

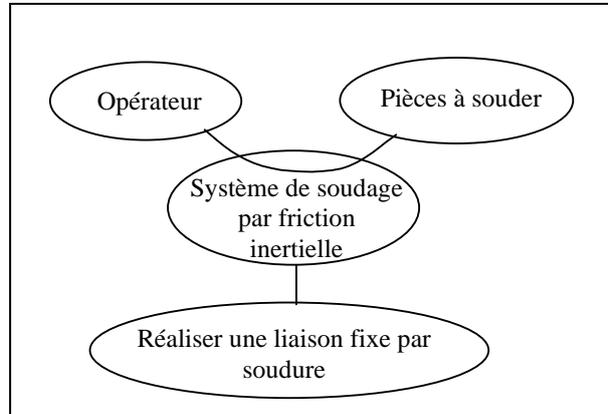
SYSTEME DE SOUDAGE PAR FRICTION INERTIELLE

Question 1 : Quels sont les critères retenus pour le choix de ce type de soudage ? Identifier la fonction globale et la matière d'œuvre du système de soudage par friction inertielle.

Fonction globale : réaliser une liaison fixe entre deux pièces par soudure.

Matière d'œuvre : les deux pièces à souder.

Critères : qualité de la soudure, durée de vie, rapidité d'exécution.



Question 2 : Déterminer la vitesse de rotation N_s , l'effort F et l'inertie I de l'ensemble en rotation.

Vitesse linéaire $V_s = 100\text{m/min}$ et diamètre moyen $D_{\text{moyen}} = (0,202 + 0,232) / 2 = 0,217\text{m}$

$$\Rightarrow N_s = \frac{V_s}{\pi D_{\text{moyen}}} = 147 \text{tr/min}$$

Epaisseur à souder : $e = \frac{232 - 202}{2} = 15\text{mm}$. Le tableau donne (par extrapolation) une pression surfacique

$p_s = 355\text{MPa}$ d'où $F = p_s S = \pi e D_{\text{moyen}}$ soit $F = 3600 \cdot 10^3 \text{N}$

Théorème de l'énergie cinétique appliqué à l'ensemble tournant :

$E_{\text{Cfinale}} - E_{\text{Cinitiale}} = W(2 \leftrightarrow 1)$ en supposant la liaison parfaite entre l'ensemble en rotation et le bâti,

donc $0 - \frac{I\omega^2}{2} = SW_s$ soit $I = \frac{2}{\omega^2} \pi e D_{\text{moyen}} W_s$ soit $I = 9300 \text{kg.m}^2$

Question 3 : A partir de cet enregistrement, déterminer les temps t_0 , t_1 et t_2 des phases de soudage et valider la vitesse N_s et l'effort F trouvés à la question 2.

Les courbes donnent :

$t_0 \approx 1\text{s}$, $t_1 \approx 4\text{s}$ et $t_2 \approx 10\text{s}$

une vitesse de rotation initiale légèrement inférieure à 150tr/min

une pression de l'ordre de 26MPa , donc un effort de $26.0,137 = 3560.10^3 \text{N}$

Question 4 : En supposant que l'inertie en rotation est constituée principalement par celle du volant d'inertie constitué d'un cylindre de diamètre extérieur égal à $2,1\text{m}$ et de diamètre intérieur égal à $0,6 \text{m}$, donner l'ordre de grandeur de la masse de ce volant.

Inertie du volant : $I = \frac{m(R^2 + r^2)}{2}$ d'où $m = \frac{2I}{R^2 + r^2}$ soit $m = 16000 \text{kg}$

Question 5 : Quelle machine doit-on choisir pour réaliser cette soudure ?

Seule la machine **MTI M3** permet de réaliser la soudure.

Question 6 : Déterminer les codes des chiffres de 1 à 9 en présentant le résultat sous forme de tableau. En déduire le code du chiffre 0 en justifiant son unicité.

Déterminer le nombre correspondant au code de la figure 7.

Poids	1	2	4	7		$2^3=8$	$2^2=4$	$2^1=2$	$2^0=1$
	a	b	c	d	e	s_3	s_2	s_1	s_0
0	0	0	1	1	0	0	0	0	0
1	1	0	0	0	1	0	0	0	1
2	0	1	0	0	1	0	0	1	0
3	1	1	0	0	0	0	0	1	1
4	0	0	1	0	1	0	1	0	0
5	1	0	1	0	0	0	1	0	1
6	0	1	1	0	0	0	1	1	0
7	0	0	0	1	1	0	1	1	1
8	1	0	0	1	0	1	0	0	0
9	0	1	0	1	0	1	0	0	1

Il y a $C_5^2 = \frac{5!}{2!3!} = 10$ possibilités

de choisir 2 bits à 1 parmi 5 donc une seule façon de coder le chiffre 0.

$$C_3 = 00110 = 0$$

$$C_2 = 10001 = 1$$

$$C_1 = 10100 = 5$$

$$C_0 = 01100 = 6$$

d'où le n° de la pièce: 0156

Question 7 : Etablir la table de vérité des sorties s_i en fonction des entrées a, b, c, d et e. En déduire l'équation simplifiée de la sortie s_0 .

