

SCIENCES INDUSTRIELLES

DURÉE: 5 HEURES

Aucun document n'est autorisé.

L'usage de calculatrices électroniques de poche à alimentation autonome, non imprimantes et sans document d'accompagnement, est autorisé selon la circulaire n°99 018 du 1^{er} février 1999. De plus, une seule calculatrice est admise sur la table, et aucun échange n'est autorisé entre les candidats.



Tournez la page S.V.P.

Le sujet est composé :

- de ce présent livret décrivant le système industriel étudié ainsi que le travail demandé,
- de quatre documents numérotés I, II, III, IV.

Recommandations

Les questions sont numérotées et ordonnées mais beaucoup d'entre elles sont indépendantes. Il est recommandé au candidat :

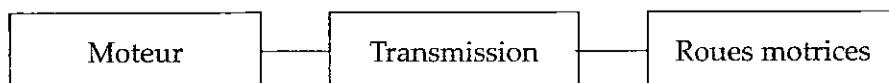
- de lire l'intégralité du sujet,
- de rappeler, sur sa copie, le numéro de la question avant d'en développer la réponse,
- de respecter l'ensemble des notations alphabétiques et numériques du sujet,
- de préciser ses propres notations lorsque cela s'avère nécessaire,
- de justifier ses hypothèses et de rédiger clairement ses réponses.

Boîte à variation continue

L'objet de cette étude est la validation partielle des solutions constructives retenues pour la réalisation d'une boîte de vitesse à variation continue développée par le constructeur automobile AUDI.

Fonctionnement de la transmission

La chaîne d'énergie d'une voiture automobile peut être schématisée par :



La transmission permet de fournir aux roues motrices de la voiture la puissance du moteur. Elle contribue également à l'optimisation de la consommation en permettant d'adapter les performances attendues sur les roues, aux caractéristiques du moteur.

Sur la majorité des voitures de tourisme, cette transmission est constituée, d'une boîte de vitesses mécanique, d'un différentiel, d'un embrayage et d'un joint d'accouplement.

- 1 - Ordonner ces composants sur un schéma de la chaîne d'énergie et préciser la fonction de chacun d'eux.

L'amélioration du confort pousse les constructeurs à implanter des boîtes automatiques. Un coupleur se substitue à l'embrayage et les vitesses sont changées automatiquement à partir de mesures appréhendées par des capteurs judicieusement placés.

Certains constructeurs proposent, aujourd'hui, des transmissions à variation continue. Cette solution permet, théoriquement, de bénéficier du fonctionnement optimal du moteur pour toute la plage de vitesse du véhicule.

L'objet de cette étude est la validation partielle des solutions constructives de l'une d'elle, la boîte Multitronic développée par AUDI.

Elle est ici implantée sur une A6, équipée d'un motorisation thermique 6 cylindres de 2,8 litres de cylindrée. Ce moteur est caractérisé par une puissance maximale $P_{Max} = 142 \text{ kW}$ pour une vitesse angulaire $\omega_{P_{Max}} = 5500 \text{ tr/min}$ et un couple maximal $C_{Max} = 280 \text{ Nm}$ pour une vitesse angulaire $\omega_{C_{Max}} = 4000 \text{ tr/min}$.

A - Validation des performances du véhicule

Le constructeur annonce que le véhicule, équipé de la boîte Multitronic est capable, entre autres performances, d'atteindre 100 km/h en $8,1 \text{ s}$.

On se propose de vérifier la faisabilité de cette performance puis d'estimer le temps nécessaire au même véhicule équipé successivement d'une boîte mécanique puis d'une boîte automatique conventionnelle.

La modélisation du véhicule est schématisée figure 1.

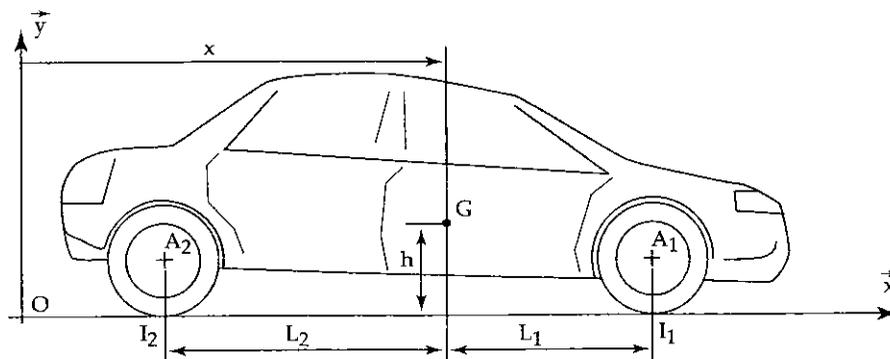


figure 1

Cette modélisation est plane car on suppose que le véhicule se déplace en ligne droite sur un sol horizontal, qu'il est correctement équilibré et que l'adhérence des roues de droite est la même que celles des roues de gauche.

Le véhicule est une traction, seules les roues avant sont motrices. On néglige la masse et l'inertie des roues.

La masse de l'ensemble du véhicule est $M = 1700 \text{ kg}$, son centre d'inertie G est tel que : $h = 0,55 \text{ m}$, $L_1 = 1,20 \text{ m}$, $L_2 = 1,60 \text{ m}$. L'empattement du véhicule est : $L = L_1 + L_2 = 2,80 \text{ m}$.

Le point G a pour coordonnées $(x, h, 0)$ dans le repère $R(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ supposé galiléen.

Le véhicule est soumis :

- à l'accélération de la pesanteur, modélisée par une force appliquée en G : $\vec{g} = -g\vec{y}$
($g = 9,81 \text{ m/s}^2$)
- à la résistance à l'avancement, modélisée par : $\vec{R} = -R_{av}\vec{x}$.

Cette résistance est supposée appliquée également en G . Elle est constituée de la résistance aérodynamique $\vec{R}_a = -R_a\vec{x}$ de support passant un peu au dessus de G et de la résistance des pneus $\vec{R}_p = -R_p\vec{x}$ s'appliquant au niveau du sol. Les valeurs relatives de ces deux actions justifient l'hypothèse.

La résistance aérodynamique est de la forme $R_a = \frac{1}{2}\rho_{air}SC_xV^2$ avec :

- V la vitesse de G par rapport au sol
- $\rho_{air} = 1,3 \text{ kg/m}^3$ la masse volumique de l'air
- $S = 2,35 \text{ m}^2$ la surface frontale du véhicule
- $C_x = 0,3$ le coefficient de pénétration dans l'air.

Pour la résistance des quatre pneus, on retient le modèle $R_p = kV$ avec $k = 4 \text{ N sm}^{-1}$.

$$\text{On pose } P_1 = \frac{MgL_2}{L} = 9530 \text{ N}.$$

On modélise l'action du sol sur la paire de roues i ($i = 1$ pour avant et $i = 2$ pour arrière) par une force F_i (de composantes normale N_i et tangentielle T_i) s'appliquant en I_i . On néglige l'inertie des roues. La résistance au glissement est quantifiée par un modèle de Coulomb de coefficient $\mu = 0,9$ (sol sec, pneus neufs). Les liaisons des roues au véhicule sont modélisées par des liaisons pivots parfaites.

- 2 - En écrivant une équation de dynamique judicieusement choisie, montrer que l'une des composantes T_i est nulle en phase d'accélération.
- 3 - Ecrire le théorème de la résultante, en projection sur \vec{x} , appliqué à l'ensemble Σ du véhicule. Exprimer T_1 en fonction de M , \ddot{x} et R_{av} .
- 4 - Ecrire le théorème du moment dynamique en I_2 , en projection sur \vec{z} , appliqué à l'ensemble Σ du véhicule. Exprimer N_1 en fonction de M , L , L_2 , h , g , \ddot{x} et R_{av} . En déduire une relation liant N_1 à T_1 , h , L et P_1 .
- 5 - Exprimer l'effort T_1 maximal (T_{1Max}) transmissible du sol vers les roues en fonction de P_1 , μ , h et L . Calculer la valeur numérique de T_{1Max} .

