Centrale MP 2001 PHYSIQUE

Partie I.

IA) $R + T = 1$ correspond à la conservation de l'énergie. La durée τ de l'impulsion lumineuse est petite devant la durée séparant deux arrivées à savoir $2L / c$.

IB) On a $t_n = n\dfrac{2L}{c}$.

IC) La première impulsion subit deux transmissions donc : $W_0 = T^2 W_{inc}$. La seconde comme toutes les autres subira deux transmissions mais en plus deux réflexions : $W_1 = T^2 R^2 W_{inc}$. La suivante aura subi en plus deux réflexions etc… On a : $W_n = T^2 R^{2n} W_{inc} = R^{2n} W_0$.

ID) On remplace $2n$ dans la relation précédente par son expression trouvée à la question IB). Ainsi, il vient : $W_n = R^{\frac{ct_n}{L}} W_0$. Cette relation peut encore s'écrire : $W_n = W_0 \exp\left(\dfrac{c \ln R}{L} t_n\right) = W_0 \exp\left(-\dfrac{t_n}{\tau_{d1}}\right)$ avec le temps caractéristique demandé : $\tau_{d1} = \dfrac{L}{-c \ln R}$ en n'oubliant pas que le coefficient de réflexion est inférieur à 1. On trouve ainsi que : $R = \exp\left(-\dfrac{L}{c\tau_{d1}}\right) = 0{,}099939$. Cette valeur est inférieure à celles proposées à la fin du sujet, cela ne paraît pas très cohérent. Avec cette valeur on peut comparer l'énergie de la première impulsion (la plus forte) avec l'énergie incidente. Leur rapport est en $T^2 = (1-R)^2 = 4.10^{-7}$. On ne récupère presque rien de l'énergie incidente pour cette première impulsion. Cela va justifier les méthodes expérimentales décrites dans la suite du problème.

IF) Par la formule du calcul des incertitudes : $\Delta R = \left|\dfrac{\partial R}{\partial L}\right| \Delta L + \left|\dfrac{\partial R}{\partial \tau_{d1}}\right| \Delta\tau_{d1}$. Après calcul, on trouve que : $\dfrac{\Delta R}{R} = \dfrac{\Delta L}{c\tau_{d1}} + \dfrac{L}{c\tau_{d1}}\dfrac{\Delta\tau_{d1}}{\tau_{d1}} = 7{,}7.10^{-6}$ qu'on majorera à 10^{-5}. Comme R est très proche de 1, on ne gardera donc que 5 chiffres significatifs d'où : $R = 0{,}99939 \pm 0{,}00001$.

IG) En additionnant les énergies des différentes impulsions, on fait apparaître une suite géométrique de raison R^2. L'énergie reçue par le détecteur est donc : $W_D = T^2 W_{inc}\left(1 + R^2 + R^4 + ... + R^{2n} + ...\right)$. On trouve : $W_D = \dfrac{T^2}{1-R^2} W_{inc} = \dfrac{(1-R)^2}{1-R^2} W_{inc} = \dfrac{1-R}{1+R} W_{inc}$. Finalement, on récupère 3.10^{-4} de l'énergie incidente. En réécrivant la formule de l'énergie reçue par le détecteur, on peut voir la relation suivante : $W_D + RW_D = W_{inc} - RW_{inc}$. L'énergie RW_{inc} est renvoyée à l'arrivée sur le premier miroir, elle ne rentre jamais dans le dispositif. L'énergie effectivement rentrée est donc répartie en une énergie transmise au détecteur W_D et une énergie globalement réfléchie RW_D. Comme $W_D + RW_D = W_{entrante}$, cette énergie doit ressortir du dispositif, elle le fait par le miroir 2 en donnant W_D, comme son coefficient de transmission est $(1-R)$ cela veut dire que l'énergie incidente sur le miroir 2 est $\dfrac{W_D}{1-R}$. Une partie de cette énergie se réfléchit sur 2, c'est $R\dfrac{W_D}{1-R}$ pour sortir par le miroir 1 en donnant $R\dfrac{W_D}{1-R}T = RW_D$ C'est peut-être ce raisonnement qu'on attendait à la dernière question du IG). Si on conduit un raisonnement sur l'ensemble des impulsions réfléchies par le dispositif, on travaille aussi sur une suite géométrique qui conduit à $W_{réf}$. Alors, on vérifie très rapidement la conservation de l'énergie $W_{réf} + W_D = W_{inc}$. Mais ce n'est sans doute pas ce que l'énoncé attendait. Reprenons la formule précédente : $W_D + RW_D = W_{inc} - RW_{inc} = W_{entrante}$. Comme R est très voisin de 1, on peut observer que l'énergie entrante est en quelque sorte séparée en deux parties équivalentes, l'une transmise au détecteur et l'autre réfléchie.

