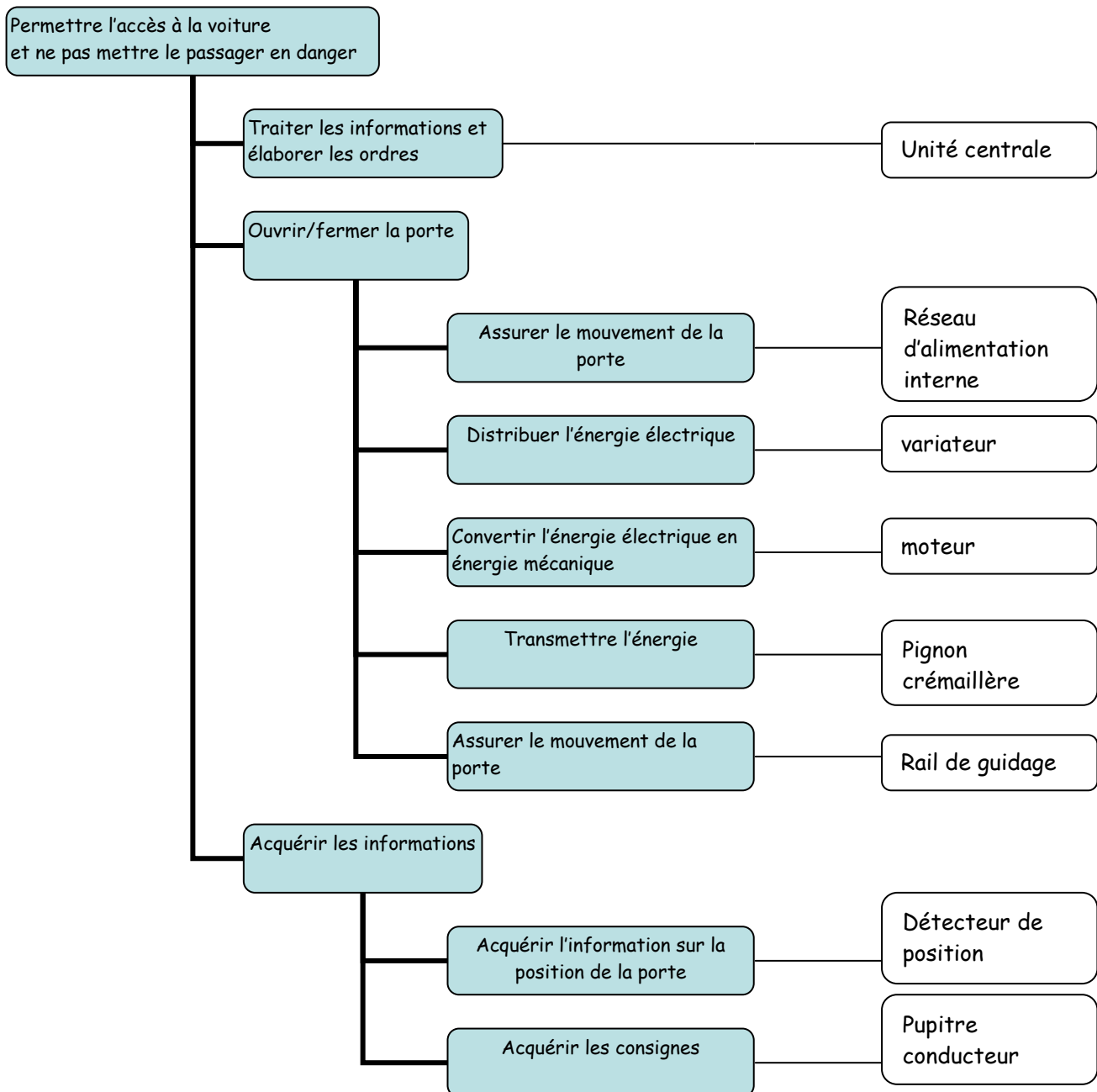


Systeme d'ouverture de TGV

1. Présentation du système.

Q 1) Diagramme FAST



2. Etude du mouvement de la porte en mode nominal

Q 2) Analyse des mobilités.