A1 - Performance réalisée avec la boîte Multitronic

Pour la suite du problème, on utilise la valeur approchée $T_{1Max} = 7250 \text{ N}$.

- 6 - Au démarrage et pendant une première phase, l'accélération est limitée par l'adhérence des pneus sur la route. En considérant que l'ensemble de la transmission a un rendement $\eta = 0,9$ et que la puissance disponible délivrée par le moteur est P_{Max} , calculer la vitesse v_{adh} atteinte à la fin de cette phase.

- 7 - Calculer le temps d'accélération $t_{0 \rightarrow v_{adh}}$ du véhicule de 0 km/h à v_{adh} en supposant que pendant toute cette phase, l'effort appliqué au véhicule par la route pour le faire accélérer est T_{1Max} . Pour trouver rigoureusement ce temps d'accélération, il faudrait résoudre une équation différentielle non linéaire. Approximer la solution en prenant une valeur constante pour R_{av} maximisant $t_{0 \rightarrow v_{adh}}$ et justifier la valeur choisie.
- 8 - Calculer le temps d'accélération $t_{v_{adh} \rightarrow 100}$ du véhicule de v_{adh} à 100 km/h pendant lequel ce qui limite l'accélération du véhicule est la puissance du moteur affectée du rendement de la transmission.
- 9 - En déduire le temps d'accélération $t_{0 \rightarrow 100}$ du véhicule de 0 à 100 km/h . Comparer ce temps à celui annoncé par le constructeur et proposer une analyse critique du résultat.

A2 - Performance réalisée avec une boîte mécanique

Dans le cas d'une boîte mécanique, pour réaliser une accélération de 0 à 100 km/h la plus rapide possible, on peut procéder de deux façons différentes :

- On cale le moteur à une vitesse de rotation située entre $\omega_{C_{Max}}$ et $\omega_{P_{Max}}$ et on embraye, rapport de seconde enclenché, en faisant patiner l'embrayage sur quasiment toute la phase d'accélération. On dispose alors en permanence d'une puissance ou d'un couple proches de leur maximum. On est alors assuré de réaliser un bon temps si on maîtrise la manoeuvre (il n'est pas conseillé de la refaire plusieurs fois, si on souhaite conserver longtemps son embrayage en état de fonctionnement).
- On enclenche le rapport de première, on embraye rapidement et on augmente la vitesse angulaire du moteur proportionnellement à la vitesse linéaire du véhicule. Arrivé à $\omega_{P_{Max}}$ on passe la seconde, le régime moteur chute, on l'augmente à nouveau, proportionnellement à la vitesse du véhicule et avec le coefficient de proportionnalité correspondant au rapport de seconde.

On se propose d'estimer le temps nécessaire pour atteindre 100 km/h avec cette deuxième méthode. Le moteur est utilisé entre $\omega_{M_{min}} = 1000 \text{ tr/min}$ et $\omega_{P_{Max}} = 5500 \text{ tr/min}$.

À la vitesse angulaire du moteur $\omega_{M_{min}}$, les rapports de première et de seconde permettent des vitesses du véhicule respectivement de $v_{1m} = 9,2 \text{ km/h}$ et $v_{2m} = 18,2 \text{ km/h}$.

Le rendement de la transmission est $\eta_{tr} = 0,93$.

- 10 - Montrer que l'accélération de 0 à 100 km/h peut être réalisée uniquement avec les rapports de première et de seconde. Calculer la vitesse maximale v_{12} de passage en seconde pendant cette accélération. Pourquoi cette valeur est-elle optimale ?
- 11 - Montrer qu'à la vitesse v_{12} en première, on dispose de l'effort T_{1Max} .

On vérifie aisément que T_{1Max} est disponible sur toute la plage d'utilisation de la première vitesse. De ce fait, par un calcul analogue à celui de la question 7, on montre que le temps $t_{0 \rightarrow v_{12}}$ d'accélération de 0 km/h à la vitesse v_{12} est $t_{0 \rightarrow v_{12}} = 3,3 \text{ s}$.

Pour déterminer le temps $t_{v_{12} \rightarrow 100}$ d'accélération de la vitesse v_{12} à 100 km/h il faut connaître la puissance disponible en fonction de la vitesse du véhicule variant de v_{12} à 100 km/h . Pour cela, on modélise le couple disponible délivré par le moteur par une fonction polynomiale de sa vitesse angulaire :

$$C(\omega) = a\omega^2 + b\omega + c$$

- 12 - Combien de relations scalaires sur a , b et c fonctions des données P_{Max} , $\omega_{P_{Max}}$, C_{Max} , $\omega_{C_{Max}}$ peut on obtenir ? En analysant les données, critiquer le modèle retenu.
- 13 - Exprimer les trois relations qui lient les paramètres (a, b, c) successivement à C_{Max} , puis à $\omega_{P_{Max}}$ et finalement à $(\omega_{P_{Max}}$ et $P_{Max})$.

La résolution de ce système d'équations donne :

- $a = -1,369 \cdot 10^{-3} \text{ N.m.rad}^{-2} \cdot \text{s}^2$
- $b = 1,149 \text{ N.m.rad}^{-1} \cdot \text{s}$
- $c = 38,95 \text{ N.m}$

- 14 - Vérifier que le modèle fournit une valeur $\omega_{C_{Max}}$ proche de 4000 tr/mn . Conclure quant à la validité du modèle.
- 15 - Donner la forme numérique de l'équation différentielle caractérisant l'évolution de $\omega(t)$ pendant la phase d'accélération de v_{12} à 100 km/h . Donner la condition initiale nécessaire à la résolution.

Une résolution numérique conduit à un temps $t_{v_{12} \rightarrow 100}$ d'accélération de la vitesse v_{12} à 100 km/h égal à $5,5 \text{ s}$. On en déduit que $t_{0 \rightarrow 100} = 8,8 \text{ s}$. Ce temps calculé est supérieur à celui réalisé avec la boîte Multitronic.

A3 - Performance réalisée avec une boîte automatique

Dans le cas d'une boîte automatique classique, on utilise dans la chaîne de transmission de puissance un coupleur convertisseur de couple à la place de l'embrayage. Sa principale caractéristique est de créer, dans une plage du fonctionnement, une multiplication du couple transmis.

On a représenté figure 2 le rapport $K = \frac{C_t}{C_p}$ du couple délivré par la turbine liée à la boîte (sortie) par celui délivré à la pompe liée au moteur (entrée), fonction du rapport de vitesse $\rho_{cc} = \frac{\omega_t}{\omega_p}$. Cette caractéristique $K(\rho_{cc})$ est modélisée par deux segments de droites.