$$s_0 = \bar{a}\bar{d} + \bar{a}\bar{c}d$$

abc de	000	001	011	010	110	111	101	100
00			0		1		1	
01		0		0				1
11	1							
10		0		1				0

$$s_1 = \bar{a}\bar{b}\bar{c} + b\bar{d}$$

abc de	000	001	011	010	110	111	101	100
00			1		1		0	
01		0		1				0
11	1							
10		0		0				0

$$s_2 = \bar{a}\bar{b}\bar{c} + c\bar{d}$$

abc de	000	001	011	010	110	111	101	100
00			1		0		1	
01		1		0				0
11	1							
10		0		0				0

$$s_3 = d(\bar{a}b + a\bar{b})$$

abc de	000	001	011	010	110	111	101	100
00			0		0		0	
01		0		0				0
11	0							
10		0		1				1

Question 8 : A partir des éléments recensés sur les figures 5 et 6, identifier les éléments du milieu extérieur de la machine MTI 480 pendant la phase de préparation et proposer un diagramme pieuvre mettant en évidence les fonctions de service à satisfaire pendant cette phase.

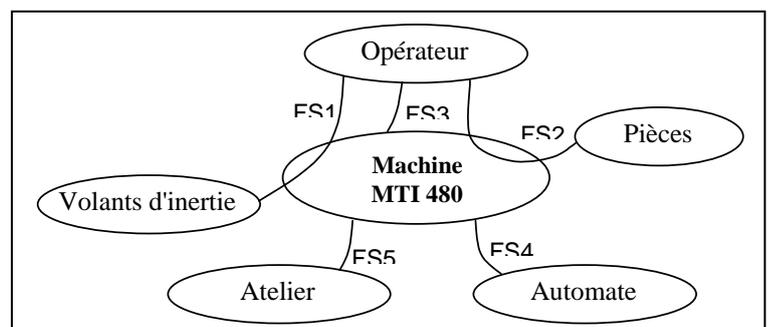
FS1: Permettre à l'opérateur de fixer les volants d'inertie.

FS2: Permettre à l'opérateur de fixer les pièces.

FS3: Permettre à l'opérateur d'intervenir sur la machine (fermeture porte, translation écrou,...).

FS4: Permettre à l'automate de commander la machine (pour déplacer le chariot)

FS5: Prévoir l'implantation de la machine dans l'atelier



Question 9 : Indiquer sur votre copie les solutions constructives assurant les fonctions techniques FT11, FT12, FT13, FT14, FT164 et FT172.

FT11: mandrin de serrage
FT14: règle numérique

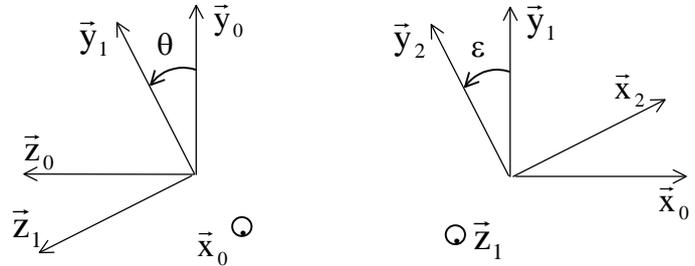
FT12: mandrin de serrage
FT164: codeur

FT13: vérin de coulisseau
FT172: manomètre

Question 10 : Calculer les composantes des actions du bâti sur l'ensemble 1 et le couple C en fonction des caractéristiques du système (on tiendra compte du fait que ε est un angle faible).

Bilan des actions sur l'ensemble 1:

$$\begin{aligned} T(0 \rightarrow 1) \\ T(2 \rightarrow 1) \\ T(\text{pesanteur} \rightarrow 1) = \left\{ -mg\vec{y}_0, \vec{0} \right\}_{\text{G}} \end{aligned}$$



Théorème de la résultante dynamique appliqué à 1 :

$$m\vec{\Gamma}(G \in 1/0) = (X - F)\vec{x}_0 + (Y - mg)\vec{y}_0 + Z\vec{z}_0$$

$$\text{or } \vec{V}(G \in 1/0) = \frac{d}{dt} [L\vec{x}_0 + a\vec{y}_1]_{\text{R}0} = a\dot{\theta}\vec{z}_1 \text{ d'où } \vec{\Gamma}(G \in 1/0) = a\ddot{\theta}\vec{z}_1 - a\dot{\theta}^2\vec{y}_1$$

En projection sur R_0 :

sur \vec{x}_0	X =	F
sur \vec{y}_0	Y =	$-ma\dot{\theta}^2 \cos\theta - ma\ddot{\theta} \sin\theta + mg$
sur \vec{z}_0	Z =	$-ma\dot{\theta}^2 \sin\theta + ma\ddot{\theta} \cos\theta$

