



# ASTRÉE



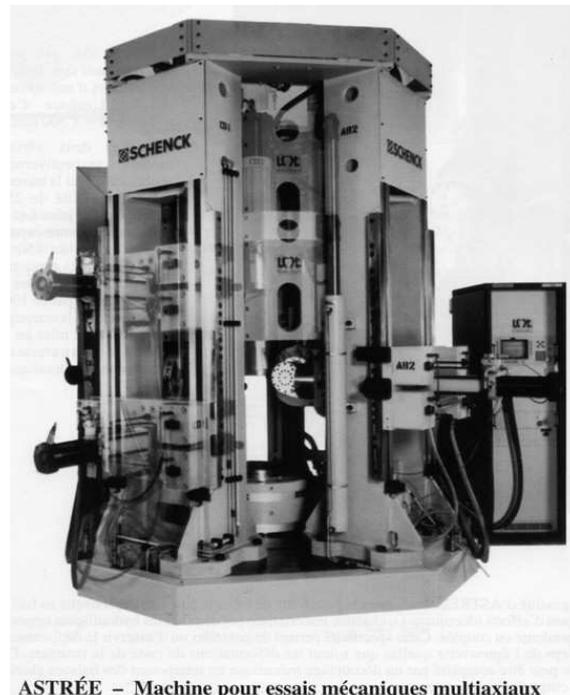
## Machine pour essais mécaniques multiaxiaux

X – ENS Cachan – 1997

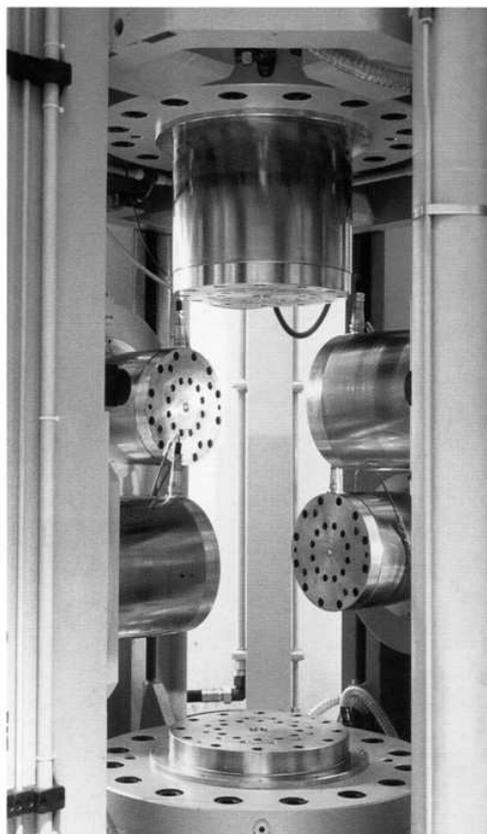
### Présentation

Le Laboratoire de Mécanique et Technologie (LMT) est un laboratoire de recherche en mécanique implanté sur le campus de Cachan, spécialisé dans l'analyse et la prévision du comportement des matériaux et des structures.

L'apparition de nouveaux matériaux, de matériaux composites ou multifonctionnels et le développement de structures multimatériaux ont conduit le LMT à se doter d'une machine d'essais capable de reproduire en laboratoire la complexité des sollicitations réelles. Imaginée et conçue par des chercheurs du LMT, cette machine, appelée ASTRÉE, a été développée et réalisée par la société SCHENCK.



ASTRÉE – Machine pour essais mécaniques multiaxiaux



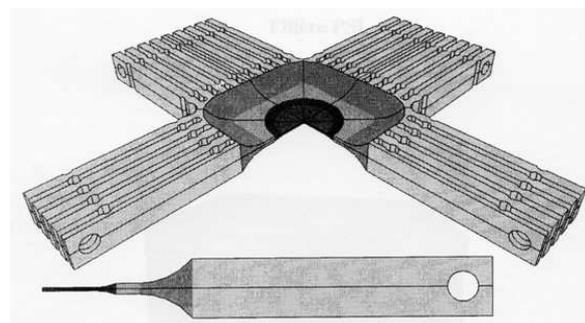
Le bâti est constitué d'un soubassement fixe, de quatre colonnes verticales et d'une traverse supérieure mobile. L'espace d'essai est de 650 x 650 x 1 500 mm.

