette valeur de  $K_{p \text{ Marge stabilité}}$  et 110 % de  $K_{p \text{ Marge stabilité}}$ .

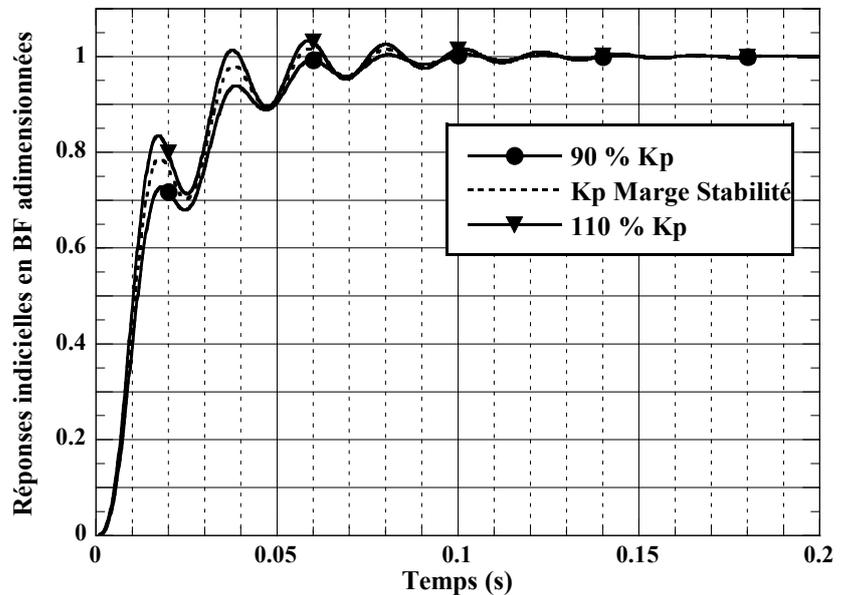


Figure 16 : Réponse indicielle adimensionnée de l'Unité de Rotation

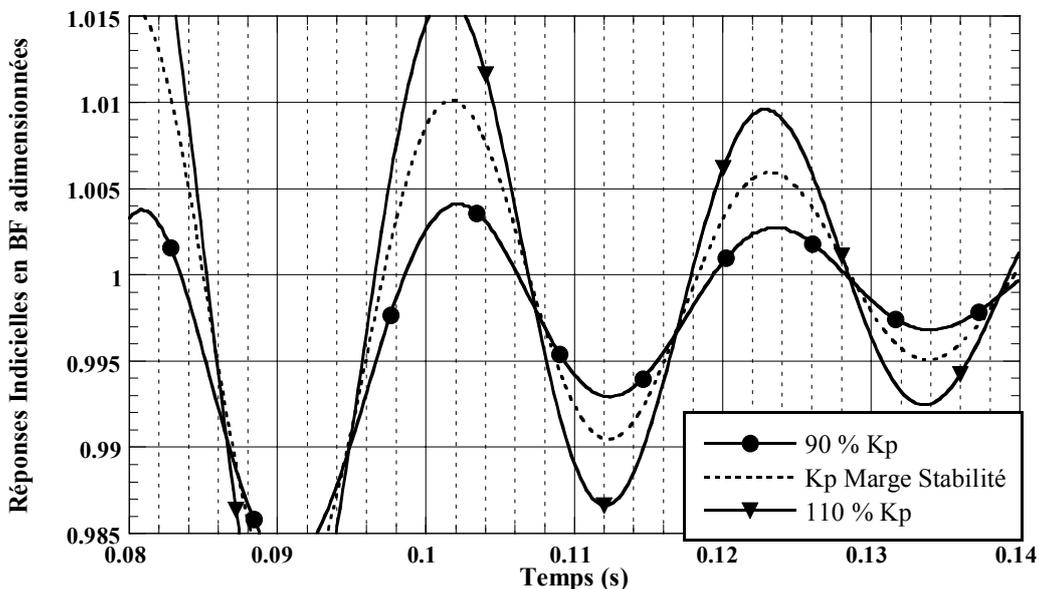


Figure 16bis : Zoom de la réponse indicielle adimensionnée de l'Unité de Rotation

### Question n°14

Déterminez parmi ces trois courbes, celle qui présente le meilleur temps de réponse à 1 %. Donnez ce temps de réponse à 1 %. Réalisez les tracés nécessaires sur le document réponse.

Explicitez votre choix final du coefficient  $K_p$  et concluez sur la commande de l'unité de rotation.

## V AMELIORATION DE L'UNITE DE POSITIONNEMENT EN (Z)

Dans ce prototype, le positionnement vertical (en z) du point focal est obtenu par l'unité de rotation. Ceci a plusieurs conséquences négatives sur le fonctionnement global du capteur :

- modification de la position longitudinale du point de mesure. Lorsque la tête optique tourne, la mesure de (z) n'est pas réalisée à l'endroit désiré, ce qui induit une erreur dans la reconstruction de la surface ;
- modification de l'angle d'incidence des faisceaux optiques ;
- modification de la position de la tête optique lors des phases d'accélération et de freinage de l'unité de translation longitudinale (étudiée à la partie III).

### V.1 ETUDE DE LA POSITION REELLE LONGITUDINALE DU POINT FOCAL

Il vous est demandé, dans un premier temps, de quantifier l'écart de position longitudinale obtenu lorsque l'on utilise la totalité du débattement vertical.

La figure 17 illustre le problème d'erreur de positionnement longitudinal ( $\Delta x$ ) créée par la rotation de la tête de mesure.

Données :  $\vec{AP} = a \cdot \vec{x}_3 - b \cdot \vec{z}_3$  (avec  
 $a = 50 \text{ mm}$  et  $b = 15 \text{ mm}$ ) ;  
 $\Delta x = x_P(\theta) - x_P(0)$  ;  $\Delta z = z_P(\theta) - z_P(0)$ .

Le cahier des charges de ce système impose une variation verticale (z) du point focal de  $\pm 5 \text{ mm}$  par rapport à la position de référence ( $\theta = 0^\circ$ ).

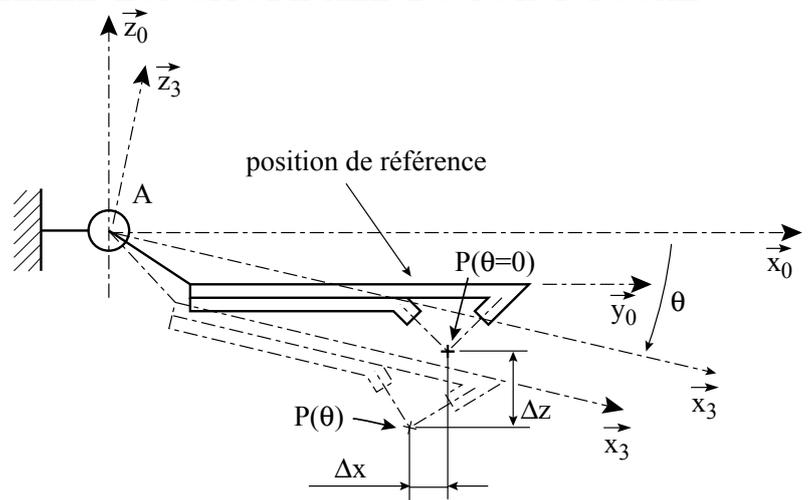


Figure 17 : Incidence sur le positionnement du point focal lors de la rotation de la tête optique

### Question n°15

Après avoir donné les expressions littérales des variations de position longitudinale ( $\Delta x = f(\theta, a, b)$ ) et verticale ( $\Delta z = g(\theta, a, b)$ ) du point focal en fonction de la rotation de la tête optique, linéarisez ces expressions afin d'obtenir une formule approchée donnant le rapport ( $\Delta x/\Delta z$ ) :  $\Delta x/\Delta z = h(a, b)$ .

Donnez la valeur numérique du décalage longitudinal maximal.

Concluez quant à la réalité du problème soulevé précédemment : « modification de la position longitudinale du point de mesure ».