- a) La phase de louvoisement permet de ramener la porte (4) parallèlement à la caisse (0) du wagon. Ce mouvement se compose nécessairement d'une rotation d'axe porté par ζ_0 . (mais dont le CIR n'est pas défini dans le sujet)
- b) Tableau de mobilités

	Nombre	Nature
Décalage	1	Rotation
Louvoisement	1	Rotation
Escamotage	1	Translation

Q 3) Géométrie du modèle

- a) La longueur EI diminue au cours de la phase de décalage afin de permettre à l'angle θ_{40} de diminuer lui aussi.
- b) La roue 6 doit tourner dans le sens horaire pour provoquer le décalage attendu de la porte.

Q 4) Conditions géométriques initiales.

- a) Sur la courbe on lit : $\theta_{10} = 75,7^\circ$.

L'expression de λ_0 s'obtient en exprimant la fermeture géométrique de la chaîne de solides 4-5-1-0 ; soit :

$$\overline{IA} + \overline{AO} + \overline{OE} + \overline{EI} = \vec{0}. \text{ Ce qui, en projection sur } \vec{y}_4 \text{ donne à la date (t=0) : } \lambda_0 = L_1 \cdot \sin \theta_{10}^i + L_0.$$

L'application numérique fournit la valeur : $\lambda_0 = 688\text{mm}$

- b) Le roulement sans glissement doit s'exprimer dans un repère d'observation lié à 4. Il donne la relation différentielle suivante : $\frac{d\lambda(t)}{d\theta_{54}(t)} = -R_5$ qui, en tenant compte de l'engrènement 6/5, conduit à :

$$d\lambda(t) = -R_5(d\theta_{51} + d\theta_{10} - d\theta_{40}) = R_6 d\theta_{61} - R_5(d\theta_{10} - d\theta_{40})$$

Exprimée sous forme variationnelle, et compte tenu des conditions initiales, cette expression se traduit par : $\lambda(t) = \lambda_0 + R_6 \theta_{61}(t) - R_5(\theta_{10}(t) - \theta_{10}^i - \theta_{40}(t) + \theta_{40}^i) \dots$ On ne retrouve pas la formule demandée.

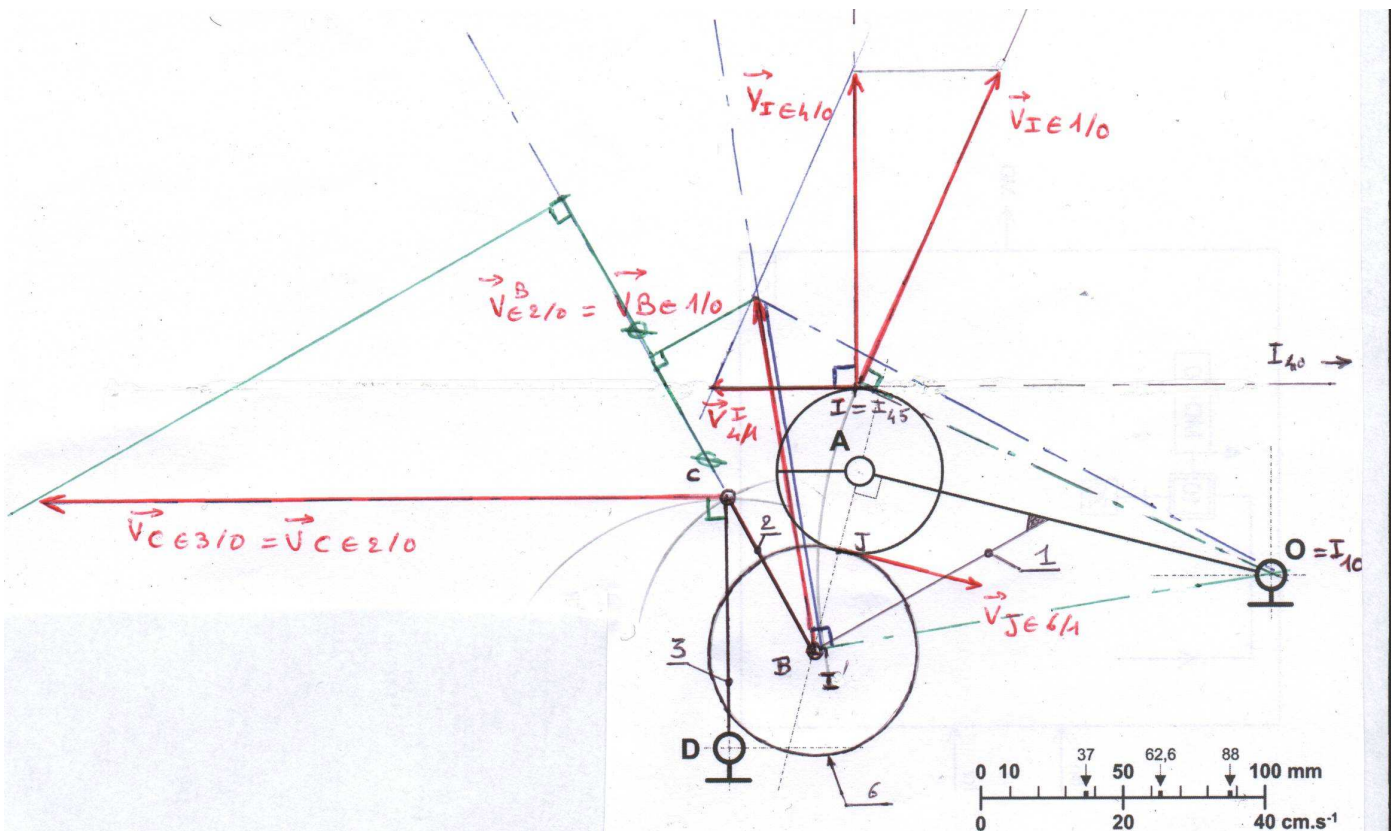
Cette expression serait éventuellement celle obtenue si la porte ne bougeait pas ce qui n'est bien évidemment pas le cas.