Théorème du moment dynamique appliqué à 1 en O :

$$\vec{\delta}(O, 1/0) = M\vec{y}_1 + N\vec{z}_1 + C\vec{x}_0 + \vec{OG} \wedge -mg\vec{y}_0 = (mga \sin\theta + C)\vec{x}_0 - mgL\vec{z}_0 + M\vec{y}_1 + N\vec{z}_1$$

$$\text{or } \vec{\sigma}(G, 1/0) = [I(G, 1)]\vec{\Omega}(1/0) = \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & B \end{bmatrix}_{\text{B}2} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \cos\varepsilon \\ -\dot{\theta} \sin\varepsilon \\ 0 \end{bmatrix}_{\text{B}2} = A\dot{\theta} \cos\varepsilon \vec{x}_2 - B\dot{\theta} \sin\varepsilon \vec{y}_2.$$

Si on linéarise autour du point $\varepsilon = 0$, on obtient : $\vec{\sigma}(G, 1/0) = A\dot{\theta} \vec{x}_2 - B\dot{\theta} \varepsilon \vec{y}_2$

$$\text{Finalement, } \vec{\delta}(G, 1/0) = \ddot{\theta}(A\vec{x}_2 - B\varepsilon\vec{y}_2) + A\dot{\theta} \left[\frac{d\vec{x}_2}{dt} \right]_{\text{B}0} - B\dot{\theta} \varepsilon \left[\frac{d\vec{y}_2}{dt} \right]_{\text{B}0}$$

$$\text{donc } \vec{\delta}(G, 1/0) = \ddot{\theta}(A\vec{x}_2 - B\varepsilon\vec{y}_2) + A\dot{\theta}\vec{\Omega}(2/0) \wedge \vec{x}_2 - B\dot{\theta}\varepsilon\vec{\Omega}(2/0) \wedge \vec{y}_2 = \ddot{\theta}(A\vec{x}_2 - B\varepsilon\vec{y}_2) + (A - B)\varepsilon\dot{\theta}^2 \vec{z}_1$$

$$\begin{aligned} \vec{\delta}(O, 1/0) &= \vec{\delta}(G, 1/0) + m\vec{OG} \wedge \vec{\Gamma}(G/0) \\ &= \vec{\delta}(G, 1/0) + m(L\vec{x}_0 + a\vec{y}_1) \wedge (a\ddot{\theta}\vec{z}_1 - a\dot{\theta}^2\vec{y}_1) \\ &= \ddot{\theta}(A\vec{x}_2 - B\varepsilon\vec{y}_2) + (A - B)\varepsilon\dot{\theta}^2 \vec{z}_1 + m(-La\dot{\theta}\vec{y}_1 - La\dot{\theta}^2 \vec{z}_1 + a^2\ddot{\theta}\vec{x}_0) \end{aligned}$$

soit

sur \vec{x}_0	C =	$(ma^2 + A + B\varepsilon^2)\ddot{\theta} - mga \sin\theta$
sur \vec{y}_1	M =	$[(A - B)\varepsilon - maL]\ddot{\theta} + mgL \sin\theta$
sur \vec{z}_1	N =	$[(A - B)\varepsilon - maL]\dot{\theta}^2 + mgL \cos\theta$

Question 11 : A partir de la figure 4, donner l'ordre de grandeur du couple C (exercé par la pièce 2 sur l'ensemble 1) maximal au cours du soudage.

Le couple est maximal quand la décélération est maximale, c'est-à-dire à la fin du soudage. La courbe de vitesse donne alors une décélération (pente de la courbe) d'environ 150 tr/min en 1,2 s soit $\ddot{\theta} = 13 \text{ rad s}^{-2}$

- $(ma^2 + A + B\varepsilon^2)$ représente le moment d'inertie de **1** par rapport à l'axe de rotation soit 9300 kg.m^2
- $(ma^2 + A + B\varepsilon^2)\ddot{\theta} = 1210^4 \text{ Nm}$
- le terme $(a \text{ m g sin}\theta)$ avec $a < 0,05 \cdot 10^{-3}$ et $mg = 16 \cdot 10^4$ est négligeable
- $C = (ma^2 + A + B\varepsilon^2)\ddot{\theta} - mga \sin \theta$ donc $C_{\text{max i}} = 1210^4 \text{ Nm}$

Question 12 : Déterminer la masse m et le faux rond a de la broche. Le cahier des charges est-il respecté ?

$$\ddot{\theta} = 0 \text{ et } \dot{\theta} = 148 \cdot 2 \cdot \pi / 60 \Rightarrow Y = -m a \dot{\theta}^2 \cos \theta + m g$$

pour $\theta = \pi/2$ $Y = mg = 1,67 \cdot 10^5$ \Rightarrow $m \approx 17 \text{ 000 kg}$

pour $\theta = \pi$ $Y - mg = -80 = -m a \dot{\theta}^2 \Rightarrow$ $a = 0,02 \text{ mm}$ $< 0,05 \text{ mm}$ (le CdC est respecté)