En plus de ce problème de position longitudinale du point focal, il y a aussi une modification de l'angle d'incidence et de réflexion des faisceaux optiques par rapport à la surface de la pièce qui correspond à une variation de  $(2\theta)$ .

## V.2 MODIFICATION DE L'UNITE DE POSITIONNEMENT VERTICAL DU POINT FOCAL

Afin de découpler les mouvements verticaux et longitudinaux du point focal lors des phases d'accélération et de freinage de l'axe longitudinal (x), et d'éviter la rotation de la tête optique, les concepteurs de ce capteur ont imaginé une autre chaîne cinématique pour le positionnement vertical du point focal.

Les principales caractéristiques du moteur couple donnant satisfaction, les concepteurs désirent conserver ce système de motorisation.

La figure 18 représente le schéma cinématique plan du mécanisme envisagé.

La tête optique (non représentée sur ce schéma) sera fixée à la pièce (4).

Cette unité de positionnement vertical (z) est composée de deux sous-ensembles :

- un système quatre barres (0, 3, 4, 5). Ce système permet le déplacement selon ( $\bar{z}_0$ ) de la tête optique qui est solidaire de (4) ;
- un système moteur (1, 2). L'axe de sortie du moteur couple est noté (1). La translation de la tête optique (4) est obtenue par la bielle (2) qui est liée à l'axe de sortie du moteur couple (en A) et à la pièce (3) en (F).

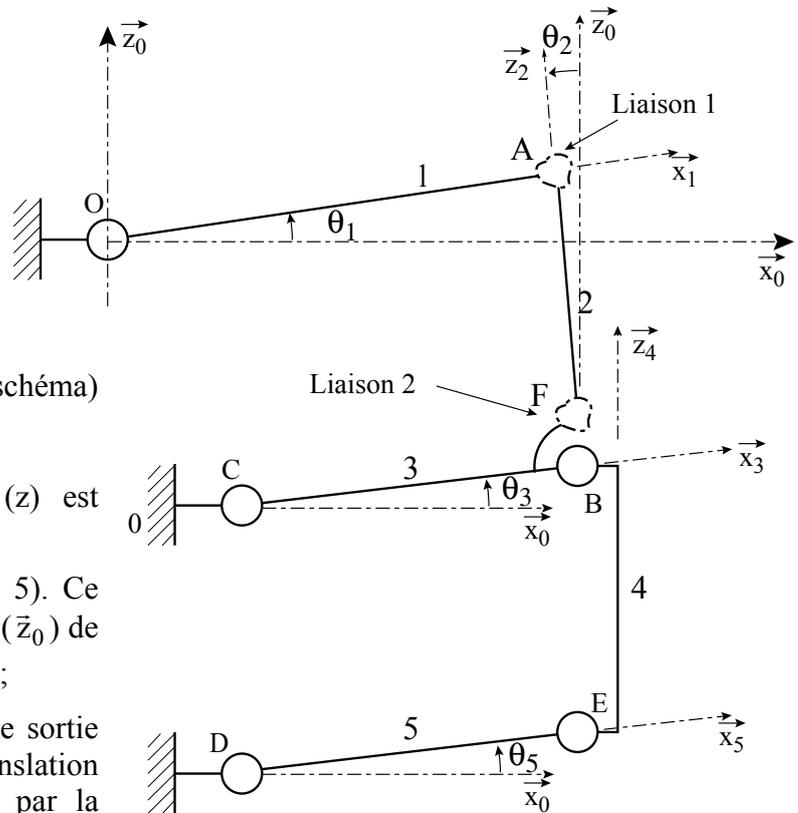


Figure 18: Schéma cinématique de l'unité de positionnement vertical (sur cette figure ( $\theta_4 = 0$ ))

Ce mécanisme comporte cinq liaisons pivot (d'axe ( $O, \bar{y}_0$ ), ( $B, \bar{y}_0$ ), ( $C, \bar{y}_0$ ), ( $D, \bar{y}_0$ ), ( $E, \bar{y}_0$ )) et deux liaisons qu'il convient de définir.

Données :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{OA} &= l_1 \cdot \bar{x}_1 ; \quad \overrightarrow{FA} = l_2 \cdot \bar{z}_2 ; \quad \overrightarrow{CB} = l_3 \cdot \bar{x}_3 ; \quad \overrightarrow{CF} = l_3 \cdot \bar{x}_3 + b_3 \cdot \bar{z}_3 ; \quad \overrightarrow{DE} = l_5 \cdot \bar{x}_5 ; \quad \overrightarrow{EB} = l_4 \cdot \bar{z}_4 ; \quad \overrightarrow{CD} = -f \cdot \bar{z}_0 \\ \overrightarrow{OC} &= d \cdot \bar{x}_0 - e \cdot \bar{z}_0 ; \quad (\bar{x}_0, \bar{x}_1) = \theta_1 ; \quad (\bar{z}_0, \bar{z}_2) = \theta_2 ; \quad (\bar{x}_0, \bar{x}_3) = \theta_3 ; \quad (\bar{z}_0, \bar{z}_4) = \theta_4 ; \quad (\bar{x}_0, \bar{x}_5) = \theta_5 . \end{aligned}$$

### V.2.1 Solution technique du système quatre barres

Dans un premier temps, nous étudierons le modèle quatre barres (0, 3, 4, 5) en cherchant à vérifier, que cette nouvelle cinématique permet d'empêcher la rotation de la tête optique (en liaison encastrement avec la pièce (4), puis à définir des solutions réelles pour les différentes liaisons.

Question n°16

Donnez la(les) relation(s) qu'il faut respecter entre les paramètres ( $l_3, l_4, l_5, f$ ) pour que la tête optique (fixée à (4)) n'ait aucun mouvement de rotation par rapport à (0). Vous justifierez rapidement votre proposition.

Quelle est la nature du mouvement entre (4) et (0) ?

### Question n°17

Calculez la mobilité et le degré d'hyperstaticité de ce modèle du mécanisme (0, 3, 4, 5).

Commentez la valeur du degré d'hyperstaticité obtenu (avantages / inconvénients) pour le modèle du mécanisme étudié dont la fonction est d'assurer un positionnement vertical.

Le système de positionnement vertical du point focal doit, absolument, se faire sans jeu dans les liaisons. Tout jeu dans les liaisons induirait automatiquement une erreur dans la position verticale réelle du point focal.

### Question n°18

Proposez une solution technique pour réaliser des liaisons pivot sans jeu.

Dessinez, à main levée, un schéma technique spatial représentant le système quatre barres avec ces différentes solutions techniques pour les liaisons.

## **V.2.2 Transmission du mouvement entre le moteur couple et la tête optique**

La seconde partie du mécanisme est un transmetteur, qui permet le déplacement de la pièce (4) à partir du mouvement de rotation du moteur couple.

Pour ce mécanisme, le concepteur a choisi une disposition géométrique particulière : en position de référence, les angles  $\theta_1$ ,  $\theta_2$ ,  $\theta_3$  et  $\theta_4$  sont tous nuls.

### Question n°19

Quelles sont les raisons qui ont conduit le concepteur de ce mécanisme à choisir cette disposition ?

On désire que le mécanisme (de transmission de mouvement) (0, 1, 2, 3) soit isostatique. On ne se préoccupe pas, dans cette partie, de réaliser (bien que ce soit également nécessaire) un système sans jeu.

### Question n°20

Proposez, en justifiant votre réponse, une solution (liaison 1 et liaison 2) permettant d'obtenir un modèle de mécanisme (0, 1, 2, 3) isostatique.

