

# Laminoirs

X - MP - 2003 (extrait)

## Présentation

Une tôle est une plaque rectangulaire. Sa longueur est de l'ordre d'une centaine de mètres, sa largeur du mètre et son épaisseur du millimètre. Elle est conditionnée enroulée sur elle-même autour d'un fourreau (cf. figure 1). L'écrasement entre deux cylindres animés de mouvements de rotation antagonistes (cf. figure 2) permet de réduire l'épaisseur de la tôle. Cette opération s'appelle le laminage et la machine qui la réalise un laminoir. C'est un des plus importants procédés de mise en forme des métaux. Les produits issus du laminage sont utilisés en automobile, en électroménager, en emballage alimentaire...

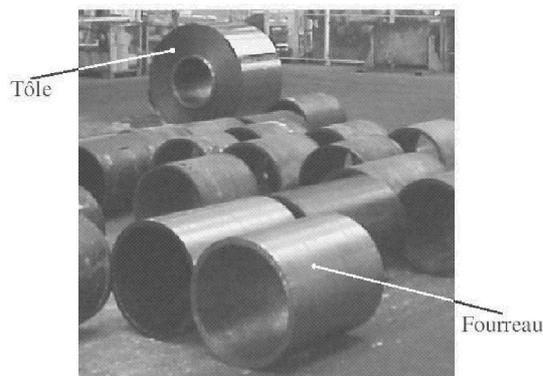


Figure 1: Fourreaux et tôle conditionnée.

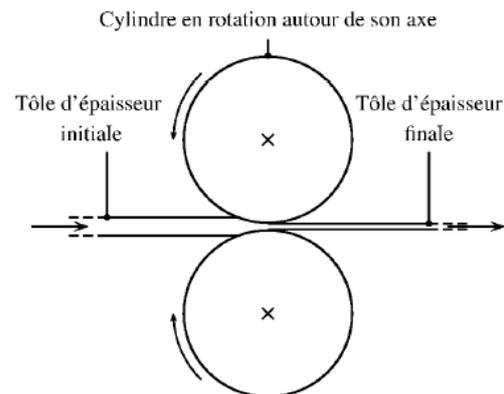
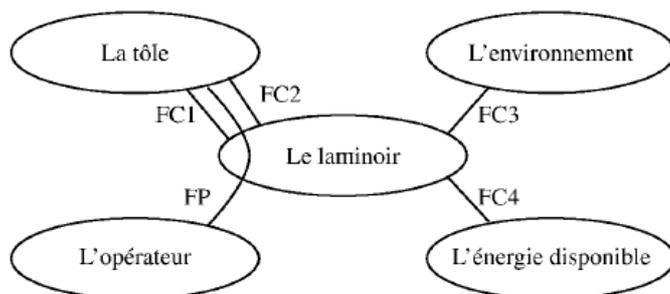


Figure 2: Principe de base du laminage.

Le diagramme partiel des interacteurs du laminoir dans sa phase de production est donné figure 3. La caractérisation des fonctions sera faite ultérieurement.



FP : permettre à l'opérateur de diminuer l'épaisseur de la tôle

FC 1 : s'adapter à l'épaisseur initiale de la tôle

FC2 : assurer une épaisseur finale de la tôle constante

FC3 : s'adapter à l'environnement

FC4 : s'adapter à l'énergie disponible

Figure 3: Diagramme des interacteurs.

Q.1 Représenter le laminoir par un diagramme SADT de niveau A-0.

## Fonctionnement du laminoir de type Sendzimir

Le laminoir de type Sendzimir (cf. figure 4) permet de laminier les tôles métalliques. Plusieurs passes successives sont réalisées pour écraser progressivement la tôle. Pour la première passe, ce laminoir met en œuvre quatre modules (cf. figure 5) :

- *le module de déroulement* : il a pour fonction de dérouler la tôle d'épaisseur initiale. Il est constitué principalement d'un moto-réducteur qui entraîne en rotation le fourreau, asservi de manière à assurer un effort de tension constant dans la tôle en entrée du laminoir. Ce module comporte également une planeuse qui redresse la tôle pour la rendre plane et un ascenseur de levage qui permet de charger la tôle.