Partie II.

IIA) Le champ électrique proposé est tangent aux conducteurs, il doit nécessairement être continu. Comme il est nul dans un conducteur parfait, on aura : $\vec{E}(0,t)=\vec{E}(L,t)=\vec{0}$.

IIB) Les deux conditions précédentes amènent : $E_1+E_2=0$ et $E_1\exp(-jkL)+E_2\exp(jkL)=0$. On a donc $E_2=-E_1$ et $E_2[\exp(jkL)-\exp(-jkL)]=0$. La deuxième égalité entraîne $\sin kL=0$ d'où $k_nL=n\pi$. Puisqu'on est dans le vide : $k_n=\frac{2\pi f_n}{c}$, cela permet d'obtenir les fréquences propres de la cavité : $f_n=n\frac{c}{2L}=nf_1$ où f_1 est la fréquence du mode fondamental.

IIC1) En utilisant les résultats précédents, on arrive à: $\vec{E}_n=\vec{e}_z 2E_1\exp j\left(\frac{n\pi c}{L}t-\frac{\pi}{2}\right)\sin\frac{n\pi x}{L}$.

IIC2) C'est une onde stationnaire, car les variables x et t sont séparées. Il n'y a plus de termes fonction de $x\pm ct$.

IIC3) Le champ électrique est constamment nul lorsque $\sin\frac{n\pi x_p}{L}=0$, c'est-à-dire $x_p=p\frac{L}{n}$. La distance entre deux zéros successifs est $\frac{L}{n}=\frac{\lambda_n}{2}$.

IIC4) Le champ magnétique est donné par l'équation de Maxwell : $r\vec{o}t\vec{E}_n=-\frac{\partial\vec{B}_n}{\partial t}$. En régime permanent sinusoïdal, elle se traduit par : $\frac{\partial}{\partial x}\vec{e}_x\wedge E_n\vec{e}_z=-\frac{\partial E_n}{\partial x}\vec{e}_y=-j\omega_n\vec{B}_n$. Après calcul, on trouve l'expression suivante : $\vec{B}_n=\vec{e}_y\frac{2E_1}{c}\exp j\frac{n\pi c}{L}t\cos\frac{n\pi x}{L}$. Les zéros sont donnés par le cosinus, ils sont décalés d'un quart de longueur d'onde par rapport à ceux du champ électrique : $x'_p=\left(p+\frac{1}{2}\right)\frac{L}{n}$. La distance qui les sépare est bien sûr aussi une demi longueur d'onde.

Partie III.

IIIA1) L'onde a subi une transmission et 2m réflexions. Son sens de propagation est celui de $\vec{e}_x$. Son amplitude est affectée du coefficient $\sqrt{T}\left(-\sqrt{R}\right)^{2m}$. Par rapport à l'onde incidente, elle a parcouru d'une part la distance 2mL jusqu'à sa dernière réflexion. Le déphasage qui en découle est donc : $\exp -jk2mL$. Ensuite elle parcourt la distance x dans le sens positif. Finalement, l'amplitude du champ électrique est : $E_{2m}=E_0\sqrt{T}R^m\exp(-jk2mL)\exp j(\omega t-kx)$.