Question n°1

| Critères de performances | Niveaux associés |
|--------------------------|------------------|
|                          |                  |
|                          |                  |
|                          |                  |
|                          |                  |
|                          |                  |

Question n°2

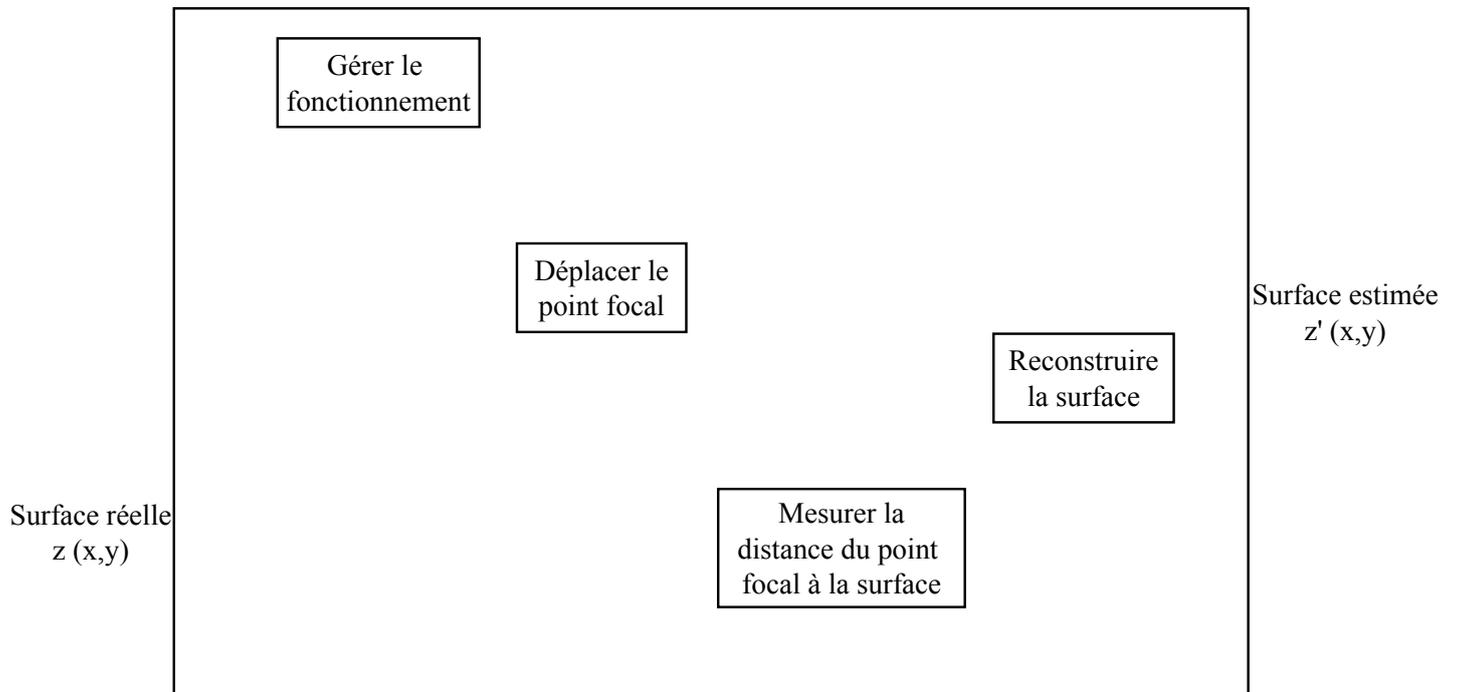
**Actigramme A-0**

*Vous pouvez ajouter toutes les flèches que vous jugerez nécessaires.*

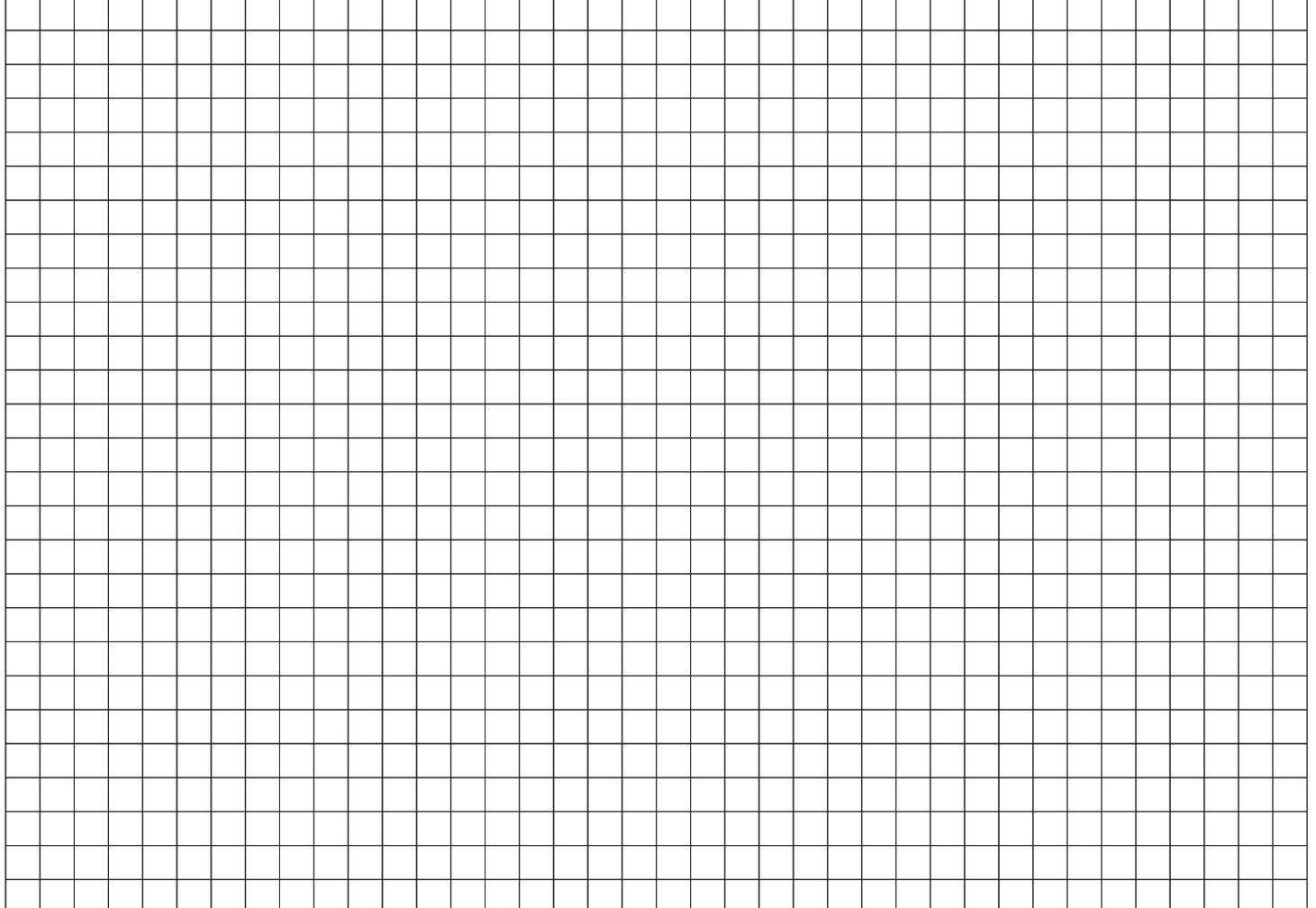


A-0

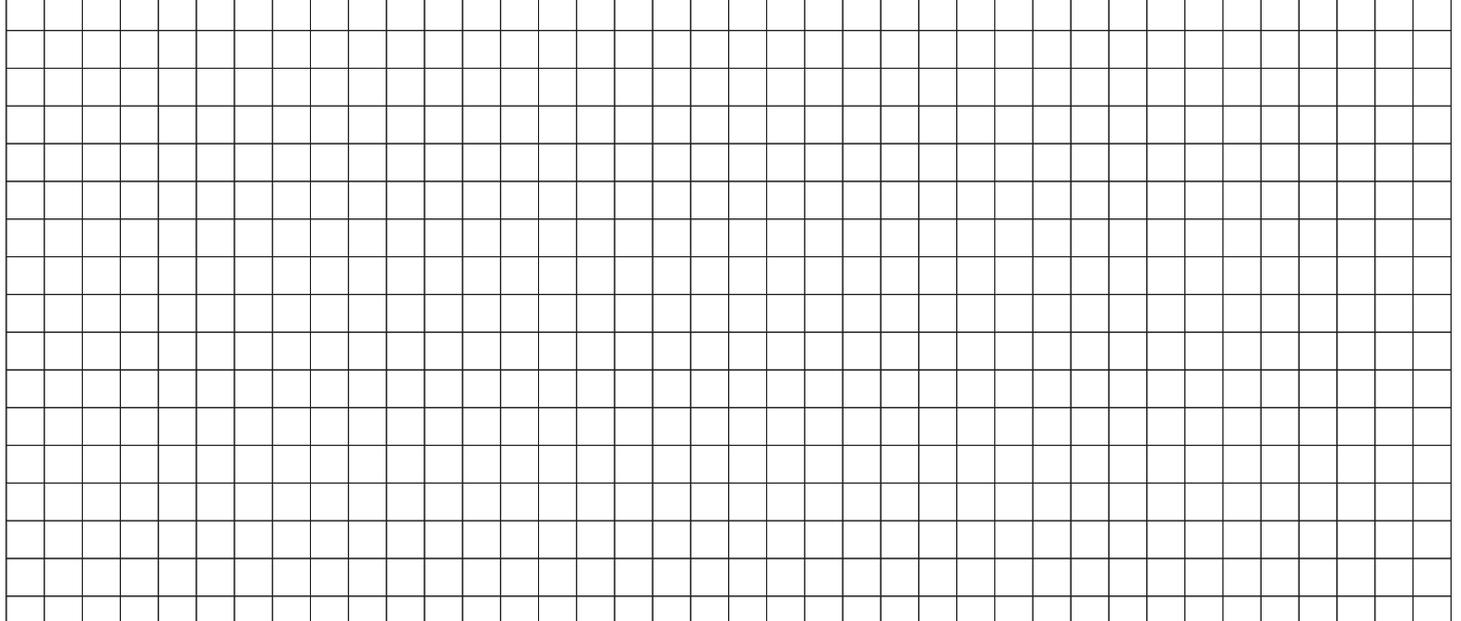
**Actigramme (A.0)**

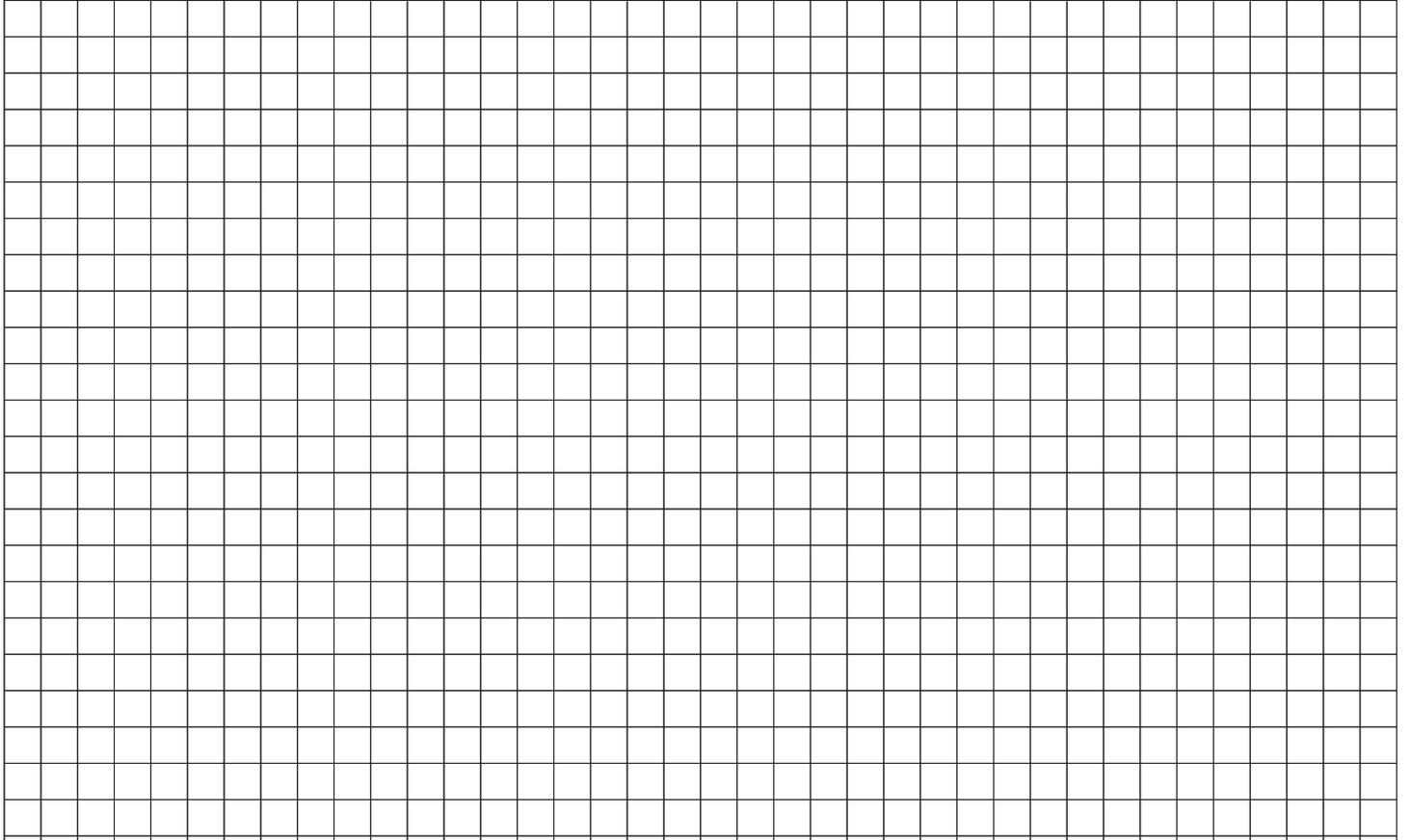