- *le module d'entraînement* de la tôle, appelé cage d'entraînement : il a pour fonction de faire avancer la tôle dans le laminoir. Il est constitué d'un mécanisme à plusieurs cylindres, entraînés en rotation par un moteur à courant continu, asservi en vitesse. Les cylindres de travail entraînent la tôle par adhérence.
- *le module de serrage* : il a pour fonction de contrôler l'écrasement de la tôle. Il est constitué de plusieurs vérins hydrauliques asservis en position, appuyant sur les cylindres arrières.
- *le module de bobinage* : il a pour fonction d'enrouler la tôle finale d'épaisseur réduite. Il est constitué d'un moto-réducteur, asservi de manière à assurer un effort de tension constant dans la tôle en sortie du laminoir.

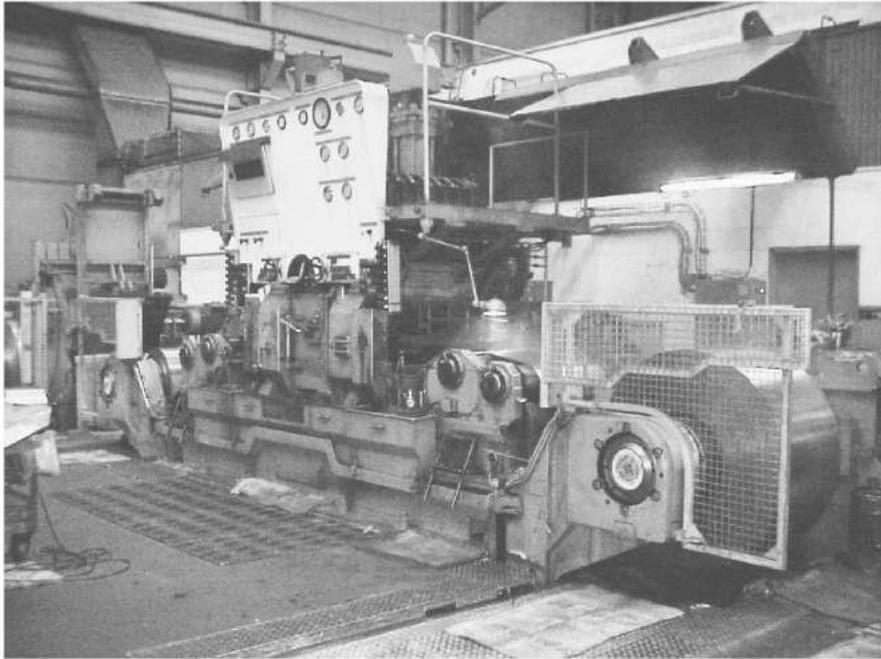


Figure 4: Photographie d'un laminoir de type Sendzimir.

