

Centrale 99 Physique II Option PC

I.A.1) écoulement incompressible : $\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0$, donc $\frac{u_z}{u_x} \approx \frac{h^*}{L^*} \ll 1$

I.A.2) $\frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} \approx \frac{U^*}{h^{*2}}$; $\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} \approx \frac{U^*}{L^{*2}}$; $v \Delta u_x \approx \frac{v U^*}{h^{*2}}$; $(\vec{u} \cdot \text{grad}) u_x \approx \frac{U^{*2}}{L^*}$

I.A.3) $U^* h^{*2} \ll v L^*$

I.B.1)
$$\begin{cases} 0 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g \cos \alpha \\ 0 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + g \sin \alpha + v \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} \end{cases}$$

I.B.2) $p = p_o + \rho g \cos \alpha (h - z)$

I.B.3) condition aux limites : $u_x(z=0) = 0$. Puis : $v \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} = -g \sin \alpha + g \cos \alpha \frac{\partial h}{\partial x}$ On obtient u_x

de l'énoncé si : $\frac{g \cos \alpha h^*}{L^*} \ll g \sin \alpha$, soit $\tan \alpha \gg \frac{h^*}{L^*}$

I.B.4) $D_v = L \int_0^h u_x(z) dz = \frac{g \sin \alpha h^3 L}{3v}$

I.B.5) $h_o L H = D_v T = \frac{g T h_o^3}{3v}$, donc $T = \frac{3v H}{g h_o^2} = 0,12 s$

I.C.1) Un bilan de matière sur le système ouvert compris entre x et $x+dx$, entre t et $t+dt$ donne l'équation (3).

I.C.2) $\frac{h^*}{\tau^*} \approx \frac{g \sin \alpha h^{*3}}{v L^*} \approx \frac{U^* h^*}{L^*}$; $\frac{\partial u_x}{\partial t} \approx \frac{U^* h^{*2}}{v L^*} \ll 1$

I.D1) En remplaçant dans (3), on trouve $h(x,t) = \sqrt{\frac{v x}{g \sin \alpha t}}$

I.D.2) La section de la goutte se conserve, donc : $S_o = \int_0^{x_{av}(t)} h(x,t) dx = \frac{2}{3} \left(\frac{v}{g \sin \alpha t} \right)^{1/2} x_{av}^{3/2}$;

$$x_{av} = \left(\frac{9 S_o^2 g \sin \alpha t}{4} \right)^{1/3}$$

I.D.3) Pour englober un même volume, il faut que $bh = hc + \pi h^2 / 4$ soit $c = b - \pi h / 4$. Alors les aires valent : $S_1 = L(b + 2h)$ et $S_2 = L(c + h + 2\pi h / 4) = L(b + h + \pi h / 4)$

Comme $S_2 < S_1$, les phénomènes de tension superficielle favorisent la solution (2) « arrondie ».

II.A) $x_A - x_o = e \sin \theta \left(1 - \sqrt{\frac{1 - \sin^2 \theta}{n_o^2 - \sin^2 \theta}} \right) \approx e \sin \theta \left(1 - \frac{1}{n_o} \right)$; $e = 4,4 cm$

II.B.1) Les deux ondes qui interfèrent sont l'onde réfléchiée par le miroir et l'onde réfléchiée par l'interface air-huile. Les coefficients de réflexion sont différents, donc les amplitudes des deux ondes sont différentes et le contraste n'est pas optimum.

II.B.2) $\varepsilon = 2 \varepsilon_o (1 + \cos(4\pi n h_A(t) / \lambda))$

II.B.3) La contrainte $\delta < l^* = c_o \tau_c = 30 \text{ cm}$ n'est pas sévère dans le cadre de l'approximation des films minces.

II.C.1) On a $v = -Ri - U$; le graphe de $i(v)$ montre que pour $U > 0$ la photodiode se comporte

augmente

comme une source de courant idéale, délivrant $i = -k \Phi$. Puis : $v_s = \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) k R \Phi$

II.C.2) La durée entre deux maxima successifs de $v_s(t)$ augmente au cours du temps, ce qui est cohérent avec le fait que $h_A(t)$, proportionnel à \sqrt{t} , varie de plus en plus lentement avec t .

II.C.3) $v_1(t) = +V_{sat}$ si $v_s(t) > V_{ref}$ et $v_1(t) = -V_{sat}$ si $v_s(t) < V_{ref}$

II.C.4) Les fronts du créneau $v_1(t)$ sont des droites de pente $\pm \sigma$.

II.C.5) $v_2(t) = -RC \frac{dv_1}{dt}$; $\tau = \frac{2V_{sat}}{\sigma} \approx 0,3 \text{ ms}$

II.C.6) Pendant l'impulsion associée à un front montant on a $v_2(t) = -RC \sigma < 0$; supposant la diode bloquée ($i=0$), on obtient $v_3 = Ri = 0$ et $v = v_2 - 0 < 0$ ce qui valide l'hypothèse.

De même, pendant l'impulsion associée à un front descendant on a $v_2(t) = +RC \sigma > 0$; en supposant la diode passante ($v=0$), on obtient $v_3 = v_2$ et $i = v_2 / R > 0$ valide l'hypothèse. On a donc gommé les fronts montants.

II.C.7) On a intérêt à faire basculer le comparateur au moment où $v_s(t)$ varie le plus.