Question n°3

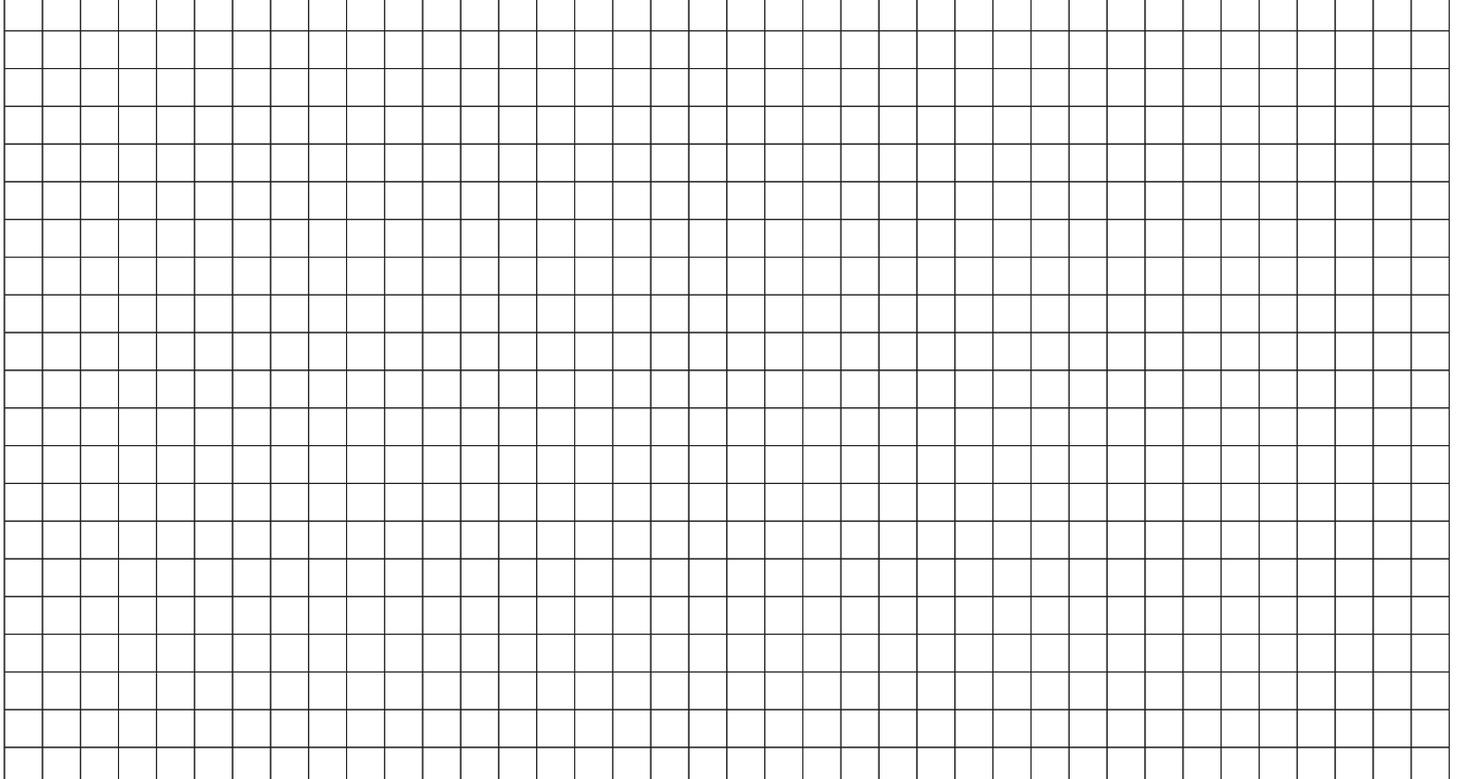


Question n°4

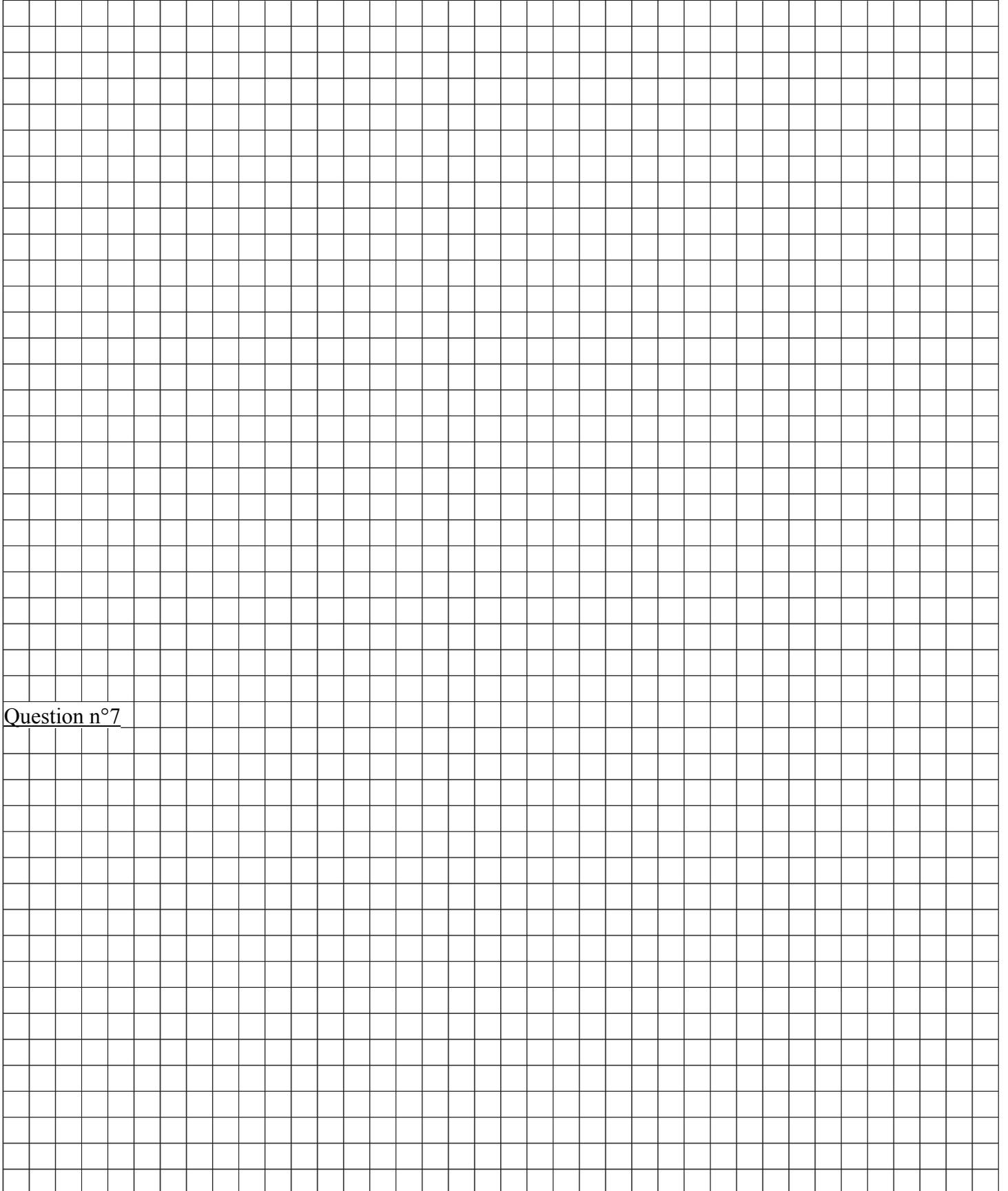




Question n°5



Question n°6



Question n°7

Question n°8

Question n°9

Question n°10

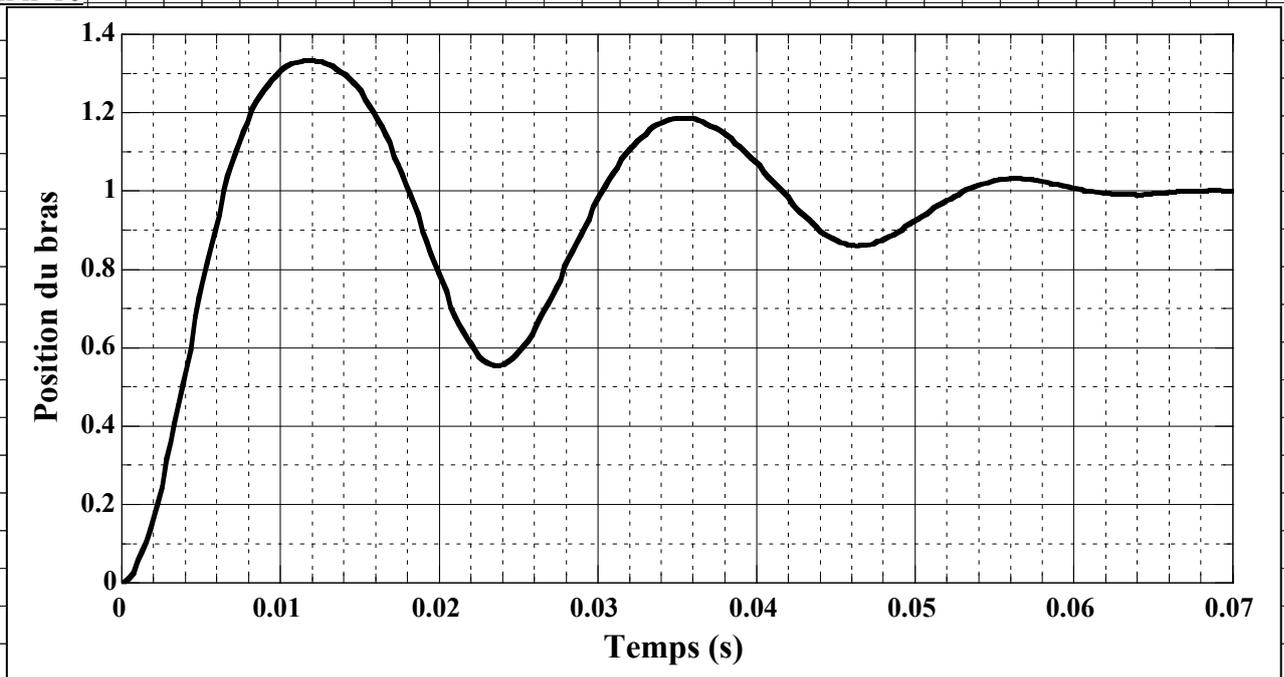


Figure 12 : Réponse indicielle adimensionnée (sortie/ valeur finale de la sortie)