IIIA2) Le sens de propagation est celui de $-\vec{e}_x$. Par rapport à la précédente, l'amplitude est à multiplier par $-\sqrt{R}$. Pour la phase, jusqu'à la dernière réflexion, c'est $\exp -jk(2m+1)L$. Ensuite l'onde parcourt la distance $L-x$ dans le sens négatif. On peut en déduire l'amplitude du champ électrique : $E_{2m+1}=-E_0\sqrt{T}\sqrt{R}R^m\exp(-jk(2m+1)L)\exp j(\omega t+k(x-L))$.

IIIA3) L'onde se propageant dans le sens positif est la somme pour m allant de zéro à l'infini des amplitudes E_{2m}. Il apparaît une suite géométrique de raison $R\exp -j2kL$. On trouve en utilisant l'expression de la somme de cette suite : $E_+=E_0\sqrt{T}\frac{1}{1-R\exp -j2kL}\exp j(\omega t-kx)$. Le même raisonnement pour un nombre impaire de réflexion entraîne :
$E_-=-E_0\sqrt{T}\sqrt{R}\frac{1}{1-R\exp -j2kL}\exp j(\omega t+k(x-2L))$. En $x = L$, on voit que leur amplitude diffère de $-\sqrt{R}$, ce qui est logique car la seconde a bien subi une réflexion de plus.

IIIA4) En additionnant les deux expressions précédentes, on obtient l'expression proposée par l'énoncé : $E_z=E_0\exp j\omega t\sqrt{T}\frac{\exp -jkx-\sqrt{R}\exp jk(x-2L)}{1-R\exp -j2kL}$.

IIIA5) Pour trouver le champ magnétique, on utilise toujours : $\vec{rot}\vec{E} = -\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -j\omega\vec{B}$. Après calcul, on obtient : $\vec{B} = -\vec{e}_y \dfrac{E_0}{c} \exp\ j\omega t \sqrt{T}\, \dfrac{\exp -jkx + \sqrt{R}\exp\ jk(x-2L)}{1 - R\exp -j2kL}$.

IIIA6) On a $E_{transmis}(L,t) = \sqrt{T}E_+(L,t)$ d'où $E_{transmis}(L,t) = E_0 T \dfrac{1}{1 - R\exp -j2kL}\exp\ j(\omega t - kL)$. Entre le miroir et le détecteur le champ transmis sera $E_{transmis}(x > L, t) = E_0 T \dfrac{\exp -jkL}{1 - R\exp -j2kL}\exp\ j(\omega t - k(x - L))$.

IIIB1) L'énergie électrique volumique est : $w_e = \dfrac{\varepsilon_0}{2}\vec{E}^2$. Compte tenu de la propriété rappelée par l'énoncé, sa moyenne est : $\langle w_e \rangle = \dfrac{\varepsilon_0}{4}\Re_e\left(\vec{E}\cdot\vec{E}^*\right) = \dfrac{\varepsilon_0}{4}E_0^2\Re_e\left(HH^*\right)$. Après un peu de calcul, on trouve l'expression : $\langle w_e \rangle = \dfrac{\varepsilon_0}{4}E_0^2 T\dfrac{1 + R - 2\sqrt{R}\cos 2k(x-L)}{1 + R^2 - 2R\cos 2kL}$.

IIIB2) On voit que l'énergie volumique moyenne est une fonction sinusoï dale de *x*, par conséquent ses maximums et ses minimums sont donnés par les valeurs –1 et +1 du cosinus. On trouve, en considérant un entier *p* négatif : $x_{\max} = \dfrac{2p+1}{2}\dfrac{\pi}{k} + L = (2p+1)\dfrac{\lambda}{4}$ et $x_{\min} = p\dfrac{\lambda}{2} + L$. La distance séparant deux maximums, comme celle séparant deux minimums, est une demi-longueur d'onde. C'est la même situation que celle étudiée au IIC3).