Question 13: Déterminer les composantes des torseurs des actions mécaniques du bâti sur 1 en O et A en projection dans le repère R_0 . Calculer les moments d'inertie A et B et montrer que Z_O et Z_A sont négligeables devant Y_O et Y_A .

$$T_{O(0 \rightarrow 1)} = \begin{Bmatrix} X_O \bar{x}_0 + Y_O \bar{y}_0 + Z_O \bar{z}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix} \quad \text{et} \quad T_{A(0 \rightarrow 1)} = \begin{Bmatrix} Y_A \bar{y}_0 + Z_A \bar{z}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Y_A \bar{y}_0 + Z_A \bar{z}_0 \\ -1Y_A \bar{z}_0 + 1Z_A \bar{y}_0 \end{Bmatrix}$$

$$X_O = X = F$$

$$Y_O + Y_A = Y = -m a (\dot{\theta}^2 \cos \theta + \ddot{\theta} \sin \theta) + m g$$

$$Z_O + Z_A = Z = -m a (\dot{\theta}^2 \sin \theta - \ddot{\theta} \cos \theta)$$

$$-1 Y_A \bar{z}_0 + 1 Z_A \bar{y}_0 = \{[(A-B)\varepsilon - m a L] \ddot{\theta} + m g L \sin \theta\} \bar{y}_1 + \{[(A-B)\varepsilon - m a L] \dot{\theta}^2 + m g L \cos \theta\} \bar{z}_1$$

$$1 Z_A = [(A-B)\ddot{\theta} \varepsilon - m L a \ddot{\theta} + m g L \sin \theta] \cos \theta - [(A-B)\varepsilon \dot{\theta}^2 - m a L \dot{\theta}^2 + m g L \cos \theta] \sin \theta$$

$$Z_A = [(A - B)\varepsilon - m L a] (\ddot{\theta} \cos \theta - \dot{\theta}^2 \sin \theta) / l$$

$$Z_O = [(B - A)\varepsilon + m a(L+1)] (\ddot{\theta} \cos \theta - \dot{\theta}^2 \sin \theta) / l$$

$$Y_A = -[(A - B)\varepsilon - m L a] (\ddot{\theta} \sin \theta + \dot{\theta}^2 \cos \theta) / l - m g L / l$$

$$Y_O = [(A - B)\varepsilon - m a(L+1)] (\ddot{\theta} \sin \theta + \dot{\theta}^2 \cos \theta) / l + m g(L+1) / l$$

A et B sont les moments d'inertie d'un cylindre:

$$A = mR^2/2 = 17000 \cdot 1,04^2 / 2$$

$$B = m(R^2/4 + h^2/12) = 17000 (1,04^2/4 + 0,64^2/12)$$

$$A = 9200 \text{ kg m}^2$$

$$B = 5200 \text{ kg m}^2$$

Cas le plus défavorable: $a = 0$, $\dot{\theta}$ maxi (au début du soudage), $\varepsilon = 0,25 \cdot 10^{-4}$

$$|Z_{A \text{ maxi}}| = |Z_{O \text{ maxi}}| = (A-B) \varepsilon / l = 0,14$$

le terme $mgL/l = 17000 \cdot 10 \cdot 0,9 / 0,7 \gg 0,14$ donc Z_O et Z_A sont négligeables devant Y_O et Y_A

Question 14 : Donner l'ordre de grandeur de Y_O et Y_A .

Z_A et Z_O négligeables devant Y_A et Y_O

d'où $Y_A \approx -m g L / l$ et $Y_O \approx -m g (L+1) / l$

$$Y_A \approx -2,6 \cdot 10^5 \text{ N} \quad Y_O \approx 4,6 \cdot 10^5 \text{ N}$$

Question 15 : Evaluer les déplacements radiaux de chaque roulement. En déduire l'amplitude du faux rond et du voile de broche ? Le cahier des charges est-il respecté ?

Roulement en O: $X_O = 4070 \cdot 10^3 \text{ N}$ et $Y_O = 460 \cdot 10^3 \text{ N}$ soit $X/Y = 8,8$
 Roulement en A: $X_A = 0$ et $Y_A = 260 \cdot 10^3 \text{ N}$ soit $X/Y = 0$

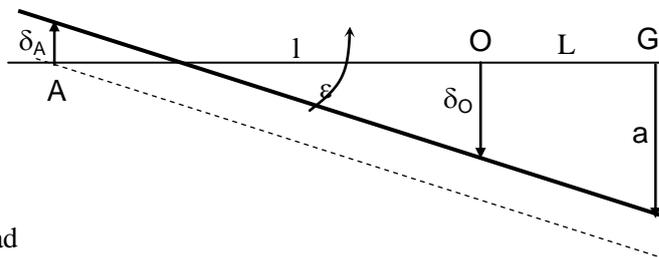
$$\delta_O \approx 0,02 \text{ mm}$$

$$\delta_A \approx 0,007 \text{ mm}$$

Les points O et A se déplacent radialement provoquant un faux rond a et un voile ε :

$$\frac{\delta_A + \delta_O}{a + \delta_A} = \frac{1}{1+L} \Rightarrow a = 0,055 \text{ mm} > 0,05 \text{ mm}$$

$$\tan \varepsilon \approx \varepsilon = \frac{a + \delta_A}{1+L} \Rightarrow \varepsilon = 0,39 \cdot 10^{-4} \text{ rad} > 0,25 \cdot 10^{-4} \text{ rad}$$



Le cahier des charges n'est plus respecté.