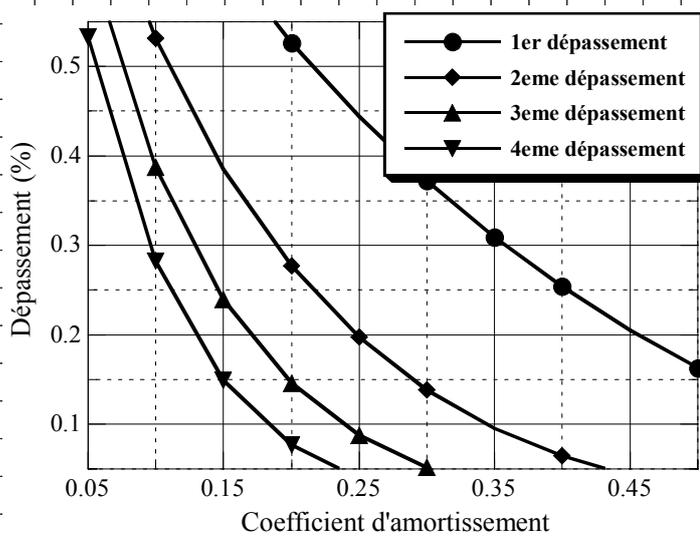


Figure 13 : Dépassement relatif (%) (1 = 100 %) en fonction du coefficient d'amortissement et du numéro du dépassement

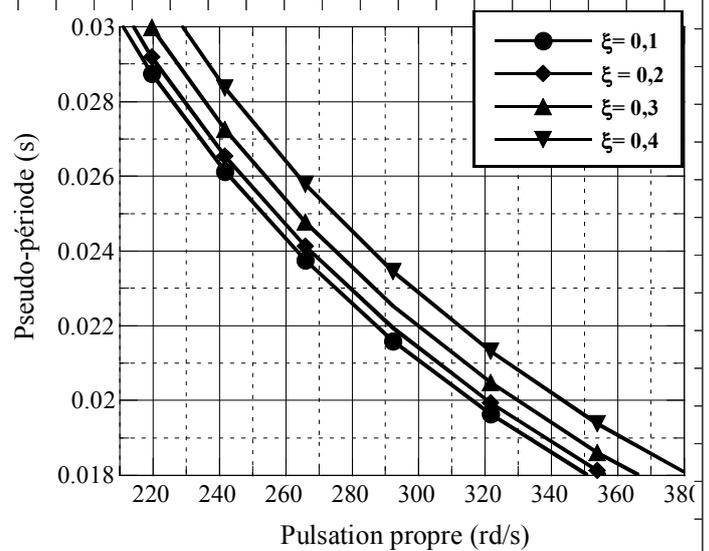
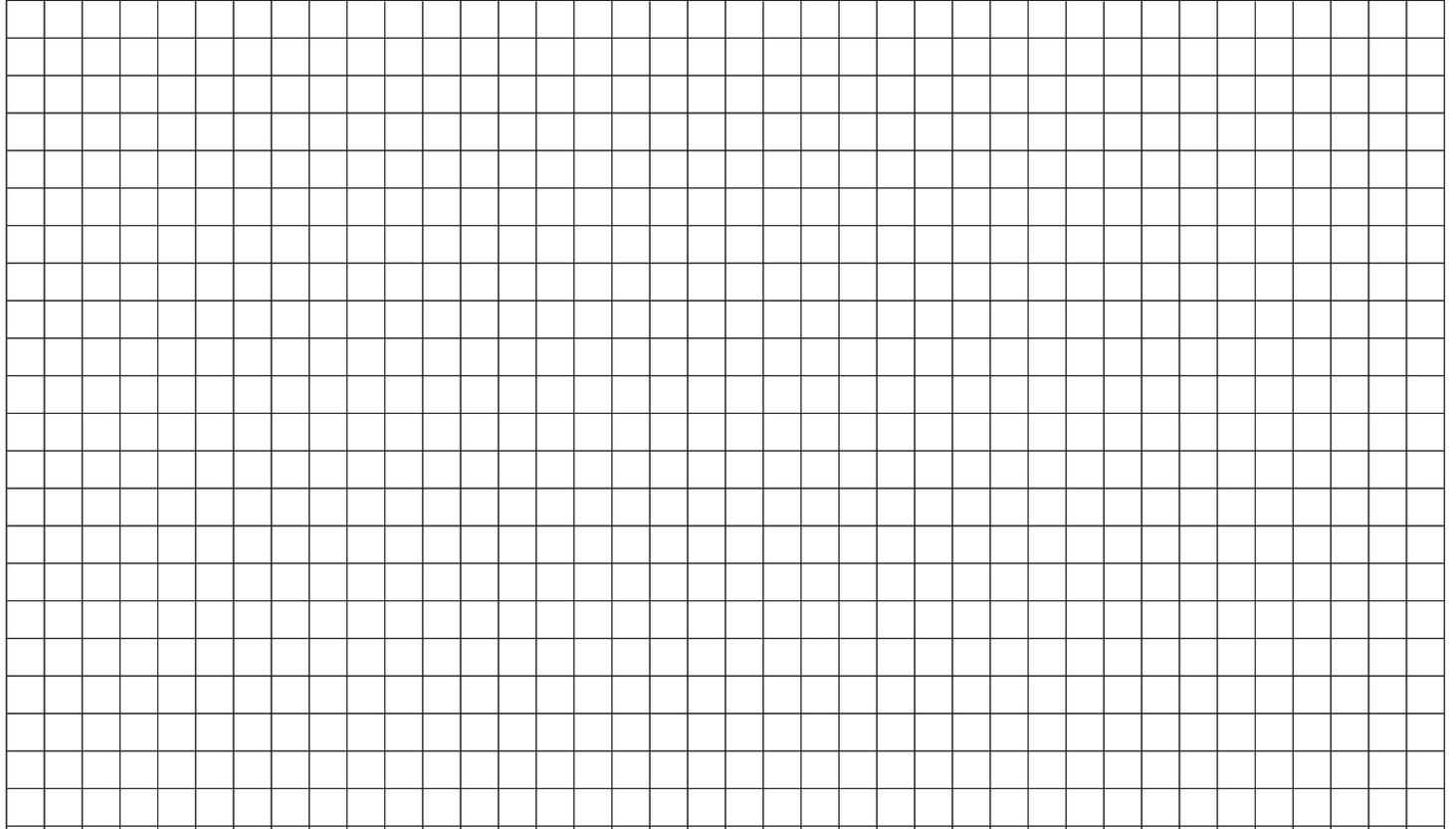
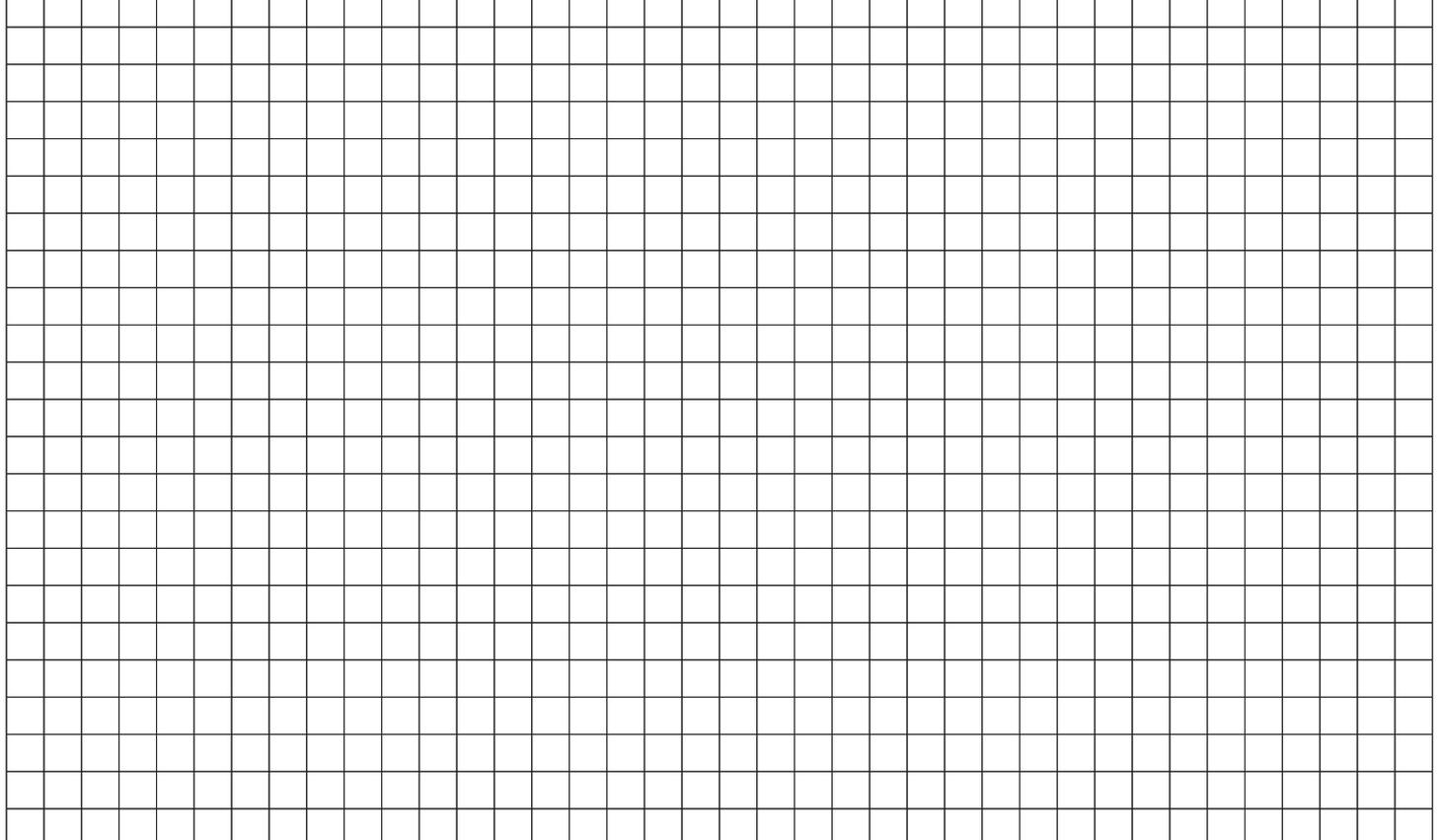