IIIB3) L'énergie magnétique volumique est : $w_m = \dfrac{\vec{B}^2}{2\mu_0}$. Compte tenu de la propriété rappelée par l'énoncé, sa moyenne est : $\langle w_m \rangle = \dfrac{1}{4\mu_0}\Re_e\left(\vec{B}\cdot\vec{B}^*\right)$. En utilisant le fat que $\varepsilon_0\mu_0 c^2 = 1$, on trouve finalement : $\langle w_m \rangle = \dfrac{\varepsilon_0}{4}E_0^2 T\dfrac{1 + R + 2\sqrt{R}\cos 2k(x-L)}{1 + R^2 - 2R\cos 2kL}$. On constate immédiatement que les minimums d'énergie magnétique sont les maximums d'énergie électrique et réciproquement.

IIIB4) La condition demandée est immédiate : $kL = p\pi$ où *p* est un entier. Les graphes sont ceux de deux fonctions sinusoï dales possédant la même moyenne, ce qui donne la réponse à la question suivante.

IIIB5) L'énergie volumique électromagnétique moyenne, somme des deux quantités évoquées précédemment est indépendante de *x* : $\langle w_{em} \rangle = \dfrac{\varepsilon_0}{2}E_0^2 T\dfrac{1 + R}{1 + R^2 - 2R\cos 2kL}$. Pour trouver l'énergie électromagnétique moyenne contenue dans la cavité, il suffit de multiplier la grandeur précédente par le volume *SL* de cette cavité. En utilisant *T* = 1-*R*, on aboutit à: $\langle U_{em} \rangle = SL\dfrac{\varepsilon_0}{2}E_0^2\dfrac{1 - R^2}{1 + R^2 - 2R\cos 2kL}$.

IIIB6) La définition du vecteur de Poynting est : $\vec{\Pi} = \dfrac{\vec{E}\wedge\vec{B}}{\mu_0}$. Sa moyenne est $\langle\vec{\Pi}\rangle = \dfrac{1}{2}\dfrac{\Re_e\left(\vec{E}\wedge\vec{B}^*\right)}{\mu_0}$. Après calcul, on trouve le vecteur : $\langle\vec{\Pi}\rangle = \vec{e}_x c\dfrac{\varepsilon_0 E_0^2}{2}\dfrac{(1-R)^2}{1 + R^2 - 2R\cos 2kL}$. Dans la situation de résonance, on a $\cos 2kL = 1$, on trouve : $\langle\vec{\Pi}\rangle = \vec{e}_x c\dfrac{\varepsilon_0 E_0^2}{2}$. Ce vecteur (moyen) de Poynting est le même que celui de l'onde incidente, on peut donc écrire comme l'énoncé le propose que la cavité est transparente pour l'onde électromagnétique. Il ne faut tout de même pas oublier qu'une petite partie de l'énergie incidente sera envoyée vers le détecteur, l'essentiel sera réfléchi avant d'entrer dans la cavité.

IIIB7) En tenant compte de la condition de résonance, on peut voir que : $\langle\vec{\Pi}\rangle = \vec{e}_x c\dfrac{\langle U_{em}\rangle}{SL}\dfrac{1-R}{1+R}$.

IIIB8) Le flux du vecteur de Poynting à travers S représente la puissance qui rentre dans la cavité. Au bout de la durée τ_e, il sera rentré en moyenne l'énergie $\langle \vec{\Pi} \rangle \cdot S\vec{e}_x \tau_e$. En écrivant que cette énergie est égale à $\langle U_{em} \rangle$ en régime sinusoïdal établi, on trouve : $\tau_e = \frac{L}{c}\frac{1+R}{1-R}$. Nous avions trouvé $\tau_{d1} = \frac{L}{-c\ln R}$. En posant $R = 1-\varepsilon$ et en faisant un développement limité au premier ordre, on constate que $\tau_e = 2\tau_{d1} = \frac{L}{c}\frac{2}{\varepsilon}$. Le temps dexcitation en énergie de la cavité est deux fois plus long que le temps caractéristique de la décroissance de l'énergie reçue (pour une impulsion incidente) par le détecteur. Cette relation simple de multiplication par deux est « intrigante », mais je n'ai pas réussi à en trouver une signification physique. Il n'y en a peut être tout simplement pas car, en fait, on étudie deux choses différentes : l'arrivée dun paquet dondes (impulsion) dans la cavité et l'arrivée dune onde monochromatique donc permanente sur cette même cavité. L'énoncé souhaitait peut-être simplement qu'on constate que l'ordre de grandeur était le même.