Les deux vérins verticaux, montés respectivement sur le soubassement et la traverse supérieure, ont une capacité de 250 kN et une course de 400 mm. Les quatre vérins horizontaux ont une capacité de 100 kN et une course de 250 mm. Ils sont installés sur des supports réglables le long des colonnes. Des verrouillages mécaniques au pas de 100 mm assurent la coplanéité et la convergence des axes des vérins. La mise en position et le déblocage de la traverse et des supports latéraux sont hydrauliques.

L'originalité d'ASTRÉE réside dans la possibilité de relier le corps de l'éprouvette au bâti de la machine par trois lignes d'efforts (document 1), chacune matérialisée par deux vérins hydrauliques opposés, asservis de façon indépendante ou couplée. Cette spécificité permet de contrôler ou d'asservir le déplacement spatial d'un point du corps de l'éprouvette quelles que soient les déformations du reste de la structure.

Ce découplage électronique peut être complété par un découplage mécanique en interposant des liaisons élastiques entre les vérins et le corps de l'éprouvette.

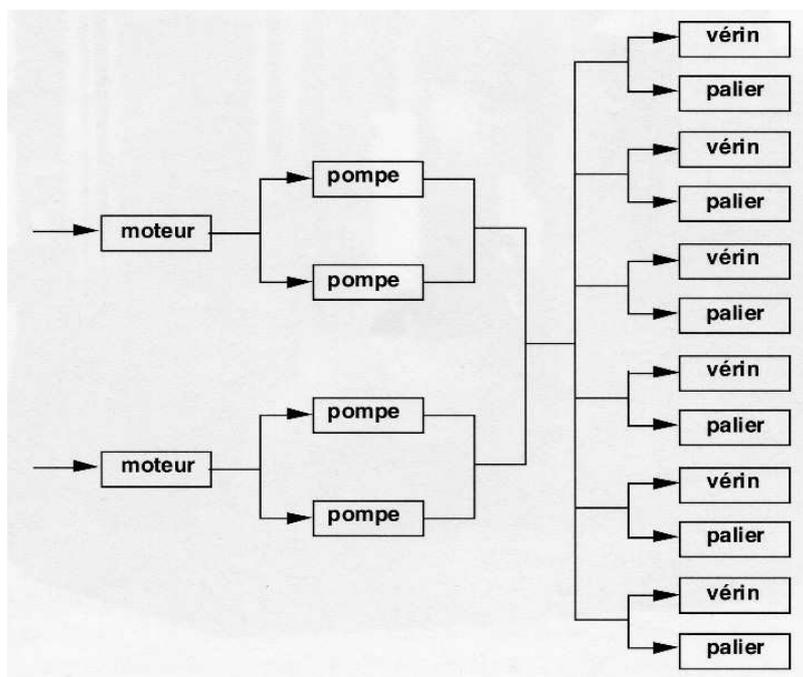
Astrée a été conçue pour générer des sollicitations tridimensionnelles sur des structures. Elle peut évidemment être configurée pour solliciter des structures bidimensionnelles. Le schéma ci-dessous donne la géométrie retenue pour une éprouvette biaxiale réalisée pour obtenir une répartition uniforme de la contrainte dans un volume



significatif de matériau. Ce volume est ici la zone centrale amincie. Cette zone est reliée aux extrémités des vérins de charges par des «peignes» dont la finalité est de filtrer les composantes parasites du chargement.

L'énergie hydraulique nécessaire au fonctionnement d'Astrée est fournie par deux centrales montées en parallèle. Chacune d'elles est formée de deux pompes en série entraînées par un moteur électrique. L'huile est ensuite distribuée selon le besoin dans les vérins et les paliers avant de retourner au réservoir.

Le débit total disponible des deux centrales est de 330 l/mn à la pression de service de 270 bars (1 bar =  $10^5$  Pa).



#### Recommandations :

L'étude proposée a pour objet l'analyse et la vérification des performances d'une pompe de l'une des centrales hydrauliques et de l'un des 6 vérins de charge de l'éprouvette.

Pour en favoriser la lisibilité, le texte du sujet est découpé en trois parties. Il est recommandé au candidat de lire l'intégralité du sujet. Les questions sont numérotées et ordonnées mais beaucoup sont indépendantes.