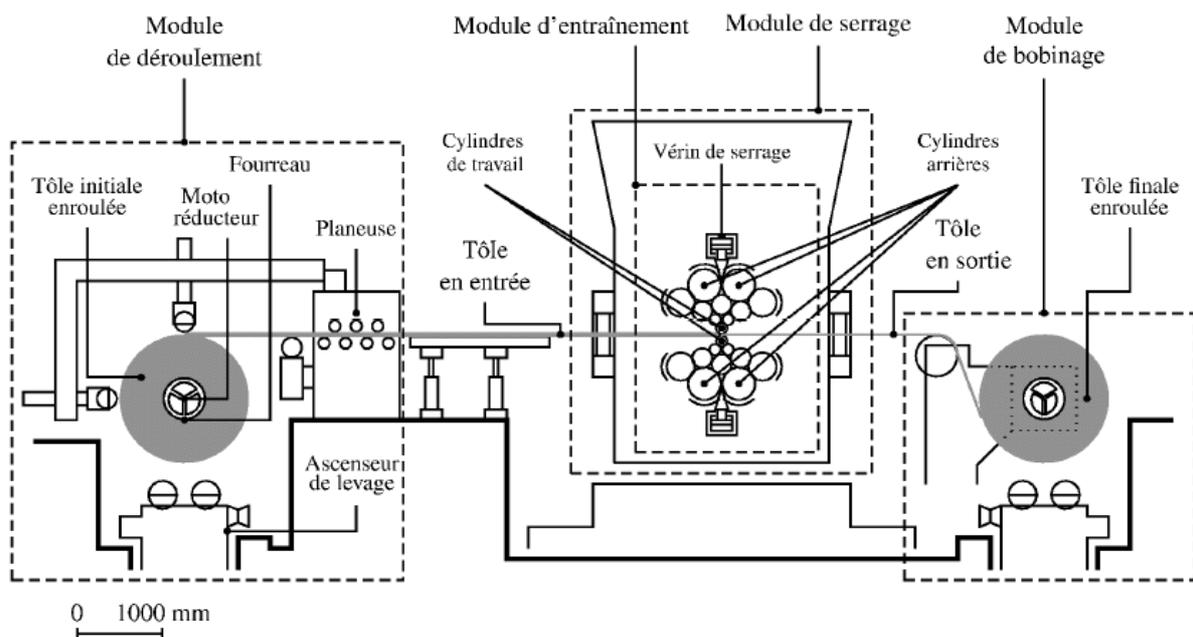


Figure 5: Schéma d'un laminoir de type Sendzimir.

Le FAST partiel du laminoir de type Sendzimir est donné figure 6

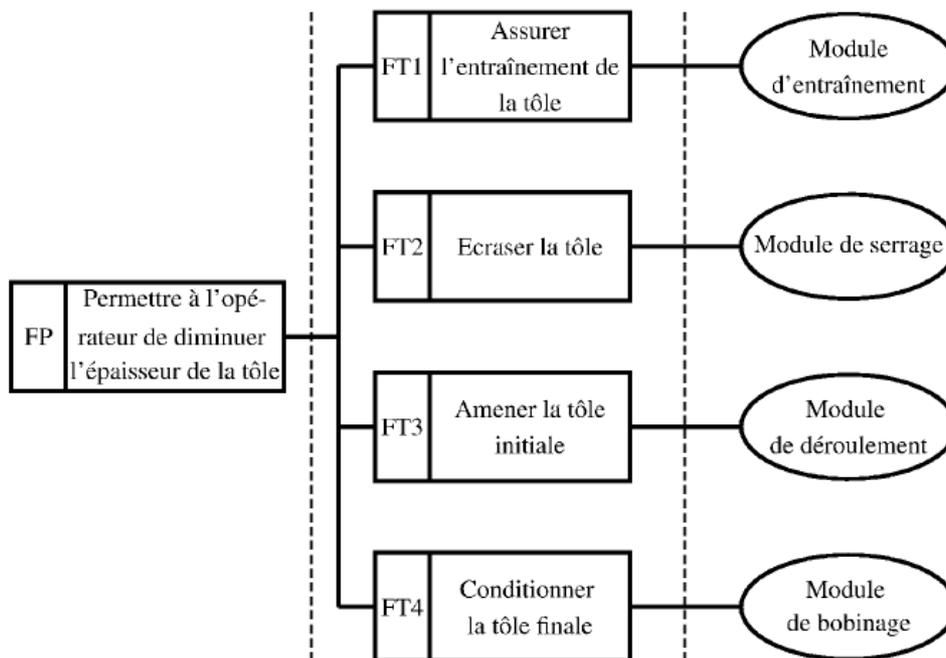


Figure 6: FAST partiel du laminoir.

Q.2 Proposer, avec un diagramme FAST une décomposition de la fonction technique FT3 "amener la tôle initiale", et préciser les solutions techniques associées.

### Étude de la fonction FT1 : assurer l'entraînement de la tôle

Les principales caractéristiques attendues de la fonction FT1 sont données dans le tableau 1.

	Fonction technique	Critères	Niveaux
FT11	Assurer l'entraînement de la tôle	Épaisseur finale de la tôle	$e_2 = 1,00 \pm 0.01 \text{ mm}$
		Épaisseur initiale de la tôle	$e_1 = 1,40 \pm 0.01 \text{ mm}$
		Vitesse angulaire des cylindres de travail	$\omega = 850 \pm 9 \text{ tr/min}$

TAB. 1: Principales caractéristiques attendues de la fonction FT1.