IIIC1) On a vu que $\langle U_{em} \rangle = SL\frac{\varepsilon_0}{2}E_0^2 \frac{1-R^2}{1+R^2-2R\cos 2kL}$, cette valeur passe par un maximum lorsque $2kL = 2n\pi = \frac{4\pi f_n}{c}L$. Les fréquences sont identiques à celles du IIB à savoir : $f_n = n\frac{c}{2L}$ et $f_1 = \frac{c}{2L}$.

IIIC2) Si la fréquence est f, l'énergie s'écrit : $\langle U_{em} \rangle = SL\frac{\varepsilon_0}{2}E_0^2 \frac{1-R^2}{1+R^2-2R\cos 2\pi f/f_1}$. D'autre part, on a : $\cos 2\pi\frac{f}{f_1} = \cos 2\pi\frac{nf_1+\Delta f}{f_1} = \cos 2\pi\frac{\Delta f}{f_1}$. Ainsi, on peut faire un développement limité du cosinus et après calcul, on obtient : $\langle U_{em} \rangle = SL\frac{\varepsilon_0}{2}E_0^2\frac{1+R}{1-R}\frac{1}{1+\frac{4R\pi^2}{(1-R)^2}\left(\frac{\Delta f}{f_1}\right)^2} = \frac{U_{\max}}{1+\frac{4R\pi^2}{(1-R)^2}\left(\frac{\Delta f}{f_1}\right)^2}$. On peut immédiatement identifier F la finesse de la cavité : $F = \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R} \cong 5150$. L'allure de la courbe est une courbe en cloche qui passe par $U_{\max}$ en $\Delta f = 0$ et par la valeur $U_{\max}/2$ en $\Delta f = \pm\frac{f_1}{2F}$. Compte tenu de la valeur de F, l'intervalle de fréquence où se situe majoritairement l'énergie est très petit. On comprend l'expression de finesse pour F.

IIIC3) En régime sinusoïdal, l'intensité est donnée par : $i = \frac{e_0/r}{1+jQ\left(\frac{\Omega}{\Omega_0}-\frac{\Omega_0}{\Omega}\right)}\exp j\Omega t$. L'énergie électromagnétique moyenne contenue dans la bobine sera : $\langle E_{\text{bob}} \rangle = \frac{1}{4}l\,\Re_e(ii^*)$. Après calcul, on trouve : $\langle E_{\text{bob}} \rangle = \frac{le_0^2}{4r^2}\frac{1}{1+Q^2\left(\frac{\Omega}{\Omega_0}-\frac{\Omega_0}{\Omega}\right)^2}$. Pour le condensateur on a : $u_{\text{cond}} = i/jC\Omega$, on peut en déduire que : $\langle E_{\text{cond}} \rangle = \frac{1}{4C\Omega^2}\Re_e(ii^*)$, d'où $\langle E_{\text{cond}} \rangle = \frac{e_0^2}{4r^2}\frac{1}{C\Omega^2}\frac{1}{1+Q^2\left(\frac{\Omega}{\Omega_0}-\frac{\Omega_0}{\Omega}\right)^2}$. A ce stade du calcul, il est évident que l'énergie totale correspondra à celle étudiée à la question précédente que si $C\Omega^2 \cong C\Omega_0^2$.

On trouve alors : $\langle E_{\text{bob+cond}}\rangle \cong \frac{le_0^2}{2r^2}\frac{1}{1+Q^2\left(\frac{\Omega}{\Omega_0}-\frac{\Omega_0}{\Omega}\right)^2} \cong \frac{E_{\max}}{1+4Q^2\left(\frac{\Delta\Omega}{\Omega_0}\right)^2}$. L'analogue du facteur de qualité du circuit est la finesse de la cavité.