## Étude de la pompe hydraulique

Deux représentations de la pompe sont données sur les documents **2a** et **2b**.

L'arbre d'entrée (repère 1) est lié au moteur électrique. Il entraîne, en rotation, le barillet (repère 3) par l'intermédiaire d'un accouplement homocinétiq ue à tenons (repère 2). Le barillet tourne autour du distributeur cylindrique (repère 4). Les pistons (repère 5) disposés radialement dans le barillet prennent appui par l'intermédiaire de patins (repère 6) sur la couronne de commande de cylindrée (repère 7). La liaison entre les pistons et les patins est une liaison rotule. Les patins sont guidés sur la couronne par deux anneaux de maintien (repère 8).

La rotation du barillet provoque le mouvement des pistons qui effectuent une course correspondant au double de l'excentricité affichée par la couronne de cylindrée. L'excentricité de cette couronne est donnée par un piston (repère 9) et un contre piston (repère 10) guidés dans le corps de pompe (repère 0). Le fluide arrive et repart par des canaux réalisés dans le corps en passant par les canalisations d'admission et de refoulement usinés dans le distributeur.

Le modèle retenu pour cette étude et le paramétrage sont donnés sur le document 3. Les solutions technologiques étant identiques pour tous les pistons le schéma est limité à la chaîne associée au fonctionnement d'un seul piston.

La couronne de commande est maintenue en position d'excentration maximale notée  $e$ .

1. Donner le nom normalisé et les caractéristiques de chacune des liaisons  $L_{ij}$  entre la pièce  $i$  et la pièce  $j$ . Proposer une justification claire et concise des différents modèles de liaison retenus.

2. En généralisant les modèles de liaison proposés pour l'étude d'un piston, donner le graphe des liaisons des 16 pièces : le corps de pompe **0**, le barillet **3**, les sept pistons **5** et les sept patins **6**.
3. Recenser le nombre d'inconnues cinématiques et déterminer le nombre d'équations cinématiques, non nécessairement indépendantes, que l'on peut écrire. En déduire l'indice de mobilité.
4. Recenser le nombre d'inconnues d'efforts de liaison. Déterminer le nombre d'équations issues de l'écriture du principe fondamental de la statique appliqué à chacun des solides, non nécessairement indépendantes, que l'on peut écrire. En déduire l'indice de mobilité.
5. Par quelle hypothèse peut-on justifier l'égalité des résultats obtenus aux questions **3** et **4** ?

On limite maintenant l'étude à la chaîne simple associée au fonctionnement d'un seul piston, telle qu'elle est modélisée sur le schéma cinématique du document **3**.

6. Donner le graphe des liaisons et calculer l'indice de mobilité.
7. Exprimer les torseurs cinématiques des liaisons de cette chaîne simple fermée.
8. Déterminer la liaison cinématiquement équivalente entre le barillet (repère 3) et le patin (repère 6). Préciser ses caractéristiques.
9. Donner le graphe des liaisons de cette modélisation simplifiée.
10. Proposer un schéma cinématique de l'ensemble des pièces  $\{0, 3, 6\}$ .
11. Écrire le système d'équations scalaires issu de la fermeture de chaîne cinématique.
12. Déterminer le rang de ce système d'équations et en déduire la mobilité du modèle du mécanisme étudié. Calculer le degré d'hyperstatisme.
13. Proposer la modification d'une liaison qui rende ce modèle isostatique. Analyser la réalisation et commenter brièvement les choix de modèles.

L'étanchéité entre le piston et le barillet ne peut être réalisée par un contact linéique. Le constructeur a tout naturellement retenu une solution d'étanchéité directe par contact cylindre-cylindre. Ce choix l'a conduit à installer un patin (documents 2a et 2b) On fait les hypothèses suivantes:

- Le modèle retenu est celui du document 3,
  - les liaisons sont parfaites,
  - les actions de pesanteur sont négligées,
  - le mécanisme est immobile par rapport au corps et en équilibre,
  - la pression d'huile est uniforme sur le piston,
  - le problème présente une symétrie plane  $(O_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ .
14. Le système est supposé plan. Déterminer le torseur associé à l'action du barillet sur le piston. Proposer une position du centre A de la liaison patin/piston par rapport au centre B de la liaison piston/barillet qui minimise les actions de liaison. Justifier votre choix.