Question 16 : Justifier et valider numériquement cette solution.

section du vérin = $0,317 \text{ m}^2$ (même section que le vérin de poussée) donc pas d'effort axial

Roulement en O: $X_O = 0$ et $Y_O = 460 \cdot 10^3 \text{ N}$ soit $X/Y = 0 \Rightarrow \delta_O \approx 0,006 \text{ mm}$

Roulement en A: $X_A = 0$ et $Y_A = 260 \cdot 10^3 \text{ N}$ soit $X/Y = 0 \Rightarrow \delta_A \approx 0,007 \text{ mm}$

soit un faux rond $a = 0,023 \text{ mm} < 0,05 \text{ mm}$ et un voile de face de broche $\varepsilon = 0,19 \cdot 10^{-4} \text{ rad} < 0,25 \cdot 10^{-4}$

Le cahier des charges est respecté.

Nota: les roulements sont suffisamment dimensionnés pour résister à l'effort axial. Annuler l'effort axial permet de limiter la déformation de la broche.

Question 17 : Indiquer sur la copie les numéros des composants qui permettent d'assurer l'accélération angulaire de la broche. Parmi les commandes a, b, c et d, lesquelles doit-on activer ?

Pour faire tourner la broche, il faut alimenter le moteur hydraulique 16. Les composants qui assurent la mise en marche de ce moteur sont successivement: 1, 2, 3, 7, 10 (b=1), 16 et 11 (c=1) avec a=0 et d=0.

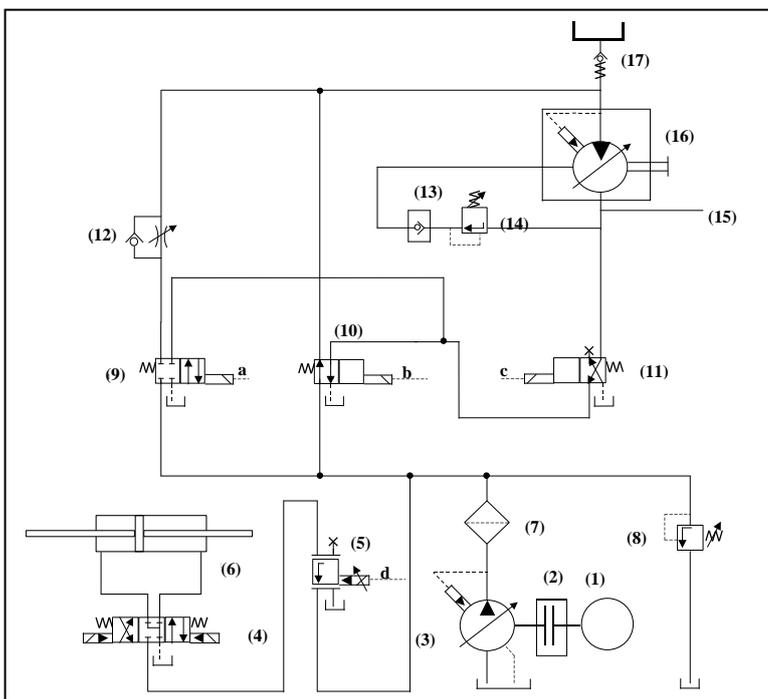
Question 18 : Construire le schéma hydraulique correspondant en positionnant correctement les tiroirs des différents distributeurs utilisés.

Question 19 : Quelle est la conséquence sur la partie opérative d'une action impulsionnelle de l'opérateur sur la commande a du distributeur 9?

Mise en rotation par à coups du moteur hydraulique grâce au limiteur de débit 12 (réglage de la position angulaire de la broche en phase de réglage)

Question 20 : Ecrire la fonction de transfert de la servo-valve notée $H_S(p) = \frac{Q(p)}{I(p)}$ en fonction de K_S et de la constante de temps T_S .