II.D.1) $p = \delta / \lambda$; $p^2 \lambda^2 g t = 4 n^2 v x$

II.D.2) $p_k^2 t_k = C^{ste} = (p_k + 100)^2 t_{k+100}$

II.D.3) $v = 610^{-5} \text{ m}^2 . \text{s}^{-1}$

II.E.1 Mettre L_1 suivie de L_2 distante de 11 mm ; d'où un grandissement égal à 10.

II.E.2) Le temps de pose doit être bref devant la durée caractéristique d'évolution de $v_s(t)$.

II.E.3) Les franges sont quasi-rectilignes en accord avec la modélisation invariante suivant e_y : h ne

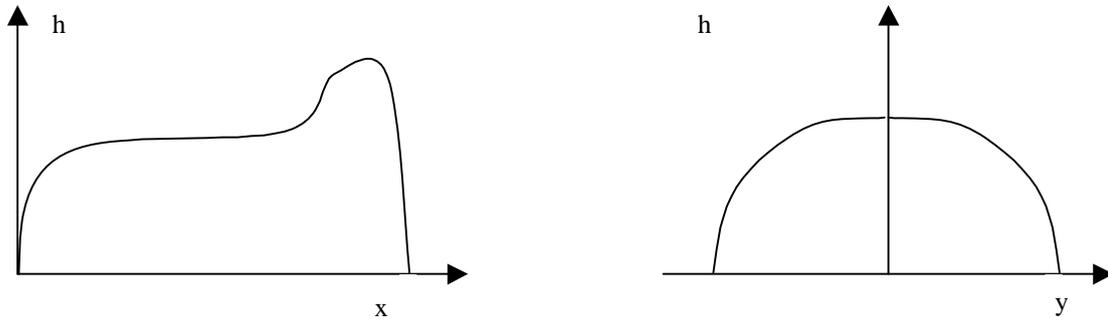
dépend que de x . Avec $\delta = 2nh(x,t) \propto \sqrt{\frac{x}{t}}$, on a $x_p \propto p^2$ pour les franges brillantes, qui s'écartent

donc lorsque x augmente : $x_{p+1} - x_p \propto 2p + 1 \propto \sqrt{x}$.

De même, $\delta = 2nh(x,t) \propto \sqrt{x/t}$ impose $x_p \propto t$ et donc $x_{p+1} - x_p \propto t$; l'écart entre deux franges successives croît au cours du temps ; donc l'interférogramme(A) précède le (B).

II.E.4) L'écart entre deux franges successives est tel que :

$$\frac{\lambda}{2n} = h(x_{p+1}, t) - h(x_p, t) \approx \frac{dh}{dx} (x_{p+1} - x_p)$$



Donc la pente dh/dx est d'autant plus forte que les franges se resserrent. En partant de $h(x=0, t) = 0$ pour le point de la goutte qui reste accroché en O on obtient le profil expérimental $h(x)$: $h(x)$ augmente doucement en accord avec le profil théorique $h(x) \propto \sqrt{x}$ puis $h(x)$ augmente fortement et rediminue : le fluide s'accumule sur le front avant de la goutte, ce qui n'est pas décrit par le profil théorique. De même, $h(y)$ croît, passe par un maximum dans le plan médiateur $y = 0$, puis décroît ; on a des « effets de bords » car la goutte est finie dans la direction \vec{e}_y alors que le modèle la suppose infinie.

III.A) Les lois sont vérifiées car les graphiques sont rectilignes en échelle log-log. Numériquement : $p = 0,40$; $q = -0,15$; $a = 1,3$; $b = 5,6 \cdot 10^2$

III.B.1) En l'absence de vitesse verticale, on a $\partial p / \partial z = -\rho g$ qui s'intègre avec $p(z=h) = p_o$ en

$$p(r, z) = p_o + \rho g (h(r) - z). \text{ Puis : } -\frac{\partial p}{\partial r} = \rho g \frac{\partial h}{\partial r} \approx \frac{\rho g h_o}{R}$$

$$\text{III.B.2) } \eta \Delta u_r \approx \frac{\eta U}{h_o^2}$$

$$\text{III.B.3) } \frac{\rho g h_o}{R} \approx \frac{\eta U}{h_o^2} \approx \frac{\eta \dot{R}}{h_o^2} ; \frac{\dot{R} R}{h_o^3} = \frac{g}{\nu} \quad (8)$$

III.B.4) (8) impose que $2p - 3q = 1$; expérimentalement, $2p - 3q = 1,25$, ce qui n'est pas si mal vu la grossièreté du modèle, et la « précision » des graphes fournis !

$$\nu = \frac{g b^3}{p a^2} = 2,6 \cdot 10^9 \text{ m.s}^{-1} ; \nu \text{ est très supérieure aux ordres de grandeur usuels :}$$

$$\nu_{\text{air}} \approx 10^{-5} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1} \text{ et } \nu_{\text{eau}} \approx 10^{-6} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}.$$

III.C.1) La relation est homogène. La force motrice est la résultante du poids et des forces de pression, autrement dit de la poussée d'Archimède. Ceci explique que l'écoulement change de sens avec le signe de $\rho_c - \rho$.

$$\text{III.C.2) } D_v = \frac{dV}{dt} ; s = 2p + q - 1 = -0,35. s \text{ est négatif car } D_v \text{ décroît ; en effet, progressivement,}$$

la température de la lave diminue, faisant augmenter η et ρ ; de plus de la lave se solidifie aux bords de l'écoulement, diminuant r . Tous ces effets concourent à diminuer D_v .