### Étude du processus d'aspiration

*On se propose de vérifier que les cylindres de travail entraînent la tôle dès le contact. Cette phase d'initiation du mouvement est appelée aspiration.*

Les cylindres de travail exercent deux actions mécaniques sur la tôle. Si la géométrie est adaptée, la tôle est « aspirée » et commence à se déformer. Ce processus s'appelle processus d'aspiration. Le modèle plan d'étude du processus est donné figure 7.

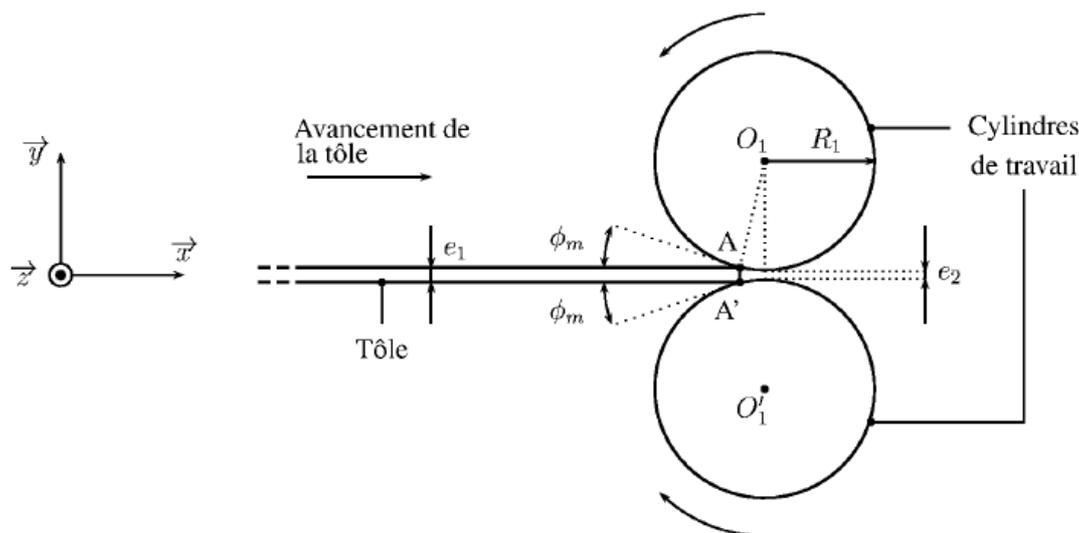


Figure 7: Modèle d'étude du processus d'aspiration.

On note  $\phi_m$  l'angle d'attaque entre  $\vec{x}$  et la tangente aux cylindres aux points de contact A et A'.

Q.3 Exprimer dans la base  $(\vec{x}, \vec{y})$  les normales extérieures  $\vec{n}_A$  et  $\vec{n}_{A'}$  aux cylindres en A et A'.

On modélise les actions mécaniques en A et A' des cylindres de travail sur la tôle par deux glisseurs (forces) de résultante  $\vec{F}_A$  et  $\vec{F}_{A'}$ . **On néglige toutes les autres actions mécaniques sur la tôle.**

Q.4 Préciser et justifier les directions de  $\vec{F}_A$  et  $\vec{F}_{A'}$ . Donner l'angle entre les directions de ces actions mécaniques et les normales au contact.

On retient les lois du modèle de Coulomb et on note  $f$  le coefficient de frottement des matériaux des cylindres et de la tôle.

Q.5 Exprimer la relation entre  $f$  et  $\phi_m$ , qui exprime la condition d'adhérence entre la tôle et les cylindres. En déduire la relation entre  $f$ ,  $e_1$ ,  $e_2$  et  $R_1$  qui assure le processus d'aspiration.

Pour le laminoir étudié :  $R_1 = 20,5 \text{ mm}$  et  $f = 0,25$ .