$$H_S(p) = \frac{K_S}{1 + T_S p}$$



Question 21 : En appliquant le principe de conservation de la masse du fluide du vérin hydraulique, démontrer

que: $q(t) = S \frac{dx(t)}{dt} + \frac{V_0}{B} \frac{d[p_A(t) - p_B(t)]}{dt}$

$$q_V(t) = \frac{1}{\rho} q_M(t) = \frac{1}{\rho} \frac{d}{dt} [\rho(t) \cdot V(t)] = \frac{1}{\rho} \left[\rho(t) \frac{dV(t)}{dt} + V(t) \cdot \frac{d\rho(t)}{dt} \right] = S \frac{dX(t)}{dt} + \frac{V(t)}{\rho} \cdot \frac{d\rho(t)}{dt} \quad \text{avec} \quad \begin{matrix} X(t) = X_0 + x(t) \\ V(t) = V_0 + v(t) \end{matrix}$$

donc $q_V(t) = S \frac{dx(t)}{dt} + \frac{V_0 + v(t)}{\rho} \cdot \frac{d\rho(t)}{dt} = S \frac{dx(t)}{dt} + \frac{V_0}{\rho} \frac{d\rho(t)}{dt} = S \frac{dx(t)}{dt} + \frac{V_0}{B} \frac{d\rho(t)}{dt}$ car $\frac{d\rho}{dt} = \frac{d\rho}{dp} \frac{dp}{dt} = \frac{\rho}{B} \frac{dp}{dt}$

(1)

$$q_V(t) = S \frac{dx(t)}{dt} + \frac{V_0}{B} \frac{d}{dt} [p_A(t) - p_B(t)]$$

Question 22 : Déterminer l'équation différentielle liant $x(t)$, $\dot{x}(t)$, $\ddot{x}(t)$, $[p_A(t) - p_B(t)]$, M , λ , r et S .

On applique le théorème de la résultante dynamique à l'équipage mobile en projection sur x :

$$M \frac{d^2 X(t)}{dt^2} = -\lambda \frac{dX(t)}{dt} - r[l(t) - l_0] + S[p_A(t) - p_B(t)] \quad \text{avec} \quad \begin{matrix} X(t) = X_0 + x(t) \\ l(t) - l_0 = X(t) - X_0 = x(t) \end{matrix}$$

$$M \ddot{x}(t) = -\lambda \dot{x}(t) - rx(t) + S[p_A(t) - p_B(t)] \quad (2)$$

Question 23 : Déterminer les fonctions de transfert $H_1(p)$, $H_2(p)$ et $H_3(p)$ où $P(p)$ désigne la transformée de Laplace de $[p_A(t) - p_B(t)]$.

de (1): $Q(p) = SpX(p) + \frac{V_0}{B} pP(p)$ et de (2): $X(p)[Mp^2 + \lambda p + r] = SP(p)$

d'où

$$H_1(p) = \frac{B}{V_0 p} \quad H_2(p) = Sp \quad H_3(p) = \frac{S}{Mp^2 + \lambda p + r}$$

Question 24 : Déterminer la fonction de transfert $H_V(p) = \frac{P(p)}{Q(p)}$. Mettre $H_V(p)$ sous la forme suivante

$H_V(p) = \frac{K_V}{p} \frac{1 + a_1 p + a_2 p^2}{1 + b_1 p + b_2 p^2}$. Effectuer les applications numériques.

$$H_V(p) = \frac{H_1(p)}{1 + H_1(p)H_2(p)H_3(p)} = \frac{1}{H_2(p)H_3(p) + \frac{1}{H_1(p)}} = \frac{1}{\frac{pS^2}{[Mp^2 + \lambda p + r]} + \frac{V_0}{B} p}$$

$$H_V(p) = \frac{Br}{V_0 r + BS^2} \frac{1}{p} \frac{1 + \frac{\lambda}{r} p + \frac{M}{r} p^2}{1 + \frac{\lambda V_0}{V_0 r + BS^2} p + \frac{M V_0}{V_0 r + BS^2} p^2}$$

$$\begin{matrix} K_V = 7,75 \cdot 10^9 \\ a_1 = 9 \cdot 10^{-6} & a_2 = 3,22 \cdot 10^{-6} \\ b_1 = 4,8 \cdot 10^{-6} & b_2 = 1,71 \cdot 10^{-6} \end{matrix}$$

Question 25 : Déterminer l'expression littérale de la fonction de transfert en boucle ouverte $H_{BO}(p) = \frac{U_m(p)}{E_C(p)}$.

$H_{BO}(p) = H_{COR}(p)H_S(p)H_V(p)H_{Cap}(p)$ soit $H_{BO}(p) = H_{COR}(p) \frac{K_S K_V K_C}{p(1 + T_S p)} \frac{1 + a_1 p + a_2 p^2}{1 + b_1 p + b_2 p^2}$

Question 26 : En utilisant le document ressource DR3, conclure quant à la stabilité de l'asservissement étudié ? Justifier la réponse. Le C.D.C.F. est-il vérifié ?

Le système est stable car il ne déphase jamais plus de -180° .

La marge de phase vaut environ 80° et est donc supérieure à 60° .

Le système est précis car il y a un intégrateur dans la BO.

La pulsation de coupure à 0 dB ne vaut que 4 rd/s (au lieu de 40 rad/s) donc le C.D.C.F. n'est pas respecté.