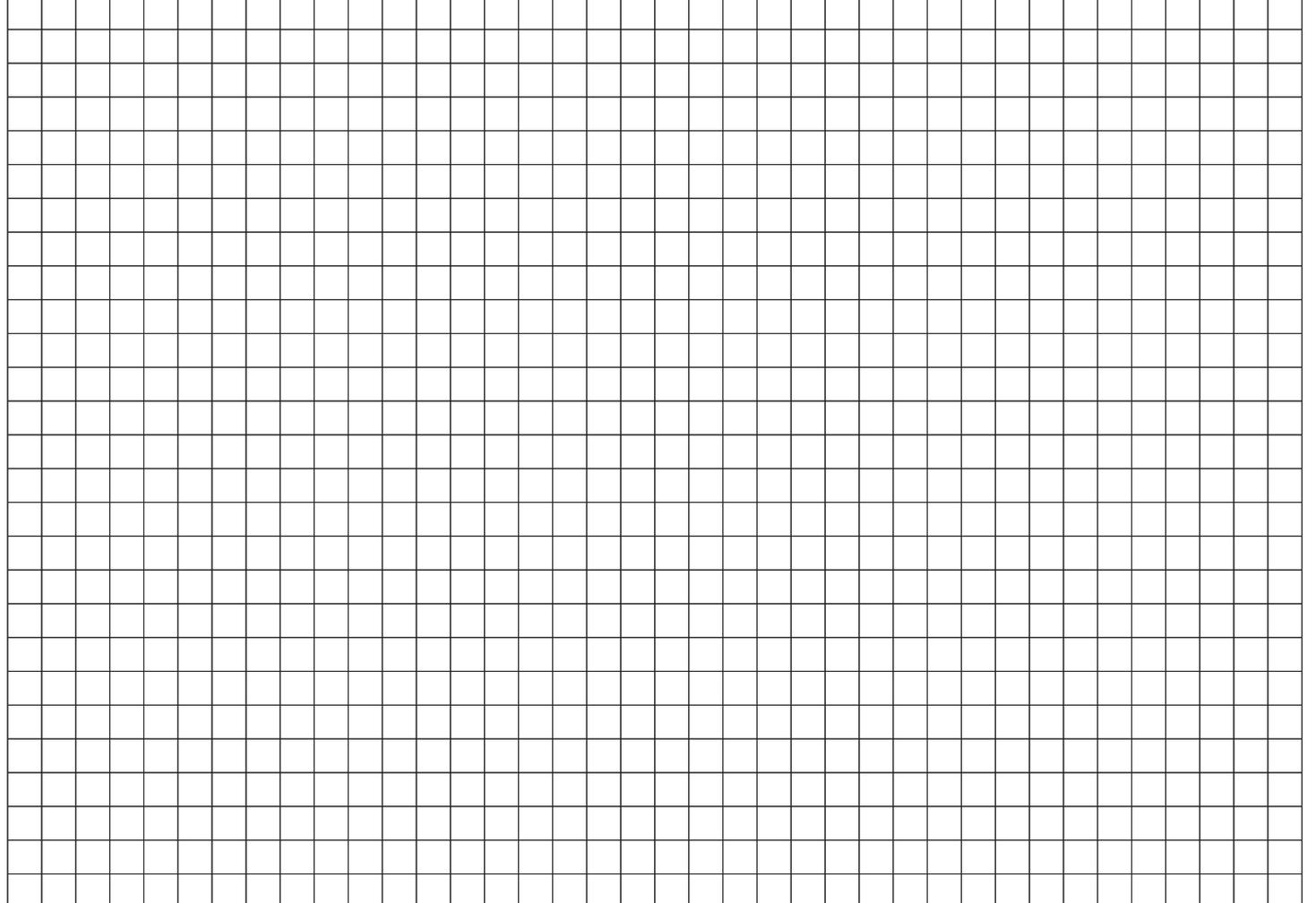
Figure 14 : Pseudo période en fonction de la pulsation propre et du coefficient d'amortissement