Le débit instantané de la pompe est fonction de la vitesse des pistons par rapport au barillet.

15. Exprimer la vitesse du point B du piston dans son mouvement par rapport au barillet en fonction du paramètre d'entrée  $\theta$ , de sa dérivée temporelle et des grandeurs caractéristiques du mécanisme. Tracer à main levée, l'allure du graphe du débit de la pompe en fonction de la rotation du barillet pour un tour de celui-ci. Commenter brièvement votre construction.

On appelle cylindrée le volume d'huile refoulé par tour du barillet. L'excentricité  $e$  est égale à 10 mm et le diamètre des pistons est de 24 mm.

16. Calculer la cylindrée de cette pompe.

Compte tenu du débit nécessaire à l'alimentation des paliers hydrostatiques et au fonctionnement simultané des 6 vérins de chargement d'Astrée, il est installé deux groupes motopompes hydrauliques. Chacun des deux groupes est constitué d'un moteur électrique qui entraîne deux pompes installées sur le même arbre.

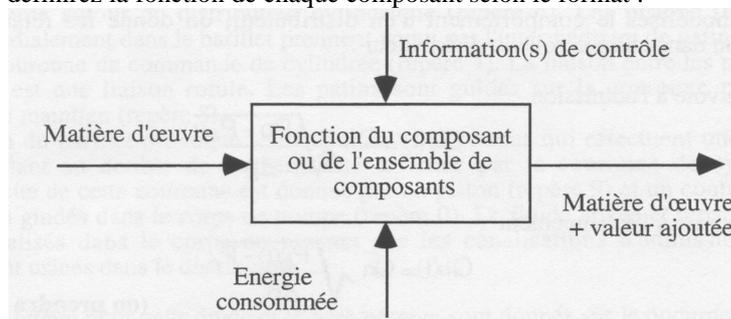
17. Déterminer la puissance électrique nécessaire au fonctionnement de l'installation en tenant compte du rendement total  $\eta_t$ . (document 4)

## Étude des vérins de charge de l'éprouvette

On s'intéresse maintenant aux vérins de charge de l'éprouvette. Le document 5, extrait du plan hydraulique du constructeur de la machine, représente la distribution de puissance hydraulique de l'un des quatre vérins de charge horizontaux. Le vérin à double effet à tige traversante (ou vérin symétrique - repère 65) est alimenté par une servo-valve (repère 67) qui distribue l'énergie hydraulique dispensée par deux groupes hydrauliques (repère 1). Un palier hydrostatique (repère 69) assure une bonne tenue de l'ensemble aux efforts radiaux.

18. Identifier de manière précise et concise les composants ou ensembles de composants hydrauliques repérés : 8, 12 et 54.

Pour ce faire, vous définirez la fonction de chaque composant selon le format :

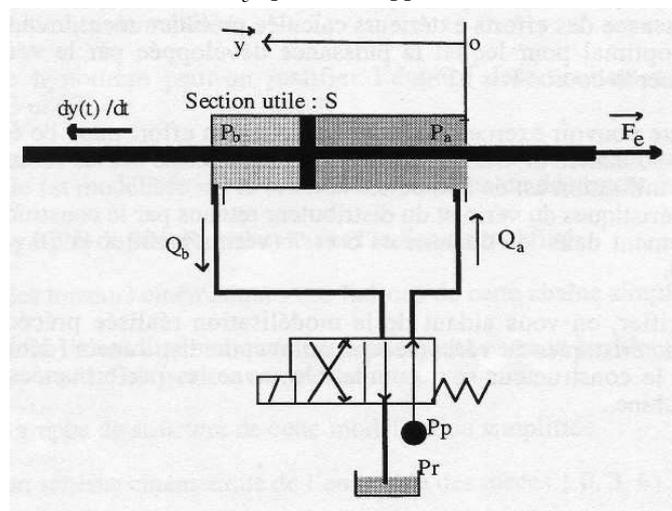


Vous donnerez également pour chaque composant ses caractéristiques technologiques essentielles (exemple pour un vérin : simple ou double effet, éventuel amortissement fin de course, éventuelle tige traversante, ...). Enfin, vous justifierez pour chaque composant sa présence dans le circuit en indiquant son rôle dans la distribution de puissance au vérin de charge.