La valeur de a est identifiée à R_6 . Dans la suite du problème on utilisera la formule proposée dans le sujet.

Q 5) Étude cinématique.

- a) D'après l'annexe 2 : la vitesse moyenne du moteur est de $300^\circ \cdot s^{-1}$ soit de $50 \text{ tr} \cdot \text{mn}^{-1}$ (en valeur absolue).
- b) Le rapport $\frac{d\theta_{40}}{d\theta_{61}}$ est compris dans l'intervalle $[0,055 ; 0,18]$, la plage de variation de la vitesse de rotation de la porte (4) par rapport à la caisse (0) sera $[0,28 ; 0,94]$ en $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$.
- c) La vitesse maximale en bout de porte a pour expression en module $L_4 \cdot \dot{\theta}_{40}$ et vaut $0,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.
Le critère du cahier des charges est validé puisque cette vitesse reste inférieure à $1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Q 6) Voir document réponse.



Q 7) Les hypothèses posées seront celles habituellement retenues en cinématiques (liaisons parfaites, solides indéformables).

- a) Le champ des vitesses pour le mouvement de 6/1 est orthoradial ($B = I_{61}$; CIR du mouvement de 6/1) avec : $\|\vec{V}_{J \in 6/1}\| = \dot{\theta}_{61} \cdot R_6 = 0,2 m.s^{-1}$.

Le Roulement sans glissement de 6 par rapport à 5 permet alors d'écrire $\vec{V}_{J \in 6/1} = \vec{V}_{J \in 5/1}$.

Connaissant $\vec{V}_{J \in 5/1}$ on peut alors tracer $\vec{V}_{I \in 5/1}$ puisque $A = I_{51}$.

Le Roulement sans glissement de 5 par rapport à 4 permet enfin de tracer $\vec{V}_{I \in 4/1} = \vec{V}_{I \in 5/1}$.

- b) La loi de composition des vitesses s'exprime en I par : $\vec{V}_{I \in 4/1} = \vec{V}_{I \in 4/0} + \vec{V}_{I \in 0/1}$, cette loi permet de tracer les deux vitesses demandées puisque leurs supports sont connus ($E = I_{40}$ et $O = I_{10}$).