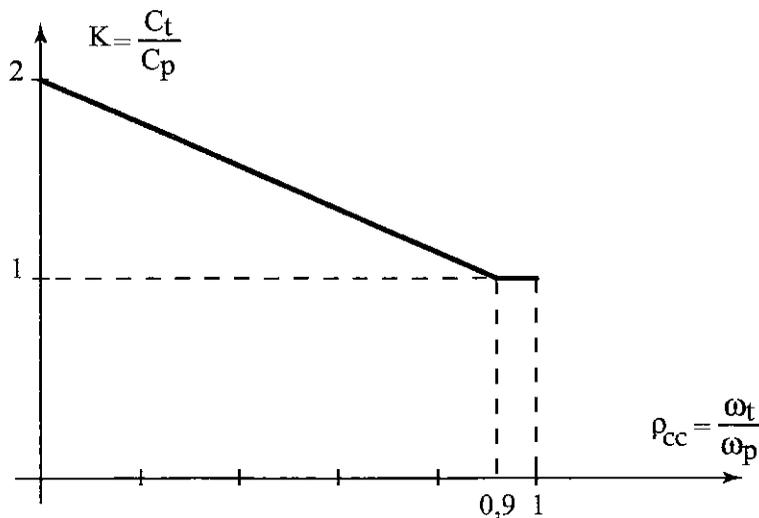


figure 2

- 16 - Donner la fonction rendement du coupleur convertisseur $\eta_{cc}(\rho_{cc})$. Tracer le graphe de cette fonction pour ρ_{cc} compris entre 0 et 1.
- 17 - Sachant qu'un coupleur convertisseur va travailler avec ρ_{cc} compris entre 0,6 et 0,95 dans la phase d'accélération de 0 à 100 km/h où l'accélération n'est pas limitée par l'adhérence des pneus mais par la puissance moteur, et que par ailleurs le reste de la transmission a un rendement $\eta_{tr} = 0,93$, donner la plage d'évolution du rendement total η_{bva} de la boîte automatique classique lorsque $\rho_{cc} \in [0,6; 0,95]$.
Pensez-vous que ce véhicule peut atteindre 100 km/h en $8,1 \text{ s}$? Justifier.

B - Validation du variateur à chaîne de la boîte Multitronic.

L'objet de cette partie est de valider partiellement la pertinence de l'implantation d'une boîte à variation continue à chaîne et d'en estimer les caractéristiques principales.

La boîte Multitronic est représentée à l'échelle 1/2 sur le document I et schématisée sur le document II. Une description fonctionnelle partielle est donnée sur le document IV. Cette transmission se caractérise par l'utilisation d'un variateur à chaîne. Celui-ci est principalement constitué d'une poulie dite d'entrée, entraînée par l'arbre de sortie du réducteur intermédiaire et d'une poulie de sortie liée au pignon d'attaque du différentiel. Chacune de ces poulies est constituée d'un flasque fixe et d'un flasque mobile. La variation continue du rapport de transmission est assurée par le réglage de la position relative de ces flasques mobiles (voir document III). Le lien entre les deux poulies est appelé 'chaîne'. Il se comporte comme une courroie de raideur très grande car l'entraînement est assuré par la friction latérale des 'maillons' sur les flasques. L'effort presseur nécessaire à cette adhérence est généré par la pression de l'huile dans les chambres Ch_1 .

18 - En supposant un rendement global de la transmission $\eta = 0,9$, calculer la vitesse maximale V_{Max} du véhicule permise par la puissance maximale P_{Max} disponible au moteur. Pour ce rapport de transmission, calculer la vitesse du véhicule pour une vitesse angulaire de 1000 tr/min du moteur.

Pour la boîte Multitronic étudiée, le constructeur a conservé le rapport de transmission minimal de la version à boîte manuelle, soit $9,2 \text{ km/h}$ à 1000 tr/min mais il a choisi un rapport maximal de $55,2 \text{ km/h}$ à 1000 tr/min .

19 - Proposer une justification de ce choix par rapport aux critères de prestations attendues de la voiture par l'automobiliste.

B1 - Analyse du rapport de transmission du variateur.

Dans cette partie, on se propose d'estimer les rayons d'enroulement de la chaîne sur les poulies.

La boîte, ainsi réalisée, a une 'ouverture' (quotient du rapport maximal (55,2) par le rapport minimal (9,2)) de 6,0. Cette valeur est obtenue en utilisant :

- le rayon minimal R_{emin} de la poulie d'entrée et le rayon maximal R_{sMax} de la poulie de sortie pour réaliser le rapport minimal de $9,2 \text{ km/h}$ pour 1000 tr/min
- le rayon maximal R_{eMax} de la poulie d'entrée et le rayon minimal R_{smin} de la poulie de sortie pour réaliser le rapport maximal de $55,2 \text{ km/h}$ pour 1000 tr/min .

La géométrie du variateur est telle que $R_{sMax} = R_{eMax}$ et $R_{smin} = R_{emin}$.

On pose $\frac{1}{\rho} = \frac{\omega_s}{\omega_e} = \frac{R_e}{R_s}$ le rapport de transmission du variateur.

Remarque : Dans la suite du texte, par simplification des écritures, il arrivera que ρ ou $\frac{1}{\rho}$ soit appelé le rapport de transmission.

20 - Calculer les valeurs extrêmes de ρ , c'est à dire ρ_{Max} et ρ_{min} .

Les valeurs constructeur : 0,4 et 2,4 sont retenues dans la suite du problème.

Soit e l'entraxe des deux poulies et \bar{R} le rayon moyen d'enroulement de la chaîne sur chacune d'elles, c'est à dire le rayon assurant $\rho = \frac{\bar{R}}{\bar{R}} = 1$.

21 - Exprimer la longueur L de la chaîne en fonction de e et \bar{R} , lorsque $\rho = 1$.

- 22 - Exprimer cette longueur L en fonction de e , R_e , R_s et l'angle χ défini par :
 $\sin \chi = \frac{R_s - R_e}{e}$ et représenté sur la figure 3 dessinée pour une valeur quelconque de ρ ($\rho > 1$).

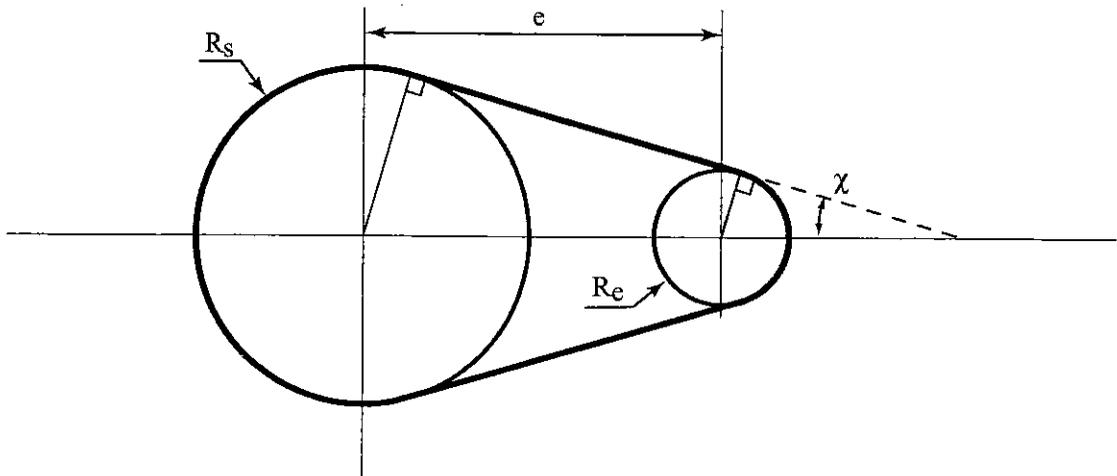


figure 3

- 23 - Donner une valeur minimale de e (correspondant à l'encombrement minimal) en fonction de $R_{sMax} = R_{eMax}$. En déduire une valeur maximale de χ pour les valeurs extrêmes de ρ .
- 24 - Montrer qu'alors, en faisant une approximation justifiée par la réponse à la question précédente, l'inextensibilité de la chaîne conduit à l'égalité $\pi(R_s + R_e - 2\bar{R}) = -e\chi^2$.
- 25 - Partant de la situation $\rho = 1$, lorsque ρ augmente, le rayon R_s d'enroulement sur la poulie de sortie augmente et celui sur la poulie d'entrée (R_e) diminue. Comparez ces deux variations de rayons.