Pour simplifier l'étude, on suppose dans un premier temps que les vérins de charge sont alimentés par de simples distributeurs monostables 4/2 comme indiqué sur la figure ci dessous.

On fait alors les hypothèses suivantes :

- le fluide est incompressible,
- le débit de la pompe est constant,
- on néglige les fuites au niveau du piston,
- les pertes de charges dans les raccords et les liaisons hydrauliques sont négligeables,
- les actions de frottement et les actions de l'éprouvette sur l'ensemble {tige+piston} peuvent se ramener à une résultante équivalente purement résistante et axiale :  $\vec{F}_e$  que nous supposerons constante.



19. Écrire le principe fondamental de la dynamique appliqué à l'ensemble {tige+piston} en translation de tige dans le sens positif de  $\bar{y}$  en faisant l'hypothèse que le mouvement est uniforme (accélération nulle).

Pour modéliser le comportement d'un distributeur, on donne les relations débit-pression dans chaque voie du distributeur :

- pour la voie à l'admission :  $Q_a(t) = Q_n \sqrt{\frac{P_p - P_a(t)}{\Delta'p}}$
- pour la voie à l'échappement :  $Q_b(t) = Q_n \sqrt{\frac{P_b(t) - P_r}{\Delta'p}}$  (on prendra :  $P_r = 0$ )

$Q_n$  est le débit nominal du distributeur (débit traversant une voie du distributeur sous une perte de charge nominale  $\Delta'p$ )  
 $\Delta'p$  est la perte de charge nominale du distributeur (conventionnellement 35 bars par voie)

20. En considérant que  $Q_a = Q_b$ , et en introduisant une relation liant le débit dans le vérin à la vitesse de déplacement de sa tige, donner la relation caractéristique de l'ensemble { vérin + distributeur + alimentation } de la forme :

$$\frac{dy(t)}{dt} = f(F_e, Q_n, P_p, S, \Delta'p)$$

21. Tracer la courbe  $\frac{dy(t)}{dt} = f(F_e)$ .

22. Calculer la puissance des efforts extérieurs à l'ensemble { piston + tige } en mouvement uniforme. En considérant que la puissance développée  $\mathcal{P}$  par le vérin en régime permanent et en un point de fonctionnement  $(F_e, \frac{dy}{dt})$  est identique à la puissance des efforts extérieurs calculée précédemment, montrer qu'il existe un  $F_e$  optimal pour lequel la puissance développée par le vérin est maximale. Tracer la courbe  $\mathcal{P} = f(F_e)$ .

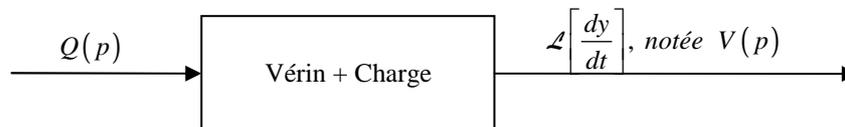
On souhaite pouvoir exercer sur les éprouvettes un effort maxi de 6667 N. La vitesse maximum souhaitée de translation de la tige des vérins est de 10 cm par seconde. La pression d'utilisation est de 270 bars.

Les caractéristiques du vérin et du distributeur retenus par le constructeur sont données respectivement dans les documents 6 et 7 (vérin  $\varnothing 100 \times \varnothing 70$  et distributeur ref. 2452-120).

23. Vérifier, en vous aidant de la modélisation réalisée précédemment, que les caractéristiques du vérin (section utile) et du distributeur (débit nominal) choisis par le constructeur sont compatibles avec les performances souhaitées de la machine.

### Étude de l'asservissement en vitesse des vérins de charge de l'éprouvette

On ne considère plus que le fluide est incompressible, mais on prend en compte son module d'élasticité, noté  $E_h$ . Dans ces conditions, la fonction de transfert d'un vérin symétrique est donnée par :



$$\frac{V(p)}{Q(p)} = \frac{1}{S \cdot \left( 1 + 2\xi \frac{p}{\omega_0} + \frac{p^2}{\omega_0^2} \right)}$$