- c) $\vec{V}_{B \in 1/0}$ se construit facilement à partir de $\vec{V}_{I \in 1/0}$ puisque le champ des vitesses pour le mouvement de 1/0 est orthoradial. On en déduit alors $\vec{V}_{B \in 2/0} = \vec{V}_{B \in 1/0}$ car $B = I_{21}$.

En utilisant l'équiprojectivité sur 2 il sera alors possible de déterminer $\vec{V}_{C \in 3/0}$ puisque $\vec{V}_{C \in 3/0} = \vec{V}_{C \in 2/0}$.

La vitesse de rotation de 3 par rapport à 0 prend alors la valeur :

$$\dot{\theta}_{30} = \frac{\|\vec{V}_{C \in 3/0}\|}{L_3} = \frac{1,05}{0,088} \approx 12 rad.s^{-1} = 114 tr.mn^{-1}$$

Le critère de stabilité du cahier des charges se trouve bien validé puisque cette vitesse est en deçà des 140 tr/mn.

Q 8) Validation d'un critère géométrique : pendant la phase d'escamotage on peut écrire : r . En fin de phase de décalage et pour toute la durée de la phase d'escamotage la valeur de θ_{10} reste constante et égale à 35° d'après la courbe 1. Le calcul donne : $\overline{OI} \cdot \vec{y}_0 = 151 mm$.

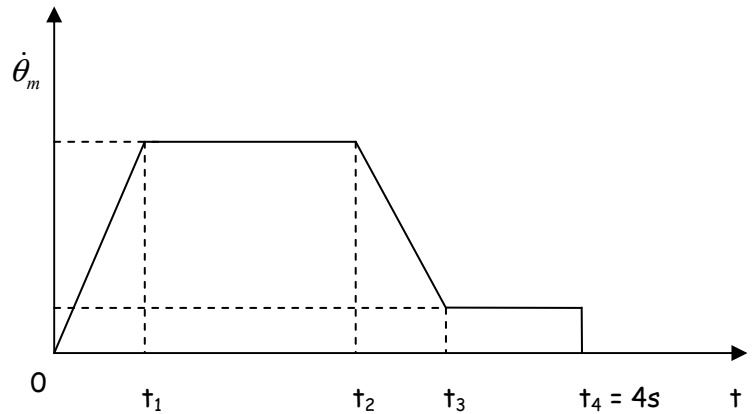
La géométrie du système permet aussi de poser $\overline{OI} \cdot \vec{y}_0 = H_0 + ep + d$ avec $ep =$ épaisseur de la porte.

Ce qui conduit à $d = 45 mm$; valeur qui reste conforme au CdCf puisque supérieure aux 40mm requis.

Q 9) Loi de commande :

Attention : la chronologie est modifiée pour la suite du problème. L'origine des temps est pris en début de phase d'escamotage.

- a) Allure de la loi de commande en vitesse.
 Pendant la phase d'escamotage on a $V_{esc} = R_6 \cdot \dot{\theta}_m(t)$ (le pignon 5 ne sert que de renvoi de mouvement).
 On en déduit donc d'après les données du cahier des charges que $\dot{\theta}_m(t_1) = \dot{\theta}_m(t_2) = \frac{0,28}{0,037} = 7,5 rad.s^{-1}$
 et que $\dot{\theta}_m(t_3) = \dot{\theta}_m(t_4) = \frac{0,09}{0,037} = 2,4 rad.s^{-1}$



- b) Lors de la phase étudiée la puissance du moteur est limitée à 30 W.
 Pendant cette phase on peut considérer que le bâti est constitué des solides 0, 1, 2, 3.
 On retiendra donc comme système pour cette étude l'ensemble défini par $\Sigma = \{4, 5, 6\}$.
 Sachant que les liaisons sont parfaites d'une part, que les forces de pesanteur ne « travaillent » pas d'autre part, l'expression de la puissance appliquée au système se limite à la puissance fournie par le moteur ; soit $P_m(t) = C_m(t) \cdot \dot{\theta}_m(t)$. L'application du théorème de l'énergie cinétique conduit à

$$\frac{dE_c(\Sigma/0)}{dt} = P_{Gal}(\bar{\Sigma}/\Sigma) + P_{int}(\Sigma) = P_m$$