La résolution de l'équation obtenue à la question 24 conduit aux expressions approchées :

$$R_e = \frac{2\bar{R}}{\rho + 1} \text{ et } R_s = \frac{2\rho\bar{R}}{\rho + 1}.$$

B2 - Analyse de l'effort axial.

Dans cette partie on se propose d'estimer l'effort axial sur les flasques des poulies nécessaire à la transmission du couple maximal du moteur.

On considère la chaîne comme un milieu continu infiniment flexible et reposant sur chaque flasque de la poulie d'entrée suivant un rayon d'enroulement R_e et un angle α . Les surfaces actives des flasques sont des cônes dont les génératrices font un angle β avec le plan normal à leur axe. La tension dans la chaîne est $t(\theta)$ pour θ variant de 0 à α . Le brin 'tendu' est celui du coté de $\theta = \alpha$. Le brin mou est celui du coté de $\alpha = 0$. C'est à dire que $t(\alpha) > t(0) = t_0$.

Conformément à la figure 4, on isole un élément infinitésimal de chaîne de longueur $R_e d\theta$. Il est soumis à chacune de ses extrémités à une tension $t(\theta - \frac{d\theta}{2})$ et $t(\theta + \frac{d\theta}{2})$.

En contact sur chacun de ses cotés avec les flasques, il est soumis à un effort infinitésimal de composante tangentielle dT et de composante normale dN .

Le frottement entre flasques et chaîne est modélisé par les lois de Coulomb de coefficient f .

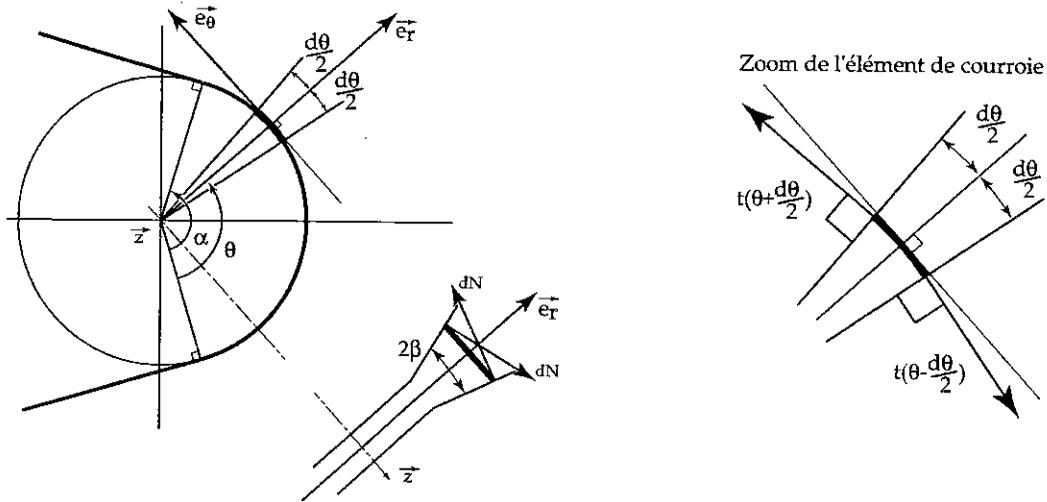


figure 4

Le calcul est effectué en négligeant les effets dynamiques s'exerçant sur la chaîne.

- 26 - Déterminer l'équation de statique en projection sur \vec{e}_r reliant t , dN , β et $d\theta$. Déterminer l'équation de statique en projection sur \vec{e}_θ reliant t , dT et $d\theta$.
- 27 - En se plaçant à la limite du glissement pour cet élément de chaîne et en faisant les approximations liées au fait que $d\theta$ est 'très petit', déterminer l'équation différentielle liant $t(\theta)$ à f et β .
- 28 - En déduire l'expression de la tension dans la chaîne fonction de α , f et β .
- 29 - Donner l'expression du couple C_{ch} transmis par cette chaîne en fonction de R_e , t_0 , f , α et β .
- 30 - Donner l'expression de l'effort axial minimal F_{min} que l'on doit exercer sur le flasque pour transmettre le couple C_{ch} sans qu'il y ait glissement de la chaîne sur les flasques.
- 31 - Déterminer les valeurs numériques de F_{min} , t_0 et $t(\alpha)$.
avec $C_{chMax} = 300 \text{ Nm}$ $\beta = 10^\circ$ $f = 0,1$ $R_{e_{min}} = 35 \text{ mm}$ $\alpha = 150^\circ$
- 32 - Justifier alors l'emploi d'une chaîne métallique à la place d'une simple courroie non métallique.
- 33 - Montrer que F_{min} s'exprime en fonction de C_{ch} , \bar{R} , β , ρ et f par :

$$F_{min} = \frac{\cos \beta}{4f} \frac{C_{ch}}{\bar{R}} (\rho + 1)$$

Tracer l'évolution de F_{min} en fonction de ρ , lorsque ρ passe de 2,4 (démarrage) à 0,4 (vitesse maxi) et que l'on fait transiter, pendant toute cette phase, le couple maximal C_{chMax} . Préciser sur cette courbe les valeurs numériques remarquables.

Ainsi, F_{min} est fonction de quantités constantes, ou supposées constantes : rayon moyen des poulies \bar{R} , angle des cônes des flasques β , coefficient de frottement f et de quantités variables au cours du fonctionnement : rapport de transmission ρ , couple à transmettre C_{ch} .

- 34 - Proposer une loi d'évolution de l'effort presseur F réellement appliqué par le flasque sur la chaîne en fonctionnement, en précisant les critères qui vous conduisent à ce choix.

B3 - Analyse de la phase : variation du couple.

La solution retenue pour exercer l'effort presseur F du flasque mobile de la poulie motrice sur la chaîne consiste à appliquer une pression p dans la chambre Ch_1 du vérin appelé vérin d'application. Nous avons précédemment constaté que F_{min} est proportionnel au couple transmis.

La solution retenue pour adapter l'effort presseur au couple à transmettre consiste à utiliser conjointement un mécanisme à billes montant sur des rampes lorsque le couple augmente et un système hydraulique de multiplication de l'effort grâce à un vérin 'moteur' et un vérin 'récepteur' (le vérin d'application) de sections différentes.

Le mécanisme à billes (en partie représenté figure 5, et sur les documents I et II) est constitué de deux plateaux (G et D) d'un ensemble de billes en acier, dont les centres sont situés sur un rayon R_r , chaque bille étant positionnée entre 4 plans inclinés d'un angle $\pm\gamma$ par rapport au plan radial contenant les centres des billes.

Pour chaque groupe de 4 plans

- les deux de gauche sont liés au pignon (5) entraîné par le moteur via un train épicycloïdal défini en partie C
- les deux de droite sont liés au vérin 'moteur' de section S_m .

Au repos (pas de couple appliqué) la distance entre les intersections de plans est λ (voir figure 5). Lorsqu'un couple transite, il se crée un décalage angulaire $\delta\theta$ entre le pignon (5) et le vérin 'moteur', proportionnel à l'écartement e des plans.