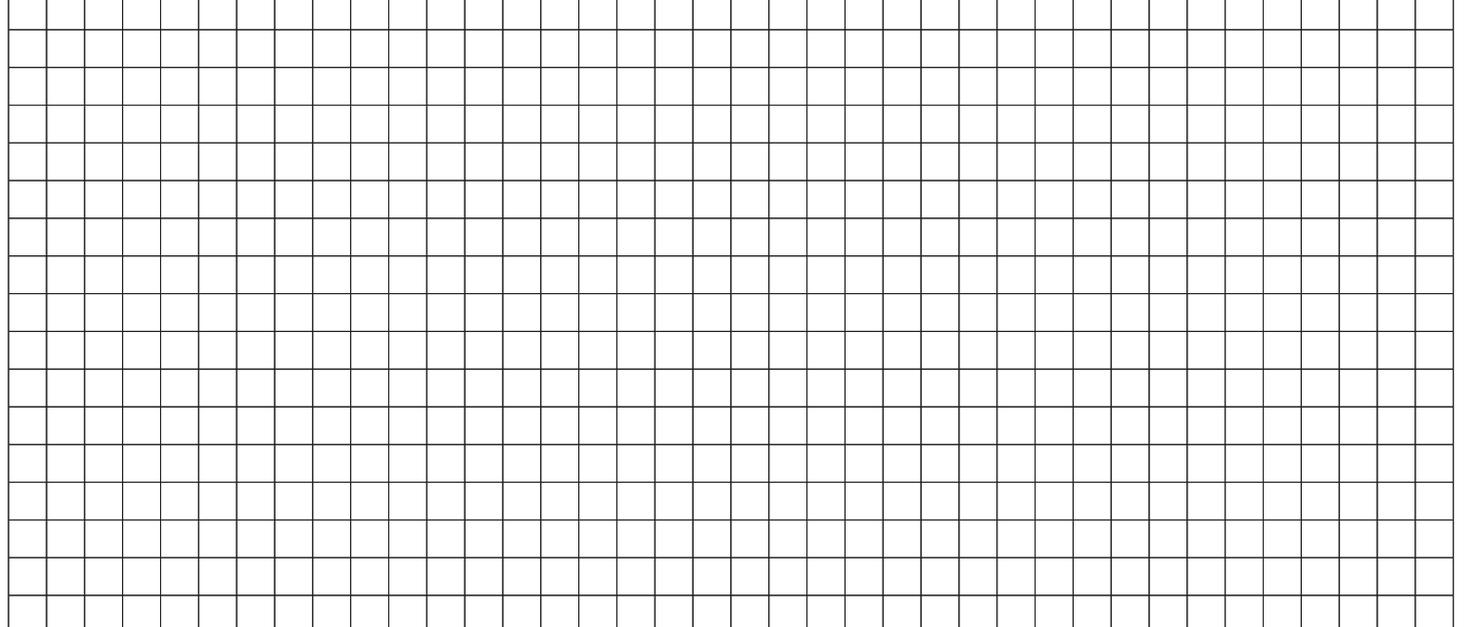
Question n°11

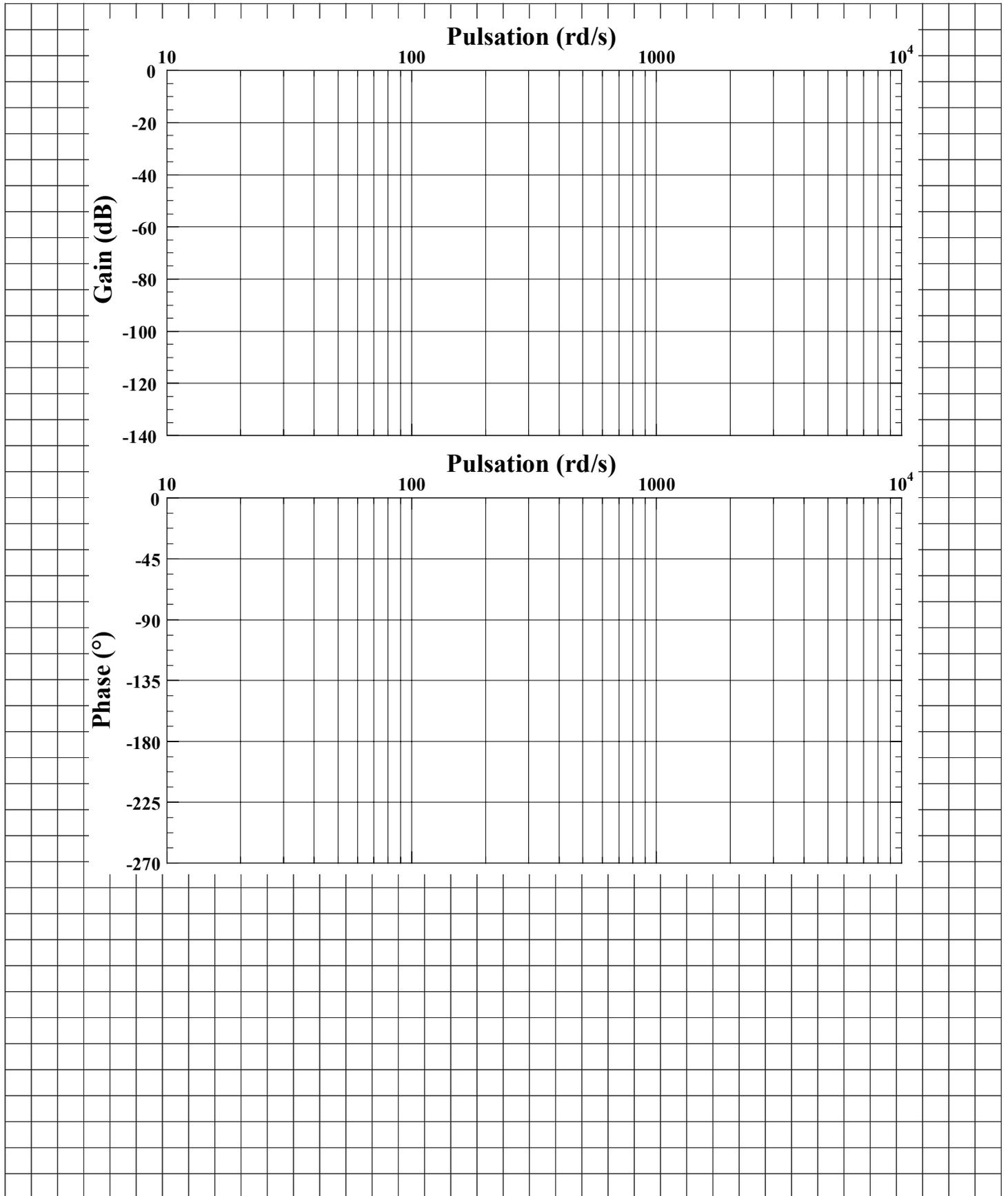


Question n°12



Question n°13





Question n°14

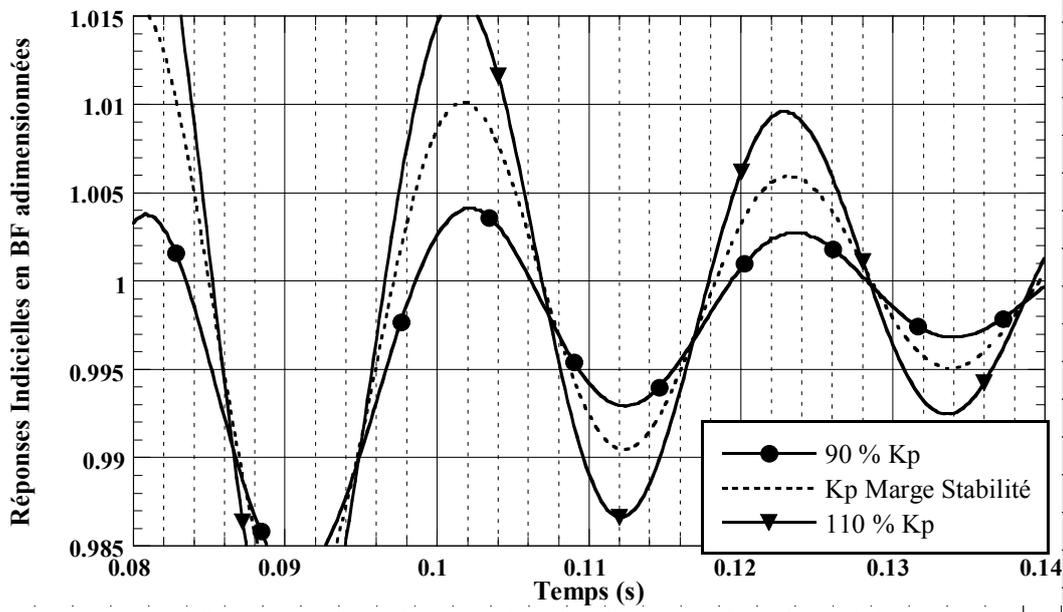


Figure 16bis : Zoom de la réponse indicielle adimensionnée de l'Unité de Rotation

Question n°15

Question n°16

Question n°17

Question n°18