Question 27 : Calculer la valeur de K_{COR} qui assure une pulsation de coupure à 0 dB $\omega_C = 40 \text{ rad s}^{-1}$. Calculer alors la marge de phase du système ? En utilisant le document ressource DR3, retrouver ces résultats.

$$H_{BO}(p) = K_{COR} \frac{K_S K_V K_C}{p(1 + T_S p)} \frac{1 + a_1 p + a_2 p^2}{1 + b_1 p + b_2 p^2} = \frac{K}{p(1 + T_S p)} \frac{1 + a_1 p + a_2 p^2}{1 + b_1 p + b_2 p^2}$$

La valeur de K_{COR} recherchée est définie par : $|H_{BO}(j\omega_C)| = 1$

$$\text{soit } K^2 = \omega_C^2 (1 + T^2 \omega_C^2) \frac{(1 - b_2 \omega_C^2)^2 + b_1^2 \omega_C^2}{(1 - a_2 \omega_C^2)^2 + a_1^2 \omega_C^2} \text{ donc } K_{COR} = 20,8$$

$$\varphi = -90^\circ - \arctan(T_S \omega_C) + \arctan(a_1 \omega_C / (1 - a_2 \omega_C^2)) - \arctan(b_1 \omega_C / (1 - b_2 \omega_C^2)) = -148^\circ \quad \text{d'où } M\Phi = 32^\circ$$

Sur le document DR3A, pour $\omega_C = 40 \text{ rd.s}^{-1}$, on trouve $|H_{BO}| \approx -27 \text{ dB}$ soit $K_{COR} = 10^{\frac{27}{20}} = 22$ et $\varphi \approx 150^\circ$

Question 28 : Si $p_C(t) = P_C u(t)$ où $u(t)$ désigne l'échelon unitaire, déterminer la valeur de l'écart statique ε_S .

Il y a un intégrateur dans la boucle ouverte donc l'écart statique est nul:

$$\varepsilon_S = 0$$

Question 29 : En utilisant le document ressource DR3, déterminer le temps de réponse à 5% ainsi que le dépassement obtenu.

La pression finale vaut environ $26 \cdot 10^6 \text{ Pa}$.

Le temps de réponse t_r à 5% est obtenu pour $24,7 \cdot 10^6 < p < 27,3 \cdot 10^6$ soit

$$t_r \approx 0,25 \text{ s}$$

Le premier dépassement vaut $\frac{36 - 26}{26} * 100$ soit

$$D = 38\%$$

Question 30 : Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée $H_{BF}(p) = \frac{P(p)}{P_C(p)}$ sous la forme suivante:

$$H_{BF}(p) = K \frac{1 + a_1 p + a_2 p^2}{1 + b_1 p + b_2 p^2 + b_3 p^3 + b_4 p^4} \cdot \text{Déterminer numériquement les coefficients } a_1, a_2, b_1, b_2, b_3 \text{ et } b_4.$$

$$H_{BF}(p) = \frac{P(p)}{P_C(p)} = H_{cap} \frac{H_{COR} H_S H_V}{1 + H_{cap} H_{COR} H_S H_V} = \frac{H_{BO}(p)}{1 + H_{BO}(p)} = \frac{1}{1 + \frac{p(1 + T_S p)}{H_{COR} K_S K_V K_C} \frac{1 + b_1 p + b_2 p^2}{1 + a_1 p + a_2 p^2}}$$

$$H_{BF}(p) = \frac{H_{COR} K_S K_V K_C (1 + a_1 p + a_2 p^2)}{(1 + a_1 p + a_2 p^2) H_{COR} K_S K_V K_C + p(1 + T_S p)(1 + b_1 p + b_2 p^2)}$$

$$H_{BF}(p) = \frac{1 + a_1 p + a_2 p^2}{1 + \left(a_1 + \frac{1}{K_{COR} K_S K_V K_C}\right) p + \left(a_2 + \frac{b_1 + T_S}{K_{COR} K_S K_V K_C}\right) p^2 + \frac{T_S b_1 + b_2}{K_{COR} K_S K_V K_C} p^3 + \frac{T_S b_2}{K_{COR} K_S K_V K_C} p^4}$$

$$a'_1 = a_1 = 9 \cdot 10^{-6} \quad a'_2 = a_2 = 3,22 \cdot 10^{-6}$$

$$b'_1 = 0,013 \quad b'_2 = 5,3 \cdot 10^{-4} \quad b'_3 = 2,5 \cdot 10^{-8} \quad b'_4 = 9 \cdot 10^{-10}$$

Question 31 : Conclure quant à la stabilité de l'asservissement étudié. Quel modèle simplifié peut-on associer au comportement de l'asservissement étudié en régime établi ? Justifier la réponse. Conclure conformément au Cahier des Charges Fonctionnel.