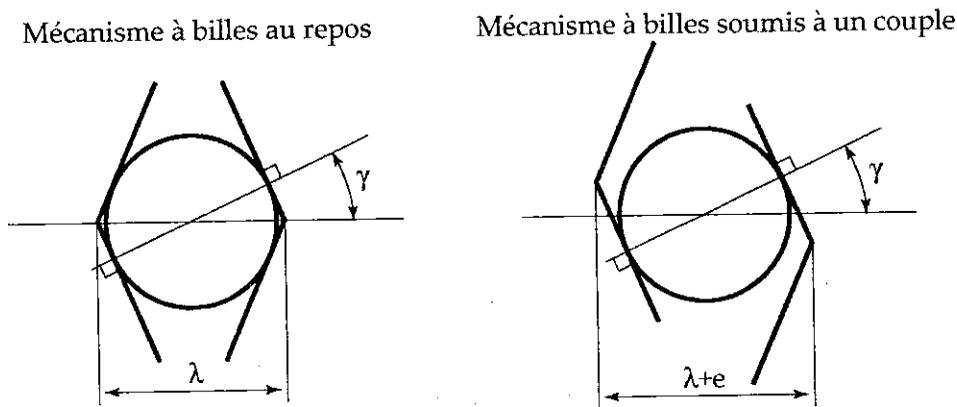


figure 5

- 35 - En supposant les liaisons billes/plans parfaites et un fonctionnement sans effet dynamique, montrer que le couple moteur C_b transmis par l'ensemble des billes est relié à l'effort axial F_b exercé par l'ensemble des billes sur le vérin 'moteur' par $C_b = R_r F_b \tan \gamma$.

On suppose dans un premier temps un volume fermé de fluide incompressible reliant le vérin 'moteur' de section S_m et le vérin 'récepteur' de section S_r . Ce vérin 'récepteur' est le seul à exercer une action sur le flasque, contribuant à créer l'effort presseur sur la chaîne. Le vérin de réglage n'exerce pas d'effort et on néglige celui exercé par le ressort R . (Voir figure 6).

- 36 - En écrivant successivement l'équilibre en translation du vérin 'moteur' puis celui du vérin 'récepteur', donner la relation liant l'effort presseur F , exercé par le flasque sur la chaîne, au couple C_b .

- 37 - En retenant un coefficient de sécurité $s > 1$ tel que $F = s F_{min}$ et $C_b = C_{ch} = \frac{2f R_e}{\cos \beta} F_{min}$ (d'après la partie B2), exprimer γ en fonction de S_m , S_r , s , β , R_e , R_r et f .

Faire l'application numérique avec $s = 1,2$; $\frac{S_r}{S_m} = 4$; $R_r = 40 \text{ mm}$ et les valeurs numériques de la question 31.

- 38 - Préciser l'effet sur le fonctionnement du variateur d'un angle γ :

- nettement plus faible que la valeur trouvée précédemment,
- nettement plus grand que la valeur trouvée précédemment.

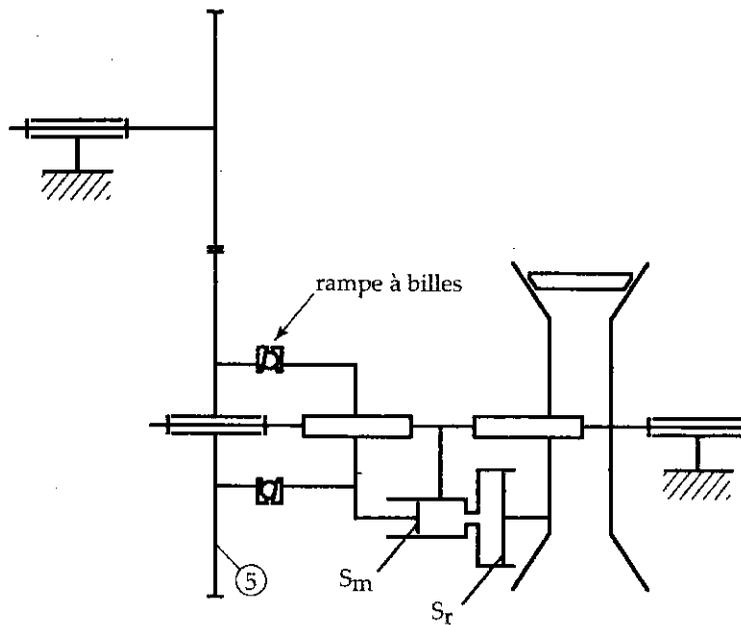


figure 6

En réalité la position axiale du pignon (5) ne varie pas lorsque celle du flasque de gauche de la poulie motrice varie. Il faut donc pouvoir faire varier le volume de fluide contenu entre les vérins 'moteur' et 'récepteur'. En conséquence, le volume de fluide n'est pas fermé, mais est alimenté par une arrivée de fluide, canalisation T1 sur Document I, dont la pression peut atteindre 8,1 MPa.

39 - Vérifier, sachant que le dessin est à l'échelle 1/2, que le vérin peut générer, avec un coefficient de sécurité $s = 1,2$, l'effort presseur minimal F_{min} . On prendra $F_{min} = 42000 \text{ N}$.

Pour que la pompe qui alimente le volume de fluide par l'intermédiaire de la canalisation T1 ne fasse monter en pression ce fluide que de la valeur nécessaire et non pas jusqu'à la limite $p_{max} = 8,1 \text{ MPa}$, il faut que ce fluide puisse s'échapper suivant une restriction hydraulique créant une perte de charge juste suffisante pour assurer la pression nécessaire à l'application de l'effort presseur F par le vérin d'application.

Cet échappement du fluide se fait par la canalisation T2 et la restriction hydraulique variable est créée par l'obturation partielle de cette canalisation par la partie mobile en translation du mécanisme de rampes à billes décrit précédemment.

A partir d'une valeur donnée C_{50} de couple transmis au mécanisme à billes par le pignon (5), tournant à une vitesse constante $\dot{\theta}_{50}$, et créant un effort presseur F_0 assurant un coefficient de sécurité s , c'est à dire $C_{50} = \frac{2 f R_e}{\cos \beta} F_{min} = \frac{2 f R_e F_0}{\cos \beta s}$, on se propose de calculer la variation d'effort presseur ΔF créée par une variation ΔC_r du couple résistant exercé sur le flasque par la chaîne. La valeur initiale de C_r est $C_{r0} = C_{50}$.

Situation à l'équilibre, couple résistant constant C_{r0} : Equations de statique.

Les équations du problème sont :

1. L'équation d'équilibre du (pignon 5 + plateau G) :

$$C_{50} - R_r \tan \gamma F_{b0} = 0$$

2. L'équation d'équilibre en translation du vérin 'moteur' à la pression p_0

utilisée à la question 36

3. L'équation d'équilibre en translation du vérin 'récepteur'

(vérin d'application) à la pression p_0 utilisée à la question 36

4. L'équation d'équilibre en rotation de l'ensemble tournant (pignon (5), mécanisme à billes, vérins 'moteur' et 'récepteur', flasques de la poulie motrice)

$$C_{50} - C_{r0} = 0$$

5. L'équation de cinématique du mécanisme de rampes à billes, écartement e_0 , décalage angulaire $\delta\theta_0$, position angulaire du pignon (5) θ_5 , position angulaire du flasque θ_{fl} :

$$\theta_5 - \theta_{fl} = \delta\theta_0 = \frac{e_0}{R_r \tan \gamma} \text{ soit en vitesse } \dot{\theta}_{50} - \dot{\theta}_{fl0} = 0$$

Situation lors de la variation de couple résistant ΔC_r : Equations de dynamique.