Avec :  $\xi$  coefficient d'amortissement réduit  
 $\omega_0$  pulsation propre du système non amorti

$$\xi = \frac{f \cdot \omega_0}{2R_h} ; \omega_0 = \sqrt{\frac{R_h}{M_e}}$$

$R_h$  : raideur hydraulique du vérin

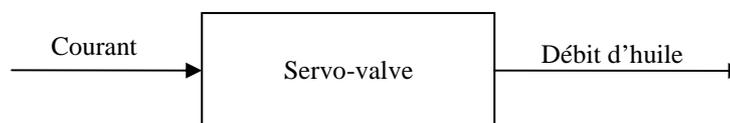
$M_e$  : masse équivalente ramenée à la tige du vérin

$f$  : coefficient de frottement visqueux résultant (frottements secs négligés)

24. Donner l'ordre de cette fonction de transfert. Donner l'expression du gain statique. Conclure quant à la rapidité comparée d'un vérin de forte section et celle d'un vérin de faible section.
25. Calculer la valeur numérique de  $\omega_0$  et de  $\xi$  avec :
- $R_h = 4 \cdot S \cdot \frac{E_h}{C}$  où  $C$  est la course du vérin (250 mm) et  $E_h$  est le module d'élasticité de l'huile ( $1,4 \cdot 10^9 \text{ Nm}^{-2}$ ) ;
  - $M_e = 10 \text{ Tonnes}$  ;
  - $f = 4 \cdot 10^4 \text{ N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1}$

Tracer alors, en la justifiant, une allure de la réponse indicielle de ce vérin chargé.

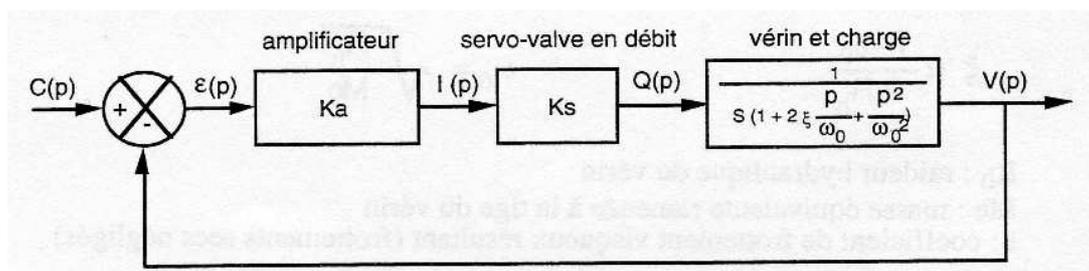
Dans un asservissement le vérin n'est plus piloté par un distributeur, mais par une servo-valve qui délivre un débit d'huile proportionnel à un courant d'excitation dont le principe de fonctionnement est décrit ci-dessous,



Le document 8 donne les caractéristiques de la servo-valve retenue pour asservir le déplacement d'un vérin de charge. On prendra le modèle HVM 055 :  $Q_n = 20 \text{ l} \cdot \text{s}^{-1}$ . On désire déduire de l'étude de ses caractéristiques une fonction de transfert de la servo-valve. Pour ce faire, on va procéder par identification à partir du diagramme de Bode fourni par le constructeur (document 8).

26. Justifier sur ce diagramme de Bode votre choix de retenir un modèle d'identification du premier ou du second ordre (on pourra par exemple s'intéresser à la fréquence de coupure à -3db).
27. Donner un modèle numérique complet de la fonction de transfert de cette servovalve (si besoin est, on adoptera un coefficient d'amortissement  $\xi = 0,6$ ).
28. Tracer la réponse indicielle de la servo-valve pour un échelon de consigne de 150 mA

On réalise finalement l'asservissement en vitesse de l'axe y dont le schéma fonctionnel est donné sur la figure ci dessous.



29. Justifier par vos réponses aux questions 25 et 26 la fonction de transfert retenue pour la servo-valve dans ce schéma fonctionnel.
30. Donner l'expression de la fonction de transfert en boucle ouverte ( $G(p)$ ) de cet asservissement en vitesse, ainsi que le gain en boucle ouverte. Quelle est l'erreur statique de cet asservissement en vitesse?
31. Donner l'expression de la fonction de transfert en boucle fermée ( $H(p)$ ) de cet asservissement en vitesse. L'exprimer sous la forme canonique des systèmes du second ordre.
32. Quelle doit être la valeur de  $Ka$  pour obtenir une réponse indicielle de cet asservissement qui soit amortie, sans dépassement ? Conclure.