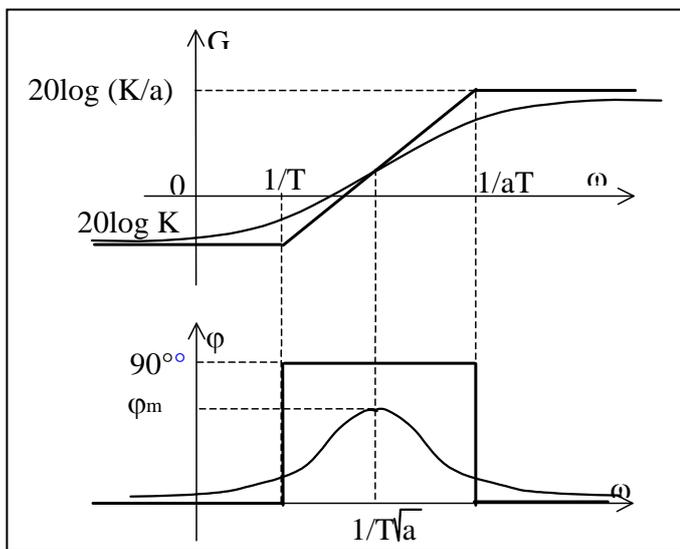
Tous les pôles sont à partie réelle négative donc le système est stable.

En régime établi, les pôles p_3 et p_4 sont dominants. On peut donc choisir le modèle simplifié:

$$H_{BFsimp} = \frac{p_3 p_4 (1 + a_1 p + a_2 p^2)}{(p - p_3)(p - p_4)}$$

La valeur du dépassement (38%) est supérieure à celle imposée par le C.D.C.F. (10%) et la marge de phase (32°) est inférieure à celle imposée par le C.D.C.F. (60°): La correction proportionnelle est donc impossible.

Question 32 : Dans le plan de Bode, tracer les diagrammes asymptotiques de gain et de phase de ce correcteur. Donner l'allure des courbes en précisant la phase maxi φ_m de ce correcteur ainsi que la pulsation ω_m correspondante. Exprimer $\tan \varphi_m$ et ω_m en fonction de a et T . Justifier l'intérêt de l'emploi d'un tel correcteur.



ω_m pour ω_m tel que $2 \log \omega_m = \log \frac{1}{T} + \log \frac{1}{aT}$ soit

$$\omega_m = \frac{1}{T\sqrt{a}}$$

$\varphi_m = \text{Arctan} T\omega_m - \text{Arctan} aT\omega_m$ d'où

$$\text{tg} \varphi_m = \frac{1-a}{2\sqrt{a}}$$

Ce correcteur à avance de phase permet d'augmenter la marge de phase.

Question 33 : En plaçant le correcteur tel que $\omega_m = \omega_C = 40 \text{ rad s}^{-1}$, déterminer a , T et K_{COR} pour que le système étudié possède une marge de phase conforme au Cahier des Charges Fonctionnel.

$$\tan \varphi_m = \frac{1-a}{2\sqrt{a}} \text{ avec } \varphi_m = 60 - 32 = 28^\circ \text{ pour avoir une marge de phase de } 60^\circ \Rightarrow a = 0,36$$

$$\omega_m = 1/(T\sqrt{a}) = 40 \Rightarrow T = 0,042 \text{ s}$$

Pour $\omega = \omega_c$, on a: $|H_{BOI}(j\omega_c)|_{dB} = 20\log K_{COR} + 20\log\sqrt{1+T^2\omega_c^2} - 20\log\sqrt{1+a^2T^2\omega_c^2} + |H_{BO}(j\omega_c)|_{dB} = 0$

soit $20\log K_{COR} = -20\log\sqrt{1+\frac{1}{a}} + 20\log\sqrt{1+a} - |H_{BO}(j\omega_c)|_{dB}$ avec $|H_{BO}| = -27$ dB

d'où $K_{COR} = 13$

Question 34 : *En utilisant document ressource DR4, déterminer la marge de phase du système corrigé, le temps de réponse à 5% ainsi que la valeur du dépassement en %. Conclure conformément au Cahier des Charges Fonctionnel.*

La marge de phase du système corrigé est de 60 °.

Le temps de réponse à 5% vaut 0,1s. Le dépassement vaut 8%. Le Cahier des Charges est respecté.

Question 35 : *L'essai de soudage figure 4 montre qu'une chute de pression intervient lorsque la broche cesse de tourner. Justifier que l'influence de cette perturbation est effacée comme demandé par le Cahier des Charges Fonctionnel.*

Un intégrateur en amont de la perturbation efface l'influence de celle-ci.

Question 36 : *Comparer ce résultat d'essai avec celui obtenu par le modèle de calcul. Commenter la validité des modèles de comportement utilisés dans cette étude.*

Sur le modèle de calcul le temps de réponse est de 0,1 s alors que l'essai réel montre un temps de l'ordre de 1,5 s. Le dépassement réel est inférieur à celui du modèle. L'allure générale de la réponse temporelle est identique au modèle. Le modèle ne tient pas compte des phénomènes de fuite, des non linéarités, etc.

Question 37 : *Le modèle de calcul utilisé a retenu une raideur r du système constante. Proposer une modélisation de cette raideur r plus conforme à l'essai de soudage de la figure 4.*

Pendant la phase 2 , la raideur du système est très grande car il n'y a pas de déplacement du vérin.

Pendant la phase 3 , la raideur du système est plus faible car le vérin se déplace de 5mm sous charge constante.