Q.6 À partir de  $e_2$  défini dans le tableau 1, calculer la valeur de l'épaisseur  $e_1$  maximale de la tôle en entrée compatible avec le processus d'aspiration.

Q.7 Conclure quant à la pertinence du laminoir à satisfaire les caractéristiques attendues de la fonction FT1.

### Asservissement de l'entraînement de la tôle

L'objectif de cette partie est de choisir le correcteur de l'asservissement en vitesse de l'entraînement de la tôle qui assure les critères de la fonction FT1.

Afin de satisfaire les niveaux de critères associés à la fonction FT1, les performances attendues de l'asservissement de la vitesse d'entraînement de la tôle sont données par le tableau 2.

Critères	Niveaux
Stabilité	marge de gain $Mg \geq 8 \text{ dB}$ marge de phase $M_\phi \geq 60^\circ$
Précision	erreur statique inférieure à 1% pour une entrée en échelon
Rapidité	temps de réponse à 5% de l'ordre de 0,6 s temps du premier maximum de l'ordre de 0,3 s
Amortissement	dépassement maximal $D = 10\%$
Régulation	insensibilité aux perturbations en régime permanent

TAB. 2: Performances attendues de l'asservissement de la vitesse d'entraînement de la tôle.

La chaîne fonctionnelle de l'asservissement en vitesse de l'entraînement de la tôle est schématisée sur la figure 8. La modélisation retenue pour les différents composants de cette chaîne fonctionnelle est donnée par la figure 9. Le couple perturbateur  $C_L$  modélise l'action d'entraînement de la tôle.

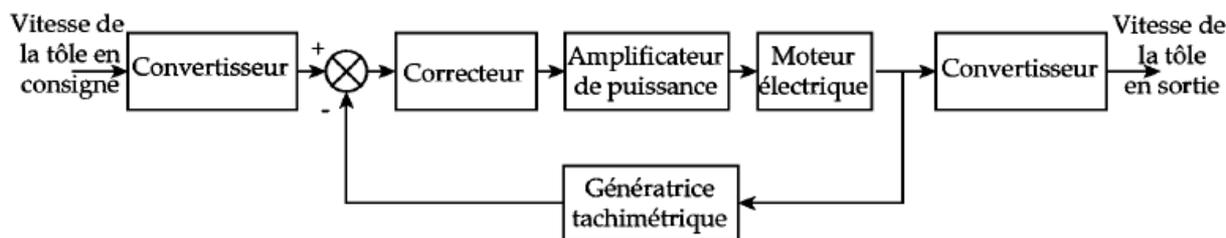


Figure 8: Chaîne fonctionnelle.

Le choix du correcteur est conduit en trois étapes :

- Étude du système entraînant la tôle, en l'absence de toute correction.
- Étude du système avec un correcteur de type proportionnel.
- Étude du système avec un correcteur de type proportionnel intégral.

À chaque étape, on évalue les performances et limitations des corrections considérées.