IIIC4) On a vu que $f = f_n \pm \frac{f_1}{2F} = \frac{c}{2L}\left(n \pm \frac{1}{2F}\right)$, avec $c = \lambda f$, on trouve que : $L = \frac{\lambda}{2}\left(n \pm \frac{1}{2F}\right)$.On a donc : $\Delta L = \frac{\lambda}{4F} \cong 2{,}5.10^{-11}\mathrm{m}$. Si on éclaire dans le visible, il faudrait une précision de réglage de 25pm, c'est totalement illusoire.

IIID1) La durée T_0 permet de balayer $\lambda/2$. La résonance s'effectuant sur $\lambda/2F$, son balayage durera T_0/F. Il faut donc que $T_0/F \geq \tau_{d2}$.

IIID2) En pratique, on sait que la cavité est en résonance lorsque le signal détecté est le plus long. Le modulateur doit avoir une durée de coupure inférieure à τ_{d2}.

IIID3) Compte tenu de la définition énergétique de la finesse que donne l'énoncé, on pourra écrire que : $\frac{d\langle U_{em}\rangle}{dt} = -\frac{2\pi}{F}\frac{\langle U_{em}\rangle}{\Delta t_{\text{aller+retour}}} = -\frac{2\pi}{F}\frac{c\langle U_{em}\rangle}{2L}$. On a donc : $\tau_{d2} = \frac{FL}{\pi c}$. La comparaison entre τ_{d2} et τ_{d1} revient à la comparaison de F/π et de $-1/\ln R$. On trouve : $\frac{\tau_{d2}}{\tau_{d1}} = \frac{\sqrt{R}}{R-1}\ln R$. Comme R est très voisin de 1, on trouve que $\tau_{d1} \cong \tau_{d2}$.

IIIE1) La loi des gaz parfaits s'écrit : $p = Nk_B\theta$.

IIIE2) On obtient $P(x) - P(x+dx) = \sigma_\lambda NP(x)dx$. Après intégration, on a : $P(x) = P_0 \exp\left(-\frac{\sigma_\lambda px}{k_B\theta}\right)$.

IIIE3) Le coefficient corrigé correspond à l'absorption sur la distance L. On a : $R_{\text{cor}} = R\exp\left(-\frac{\sigma_\lambda pL}{k_B\theta}\right)$.

En faisant un développement limité on obtient : $R_{\text{cor}} = R\left(1 - \frac{\sigma_\lambda pL}{k_B\theta}\right)$.

IIIE4) Comme le diazote n'absorbe pas, la valeur obtenue expérimentalement correspond à R. Pour l'air, on écrira : $\sigma_\lambda(O_2) = \frac{k_B\theta}{Lp_{O_2}}\frac{R - R_{\text{cor}O_2}}{\mathrm{R}}$. Pour le diazote saturé en eau : $\sigma_\lambda(H_2O) = \frac{k_B\theta}{Lp^{sat}_{H_2O}}\frac{R - R_{\text{cor}H_2O}}{\mathrm{R}}$. Ainsi, on obtient : $\frac{\sigma_\lambda(H_2O)}{\sigma_\lambda(O_2)} = \frac{P_{O_2}}{p^{sat}_{H_2O}}\frac{R - R_{\text{cor}H_2O}}{\mathrm{R - R}_{\text{cor}O_2}} \cong 100$. On constate donc que la vapeur d'eau absorbe beaucoup plus que le dioxygène. Pour la mesure expérimentale de R, il est donc très important de travailler en atmosphère sèche.

Partie IV.

IVA) Les deux relations de la dynamique sont :

$m\ddot{x}_1 = -Kx_1 + k(x_2 - x_1) - \frac{m}{\tau}\dot{x}_1 + f_0\cos\omega t$ et $m\ddot{x}_2 = -Kx_2 + k(x_1 - x_2) - \frac{m}{\tau}\dot{x}_2$. Avec les notations de l'énoncé : $\ddot{x}_1 + \frac{1}{\tau}\dot{x}_1 + (1+\eta)\alpha^2 x_1 = \eta\alpha^2 x_2 + \frac{f_0}{m}\cos\omega t$ et $\ddot{x}_2 + \frac{1}{\tau}\dot{x}_2 + (1+\eta)\alpha^2 x_2 = \eta\alpha^2 x_1$.