- 40 - En supposant les liaisons parfaites, écrire l'équation de dynamique 1', associée à l'équation de statique 1.

notations :

- couple exercé par le pignon (5) sur le mécanisme à billes $C_5 = C_{50} + \Delta C_5$
- force exercée par l'ensemble des billes sur le vérin 'moteur' $F_b = F_{b0} + \Delta F_b$
- inertie en rotation du pignon (5) J_5
- position angulaire du pignon (5) θ_5

- 41 - En supposant la masse des billes négligeable et les liaisons parfaites, écrire l'équation de dynamique 2', associée à l'équation de statique 2.

notations :

- force exercée par l'ensemble des billes sur le vérin 'moteur' $F_b = F_{b0} + \Delta F_b$
- pression du fluide $p = p_0 + \Delta p$
- masse de l'ensemble en translation m_m
- écartement des rampes $e = e_0 + \Delta e$

- 42 - En supposant les liaisons parfaites, les actions du ressort et du vérin de réglage nulles, écrire l'équation de dynamique 3', associée à l'équation de statique 3.

notations :

- effort presseur $F = F_0 + \Delta F$
- pression du fluide $p = p_0 + \Delta p$

remarque : dans cette partie, on considère que le rapport de transmission ρ est constant, donc le flasque ne se déplace pas en translation.

- 43 - En supposant la masse des billes négligeable et les liaisons parfaites, écrire l'équation de dynamique 4', associée à l'équation de statique 4.

notations :

- couple exercé par le pignon (5) sur le mécanisme à billes $C_5 = C_{50} + \Delta C_5$
- couple résistant exercé par la chaîne sur les flasques $C_r = C_{r0} + \Delta C_r$
- inertie en rotation du pignon (5) J_5
- inertie en rotation de l'ensemble tournant à la vitesse des flasques J_{fl}
- position angulaire du pignon (5) θ_5
- position angulaire de l'ensemble tournant à la vitesse des flasques θ_{fl}

- 44 - Ecrire l'équation 5' . associée à l'équation 5.

notations :

- écartement des rampes $e = e_0 + \Delta e$

- position angulaire du pignon (5) θ_5
- position angulaire de l'ensemble tournant à la vitesse des flasques θ_{fl}

45 - Par différence des équations k' - k pour k variant de 1 à 4, former les 4 équations k'' du problème à conditions initiales nulles.

Au problème constitué des équations 1'' à 4'' et 5', on ajoute :

- une loi de comportement de la restriction hydraulique : $\Delta p = k \Delta e$
- une hypothèse de fonctionnement du moteur du véhicule : $\ddot{\theta}_5 = 0$

On obtient alors un problème à 7 équations et 8 inconnues.

On se donne l'entrée du problème : La variation de couple résistant ΔC_R .

On cherche la variation d'effort presseur ΔF qui en résulte.

46 - Reproduire et compléter le schéma bloc donné figure 7. Sur ce schéma, on a représenté les fonctions $f(p)$ transformées de Laplace des fonctions f du temps définies précédemment.

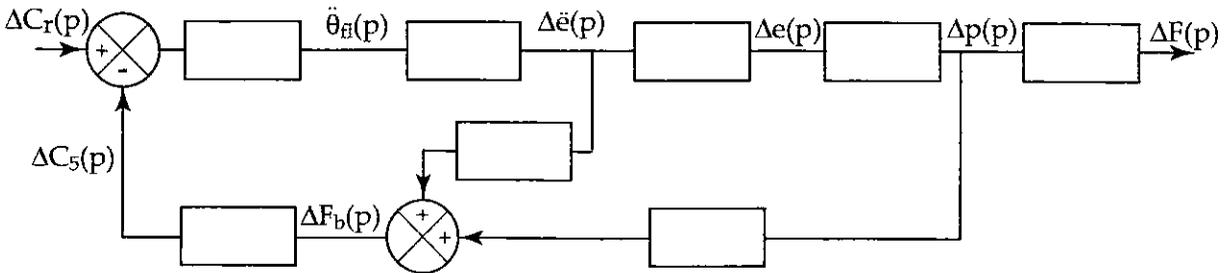


figure 7

Après transformation, on obtient le schéma bloc représenté figure 8.

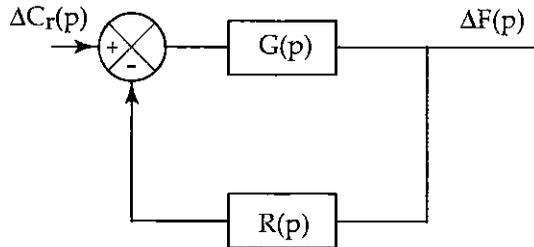


figure 8

47 - Donner l'expression des fonctions de transfert $G(p)$ et $R(p)$. En déduire la fonction de transfert $H(p)$ telle que $\Delta F(p)$ soit donné par $\Delta F(p) = H(p)\Delta C_r(p)$. Montrer que cette fonction peut se mettre sous la forme $H(p) = \frac{K}{1 + \frac{p^2}{\omega_0^2}}$ où K , et ω_0 sont des coefficients que l'on déterminera.

48 - Donner la réponse $\Delta F(t)$ à un échelon de variation de couple résistant $\Delta C_r(t) = \Delta C_{r0} u(t)$ en fonction de K , ω_0 , ΔC_{r0} et de t . On rappelle les transformées de Laplace

- de l'échelon $L[u(t)] = \frac{1}{p}$
- de la fonction cosinus $L[\cos(\omega t)u(t)] = \frac{p}{p^2 + \omega^2}$

La solution trouvée oscille indéfiniment du fait de l'absence de frottement dans la modélisation. En réalité, cette oscillation finit par s'arrêter, car il y a des frottements.

49 - Préciser alors la valeur atteinte par $\Delta F(t)$.

50 - Conclure quant à la faculté de la solution choisie d'adapter l'effort presseur F au couple à transmettre, tout phénomène transitoire étant terminé.

B4 - Analyse du système en phase de variation du rapport de transmission.

En phase de démarrage ($\rho = 2,4$) la chambre Ch_2 (Document I) est sans pression car en communication avec le carter du variateur par l'intermédiaire des canalisations T3 (en pointillés) et T4. La chambre Ch_3 du vérin de réglage est non alimentée en huile et le ressort R exerce un effort négligeable devant celui exercé par le vérin d'application.

Lorsque le véhicule accélère, la chambre Ch_3 du vérin de réglage est alimentée en huile à une pression suffisante pour diminuer ρ , mais délivre un effort négligeable devant celui fourni par le vérin d'application. De plus, le flasque se déplaçant vers la droite, l'effort exercé par le ressort, déjà négligé précédemment, diminue.

A partir d'un certain déplacement du flasque vers la droite, en pratique $\rho < 0,8$, (Document III), la canalisation T4 est en relation avec la chambre Ch_1 du vérin d'application à la pression p .

51 - Quelle est l'influence de cette mise en communication des chambres Ch_1 et Ch_2 sur l'effort presseur F ? En supposant que l'effort presseur réalisé à $\rho = 2,4$ est $F = s F_{min}$ avec s un coefficient de sécurité tel que $s = 1,2$, représenter l'évolution, en fonction de ρ , de l'effort presseur F réalisé, sur le graphe de la question 33 représentant l'évolution, en fonction de ρ , de l'effort presseur minimal F_{min} . Pour répondre à cette question, on prendra à nouveau le modèle de la chambre fermée défini figure 6 pour les questions 36 à 38, sans tenir compte de la variation de volume de fluide lorsque ρ varie.

52 - Conclure quant à la pertinence de la solution retenue à adapter l'effort presseur F au rapport de transmission.

C - Analyse de la marche arrière.

Sur le schéma du document II, on a représenté, en amont du variateur, la solution retenue pour réaliser la fonction marche arrière. Cette solution utilise un train épicycloïdal à satellites doubles, associé à un embrayage E et un frein F.