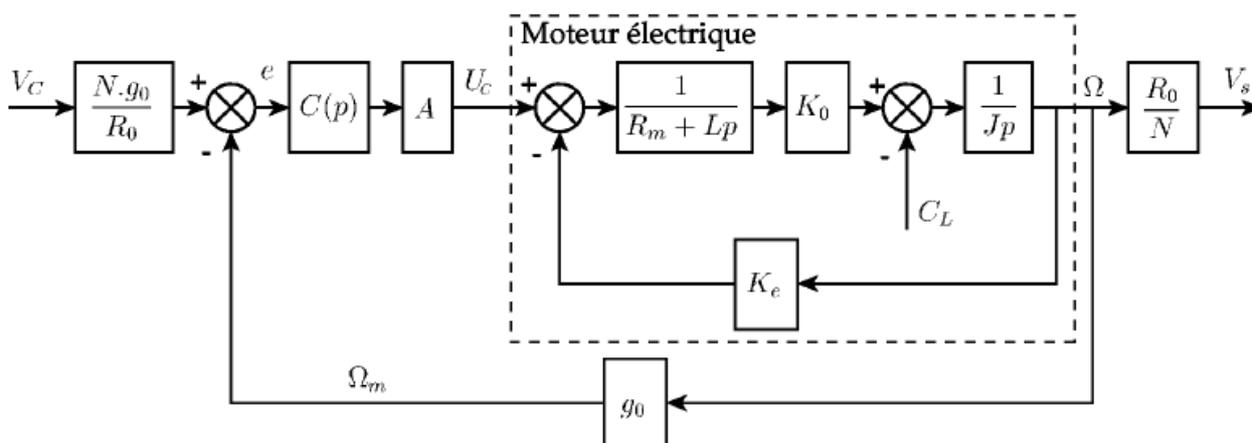


Figure 9: Modélisation de la chaîne fonctionnelle.

Notation	Désignation	Valeur numérique
$\Omega$	vitesse angulaire du moteur	
$\Omega_m$	vitesse mesurée de la rotation du moteur	
$V_c$	vitesse consigne d'entraînement	
$V$	vitesse réelle d'entraînement	
$C_L$	couple de laminage	
$R_m$	résistance de l'induit du moteur	$7,5 \cdot 10^{-2} \Omega$
$L$	inductance de l'induit du moteur	$3 \cdot 10^{-3} \text{ H}$
$K_0$	constante du flux du moteur	$15 \text{ Nm/A}$
$K_e$	constante de force contre électromotrice du moteur	$15 \text{ V/rad/s}$
$A$	gain de l'amplificateur de puissance	200
$J_m$	inertie du moteur	$110 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
$J_{ch}$	inertie de la charge	$70 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
$J = J_m + J_{ch}$	inertie totale du système	$180 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
$R_0$	rayon du cylindre de travail équivalent	$20 \cdot 10^{-3} \text{ m}$
$g_0$	gain de la génératrice tachymétrique	$0,1 \text{ V/rad/s}$
$N$	rapport de réduction	0,65

TAB 3 : Paramétrages et notations

Systeme sans correcteur :  $C(p) = 1$

Le couple de laminage  $C_L$  est considéré nul dans un premier temps.

Q.8 Exprimer la fonction de transfert relative au moteur électrique  $H_{mot}(p) = \frac{\Omega(p)}{U_c(p)}$  et la mettre sous

la forme  $H_{mot}(p) = \frac{K_{mot}}{a_1 p^2 + a_0 p + 1}$ . Calculer les valeurs  $K_{mot}$ ,  $a_1$  et  $a_0$ .

Le moteur est représenté par sa fonction de transfert, et le schéma fonctionnel se met sous la forme donnée par la figure 10.

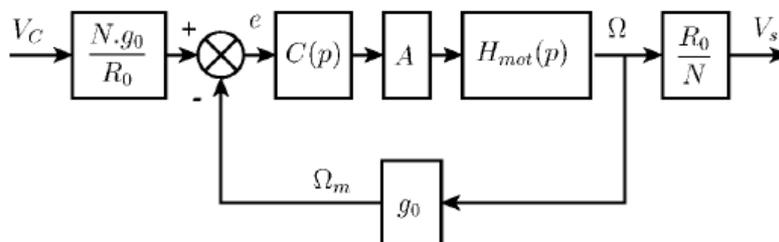


Figure 10: Schéma fonctionnel réduit du système entraînant la tôle.

- Q.9 Exprimer littéralement la fonction de transfert en boucle ouverte  $\frac{\Omega_m(p)}{e(p)}$ . En déduire la fonction de transfert en boucle fermée  $\frac{V_s(p)}{V_c(p)}$ .
- Q.10 Calculer les caractéristiques du transfert en boucle fermée : gain statique  $K_{stat}$ , pulsation naturelle  $\omega_n$ , et amortissement  $\xi$ .

Les abaques donnés en annexe 1 correspondent à un système du second ordre décrit par sa fonction de transfert en boucle fermée  $F(p) = \frac{\omega_0^2}{p^2 + 2\xi\omega_0 p + \omega_0^2}$

- Q.11 À partir des abaques donnés en annexe 1, déterminer le premier dépassement  $D$  en % et le temps de réponse  $t_e$  à 5% à un échelon de consigne.
- Q.12 Conclure quant à la pertinence d'un bouclage sans correction.