IVB) En régime sinusoïdal forcé : $\left[\left((1+\eta)\alpha^2 - \omega^2\right) + \frac{j\omega}{\tau}\right]X_1 = \eta\alpha^2 X_2 + \frac{f_0}{m}$ et $\left[\left((1+\eta)\alpha^2 - \omega^2\right) + \frac{j\omega}{\tau}\right]X_2 = \eta\alpha^2 X_1$. Après un peu de calcul, on arrive à:

$$X_1 = \frac{f_0}{m}\frac{\left[\left((1+\eta)\alpha^2-\omega^2\right)+\frac{j\omega}{\tau}\right]}{\left[\left((1+\eta)\alpha^2-\omega^2\right)+\frac{j\omega}{\tau}\right]^2-\eta^2\alpha^4} \text{ et } X_1 = \frac{f_0}{m}\frac{\eta\alpha^2}{\left[\left((1+\eta)\alpha^2-\omega^2\right)+\frac{j\omega}{\tau}\right]^2-\eta^2\alpha^4}.$$

IVC) Si le couplage est nul alors $\eta=0$ et comme $\omega=\alpha$, on trouve que : $X'_1=-j\frac{f_0}{m}\frac{\tau}{\alpha}$.

IVD) Lorsque l'atome est présent, le couplage n'est plus nul, mais on a toujours $\omega=\alpha$. Après un calcul soigneux, on trouve : $X''_1=-j\frac{f_0}{m}\frac{\tau}{\alpha}\frac{\eta\alpha\tau+j}{2\eta\alpha\tau+j}$.

IVE) On peut relier les amplitudes réelles trouvées précédemment : $|X''_1|=|X'_1|\sqrt{\frac{\eta^2\alpha^2\tau^2+1}{4\eta^2\alpha^2\tau^2+1}}$. Dans le cas où il y a un atome dans la cavité, et si $\eta\alpha\tau>>1$ alors $|X''_1|=|X'_1|/2$. Cette dernière valeur permet d'obtenir la plus grande différence entre les deux cas. Dans ce cas-là, la détection du passage de l'atome est sans doute réalisable. On peut donc espérer compter les atomes un à un.

Partie V.

VA) A priori, il n'y a pas de raison pour qu'on ne puisse pas, mais cela change quelques éléments par rapport à notre étude. Les deux parties métallisées devront être à l'intérieur de la cavité, le substrat étant lui à l'extérieur. Ainsi, les coefficients de réflexion et de transmission ne seront plus identiques et dépendront du sens dans lequel la lumière arrive sur chaque miroir.

VB) En considérant que le spectre visible s'étant de 400nm à 750nm, on peut constater que l'argent possède le pouvoir réflecteur le plus élevé sur ce domaine et aussi le moins variable. Son coefficient de réflexion varie entre 0,90 et 0,95 environ. Comme il ne varie pas beaucoup, de la lumière blanche envoyée sur ce miroir restera à peu près blanche. On peut toutefois remarquer qu'aucun des métaux proposés ne convient à la réalisation de la cavité étudiée dans ce problème (*R* n'est pas assez proche de 1).

VC) Comme on peut le voir sur le graphique, l'or a un coefficient de réflexion relativement faible dans un domaine limité vers 400nm (environ 0,5). Le miroir en or réfléchit moins bien le bleu que le reste. On peut en tirer deux conséquences. D'une part si l'épaisseur de la couche d'or n'est pas trop grande et permet la transmission de la lumière, celle-ci sera plus riche en bleu que la lumière blanche d'origine. Par transmission l'or nous apparaîtra bleu. Dans la lumière réfléchie, il manquera du bleu par rapport à la lumière blanche incidente. On verra donc la couleur complémentaire, c'est-à-dire du jaune. C'est d'ailleurs la couleur de l'or lorsqu'il y a uniquement de la lumière réfléchie.