En marche avant, l'embrayage E, fermé, rend solidaire l'arbre de sortie moteur (1) avec le porte satellite (4) lié au pignon entraînant le variateur, le frein F étant ouvert. On a, bien évidemment : $\frac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}} = 1$

En marche arrière, le frein F, fermé, rend solidaire la couronne (3) avec le bâti (0), l'embrayage E étant ouvert. On souhaite alors avoir : $\frac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}} = -1$

53 - Donner alors le quotient $\frac{Z_3}{Z_1}$ du nombre de dents de la couronne (3) par le nombre de dents du pignon de sortie moteur (1). Justifier la nécessité d'une solution par satellites doubles.

54 - On a représenté sur la figure 9 un schéma de fonctionnement du variateur utilisé. Donner les caractéristiques de la vitesse $\vec{V}_{A \in 1/O}$ représentée sur le schéma de droite. Construire par une approche graphique la vitesse $\vec{V}_{O' \in 4/O}$ en justifiant les étapes de construction. En déduire une estimation du rapport $\frac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}}$. Comparer cette valeur à celle de la question précédente.

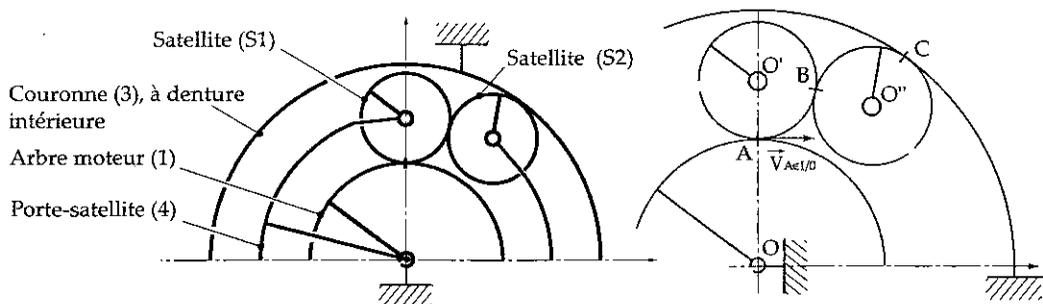
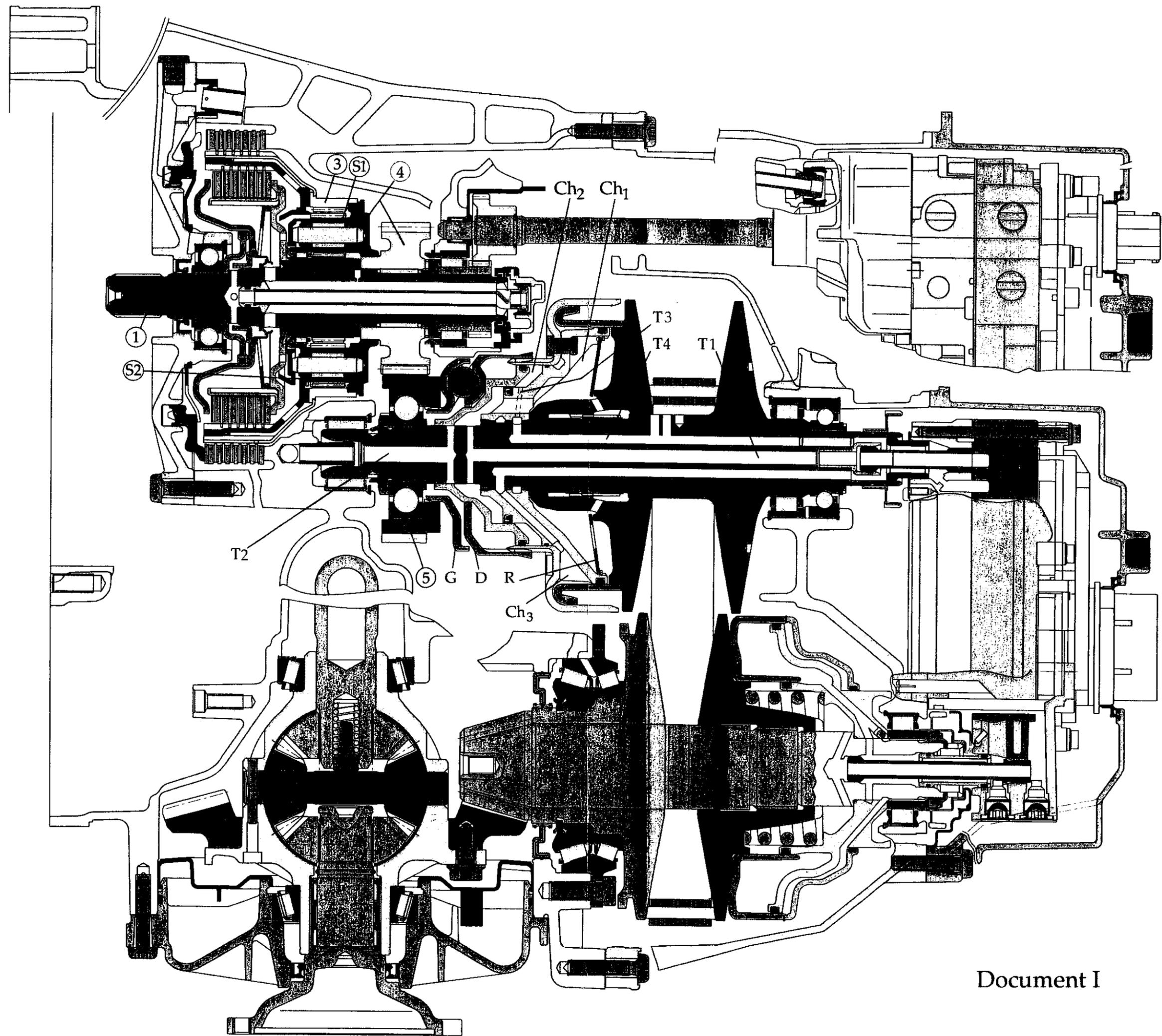
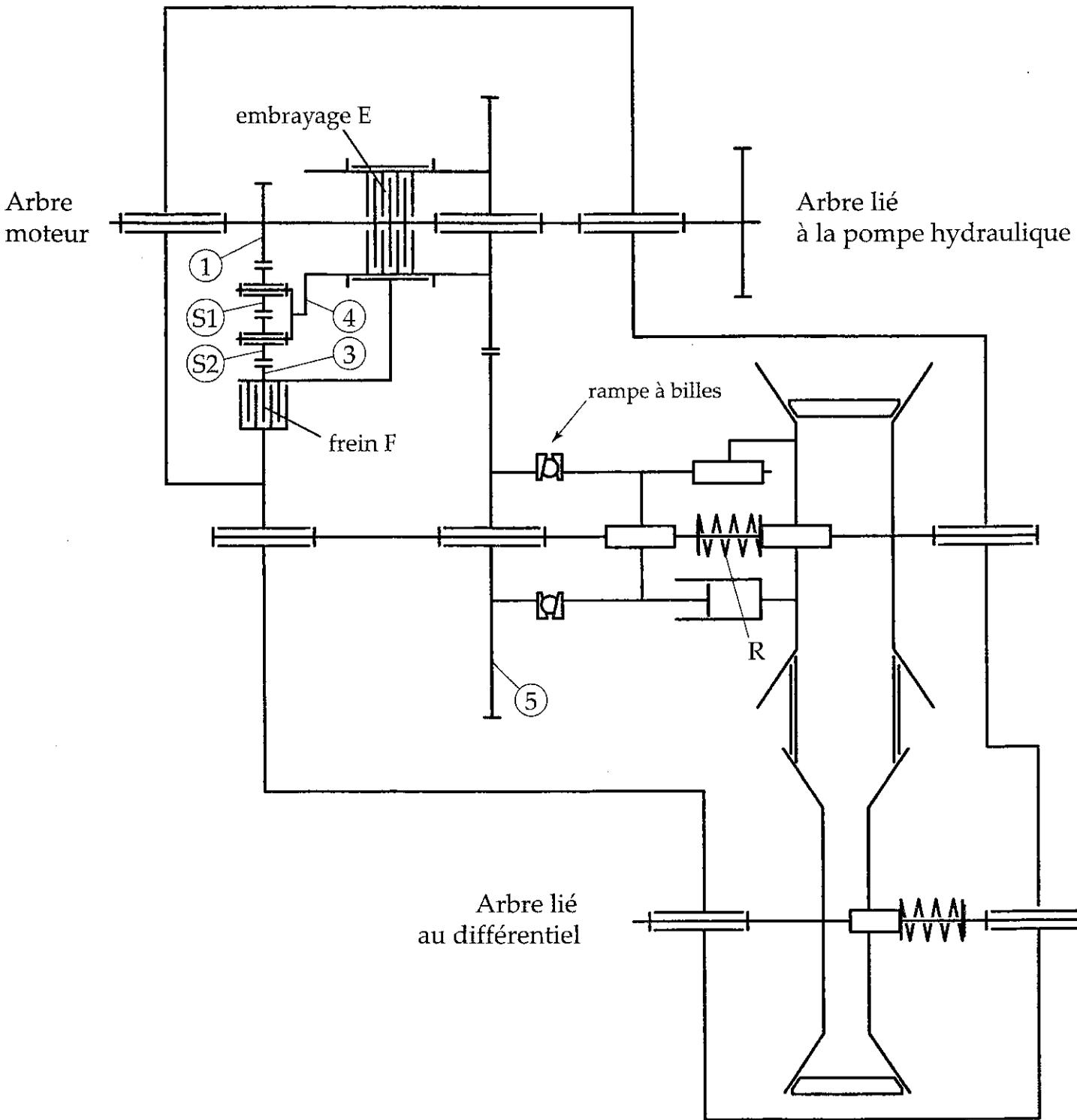
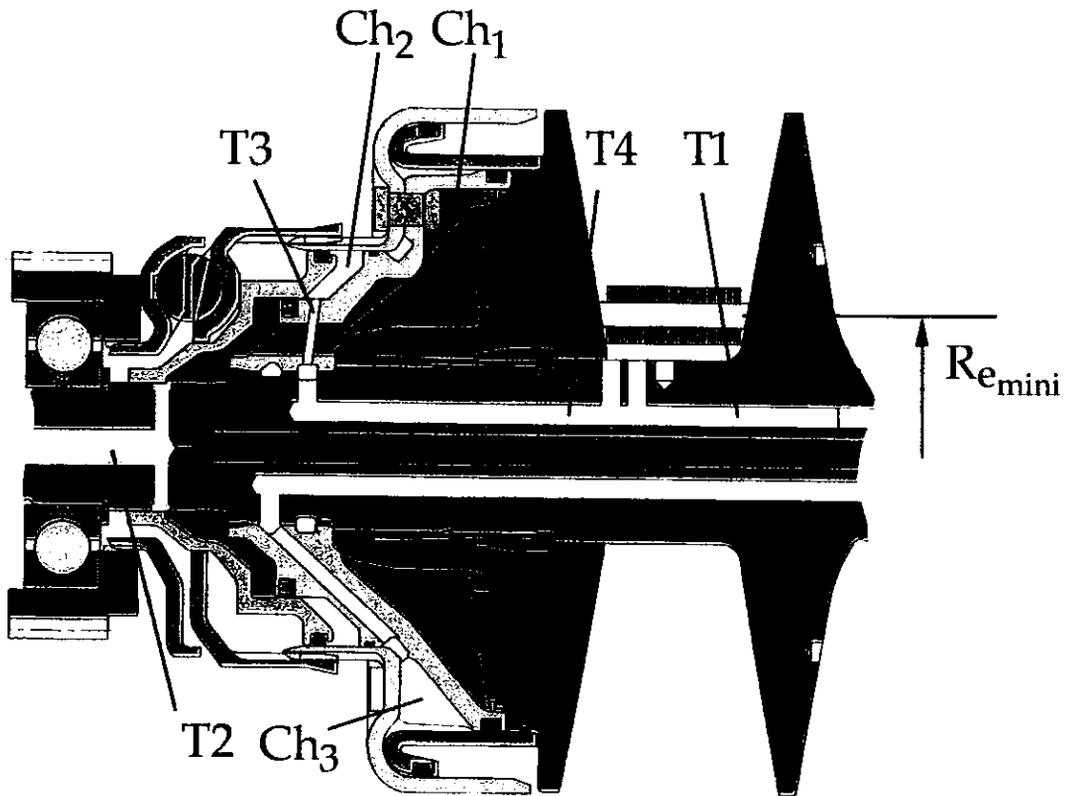