Système avec correcteur proportionnel :  $C(p) = K$

- Q.13 Calculer la fonction de transfert en boucle ouverte  $\frac{\Omega_m(p)}{e(p)}$  et en déduire la fonction de transfert en boucle fermée  $\frac{V_s(p)}{V_c(p)}$ .
- Q.14 Exprimer la valeur du gain  $K_c$ , notée  $K_{c0}$ , pour que le système en boucle fermée présente un dépassement de  $D = 10\%$ . Calculer cette valeur.
- Q.15 Exprimer l'erreur statique en fonction de  $K_c$ ,  $A$ ,  $g_0$  et  $K_{mot}$ , pour une entrée en échelon unitaire  $V_c(t) = \Gamma(t)$  où  $\Gamma(t)$  est la fonction d'Heaviside (échelon unité).
- Q.16 Pour  $K_c = K_{c0}$  calculer la valeur de l'erreur statique. En déduire la valeur limite du gain  $K_c$ , noté  $K_{c1}$ , qui respecte le niveau de précision imposé.
- Q.17 Pour  $K_c = K_{c1}$ , tracer les diagrammes asymptotiques de Bode du module et de la phase relatifs à la fonction de transfert en boucle ouverte  $\frac{\Omega_m(p)}{e(p)}$ . Déterminer les valeurs des marges de stabilité : marge de gain et marge de phase.
- Q.18 Conclure quant aux performances d'une correction proportionnelle pour le respect des critères en terme de précision et en terme de stabilité.

On se propose maintenant de tenir compte du couple perturbateur  $C_L$ . La fonction de transfert entre la

vitesse de sortie et le couple de laminage est  $H_{pert}(p) = \frac{V_s(p)}{C_L(p)}$

- Q.19 Exprimer  $H_{pert}(p)$  et en déduire la vitesse  $V_s(\infty)$  due à la perturbation en échelon unitaire  $C_L(t) = \Gamma(t)$ . Comment choisir le gain du correcteur qui réduit l'effet de la perturbation en régime permanent ? Préciser la conséquence de ce choix sur la précision statique et sur la réponse indicielle du système (plus particulièrement l'amortissement). Conclure quant à la pertinence d'une correction proportionnelle.

Systeme avec correcteur proportionnel-intégral :  $C(p) = K_i \left( 1 + \frac{1}{T_i p} \right)$

- Q.20 Tracer les diagrammes asymptotiques de gain et de phase dans le plan de Bode de ce correcteur. Préciser l'intérêt de ce type de correcteur et justifier son effet sur la stabilité en haute fréquence.

On admet la relation empirique entre le temps du premier maximum, noté  $T_m$  et la pulsation de coupure à 0dB de la fonction de transfert en boucle ouverte, notée  $\omega_{0dB}$  :

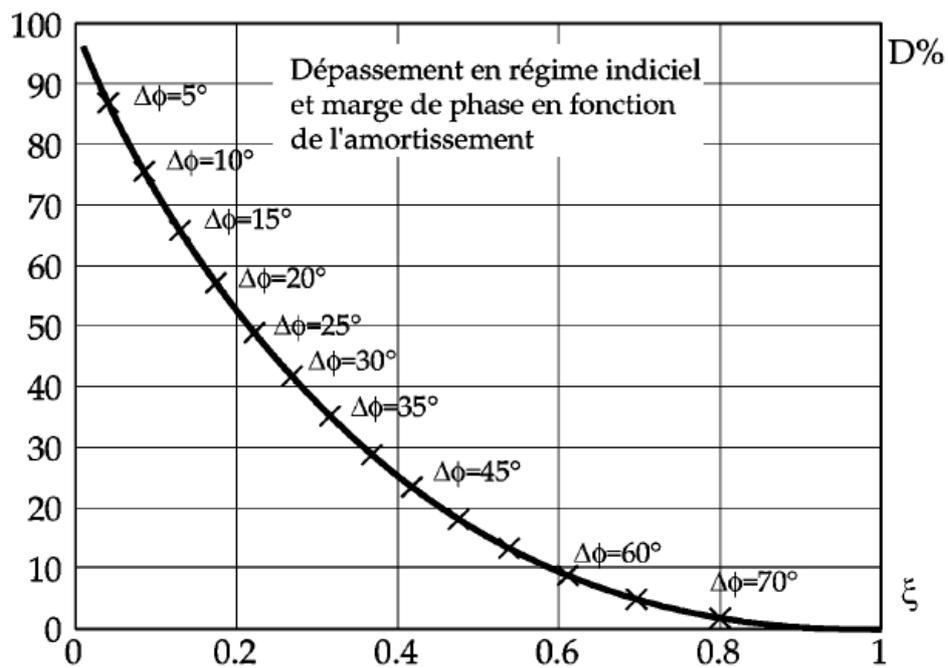
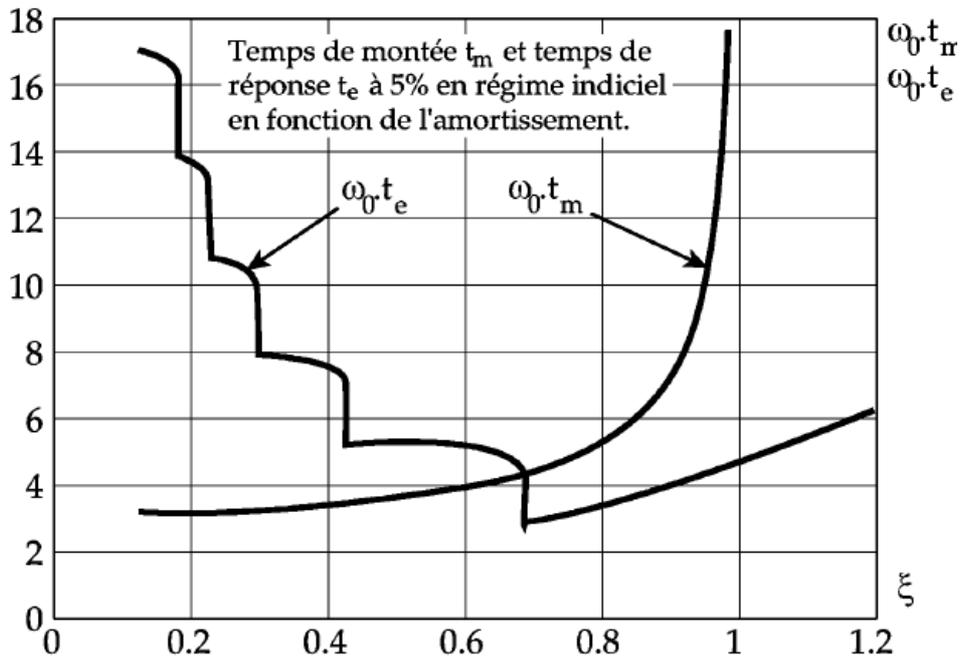
$$\omega_{0dB} \cdot T_m = 3$$

- Q.21 Calculer  $T_i$  afin de respecter le temps du premier maximum  $T_m = 3s$  et d'assurer une marge de phase de l'ordre de  $60^\circ$  (marge qui correspond à un premier dépassement de l'ordre de 10%). Utiliser, en la justifiant, la relation :

$$\text{Arg}[1 + T_i p] + \text{Arg}\left[\frac{1}{T_i p}\right] + \text{Arg}\left[\frac{K_i K_{mot} g_0 A}{a_1 p^2 + a_0 p + 1}\right] = -120^\circ \text{ pour } p = 10j$$

- Q.22 Calculer la valeur du gain  $K_i$  pour que la pulsation de coupure à 0 dB soit de  $\omega_{0dB} = 10 \text{ rad} / s$ .
- Q.23 Pour le couple  $(K_i, T_i)$  calculé précédemment, tracer les diagrammes asymptotiques de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte et préciser les marges de stabilité.
- Q.24 Conclure quant à la pertinence de l'utilisation d'un correcteur proportionnel intégral.

Annexe



Annexe 1: Abaques pour un système du second ordre.