figure 9

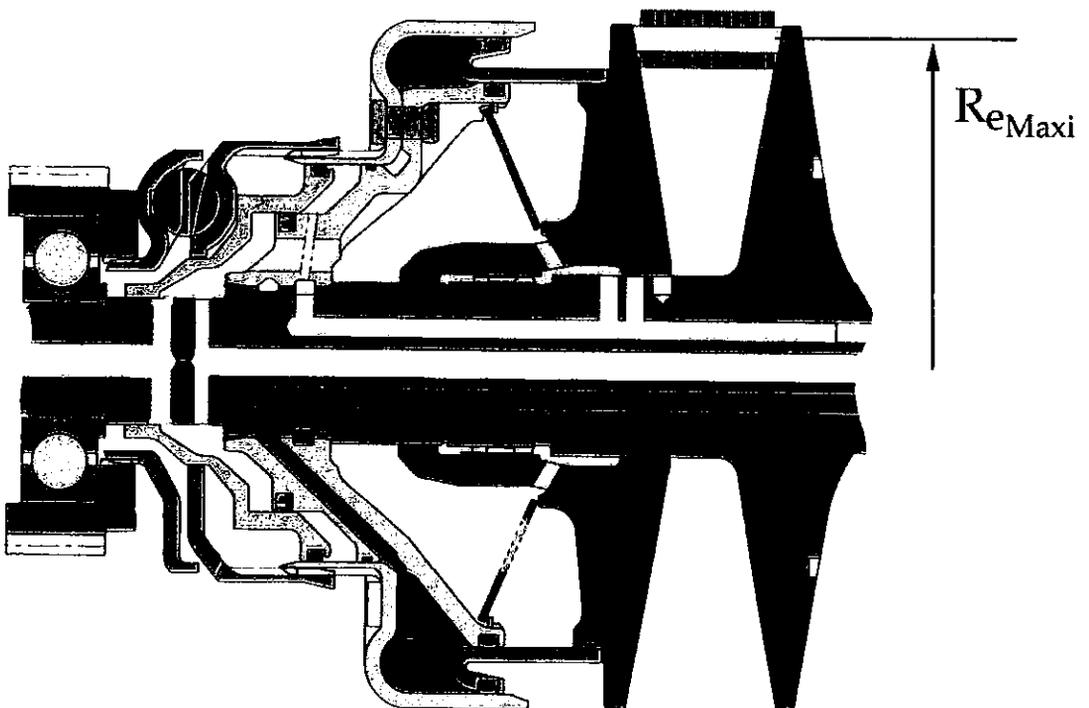




Document II



Poulie d'entrée en position "réducteur"



Poulie d'entrée en position "multiplicateur"