Pour sa part, l'énergie cinétique aura pour expression : $E_c(\Sigma/0) = \frac{1}{2} m_4 \cdot v^2 + \frac{1}{2} C_6 \dot{\theta}_{61}^2 + \frac{1}{2} C_5 \dot{\theta}_{51}^2$
 ce qui, en tenant compte des relations entre paramètres cinématiques, conduit à la formule :

$$E_c(\Sigma/0) = \frac{1}{2} \left(m_4 \cdot R_6^2 + C_6 + C_5 \left(\frac{R_6}{R_5} \right)^2 \right) \dot{\theta}_m^2 = \frac{1}{2} I_{eq} \cdot \dot{\theta}_m^2 . \text{ Le calcul donne } I_{eq} = 0,23 kg.m^2 .$$

Par dérivation de l'énergie cinétique on démontre alors que $\ddot{\theta}_m = \frac{P_m}{I_{eq} \cdot \dot{\theta}_m} = \frac{30}{0,23 \cdot 7,5} = 17,4 rad.s^{-1}$

La durée t_1 s'obtient par la relation $t_1 = \frac{\dot{\theta}_m(t_1)}{\ddot{\theta}_m(t_1)} = \frac{7,5}{17,4} = 0,43s$

- c) Pour cette question on considère bien sûr que l'origine des temps correspond au début de la phase d'escamotage et que la porte ne s'est pas déplacée latéralement pendant la phase de louvoiment (ce qui n'est pas explicite dans le texte).

La distance parcourue pendant cette phase s'exprime comme :

$$D = R_6 \left[\frac{1}{2} \dot{\theta}_m(t_1) \cdot t_1 + \dot{\theta}_m(t_1) \cdot (t_2 - t_1) + \left(\frac{\dot{\theta}_m(t_1) + \dot{\theta}_m(t_3)}{2} \right) (t_3 - t_2) + \dot{\theta}_m(t_3) \cdot (t_4 - t_3) \right] \text{ d'où l'on tire}$$

$$t_3 + t_2 = 2 \cdot \left[\frac{\frac{D}{R_6} + \frac{1}{2} \dot{\theta}_m(t_1) \cdot t_1 - \dot{\theta}_m(t_3) \cdot t_4}{\dot{\theta}_m(t_1) - \dot{\theta}_m(t_3)} \right]. \text{ Comme par ailleurs et pendant la phase d'accélération on a}$$

$$t_3 - t_2 = \left[\frac{\dot{\theta}_m(t_1) - \dot{\theta}_m(t_2)}{\ddot{\theta}_m(t_2)} \right] \text{ on en déduit que : } t_2 = 2,8s \text{ et } t_3 = 3,1s$$

3. Étude de la commande de la porte en mode nominal.

Q 10) Fonction de transfert du moteur non perturbé

Appliquée au bloc moteur, et après une première simplification immédiate, la formule de Black donne : $\frac{\Omega(p)}{U_m(p)} = \frac{1}{K_e + \frac{1}{K_c}(R + Lp)(f + Jp)}$, ce qui, ramenée sous forme canonique conduit à

$$\text{l'expression : } \frac{\Omega(p)}{U_m(p)} = \frac{\frac{K_e}{R \cdot f + K_e \cdot K_c}}{1 + \frac{R \cdot J + f \cdot L}{R \cdot f + K_e \cdot K_c} p + \frac{J \cdot L}{R \cdot f + K_e \cdot K_c} p^2}.$$

L'application numérique permet alors de simplifier l'expression et de la réduire à : $R \cdot J = 0,11U \cdot S \cdot I.$

$$\frac{\Omega(p)}{U_m(p)} = \frac{\frac{1}{K_e}}{1 + \frac{R \cdot J}{K_e \cdot K_c} p + \frac{J \cdot L}{K_e \cdot K_c} p^2} \text{ puisque : } \begin{aligned} R \cdot f &= 5 \cdot 10^{-3} U \cdot S \cdot I. \\ f \cdot L &= 10^{-8} U \cdot S \cdot I. \\ K_e \cdot K_c &= 0,74 U \cdot S \cdot I. \end{aligned} \text{ L'identification permet de définir}$$

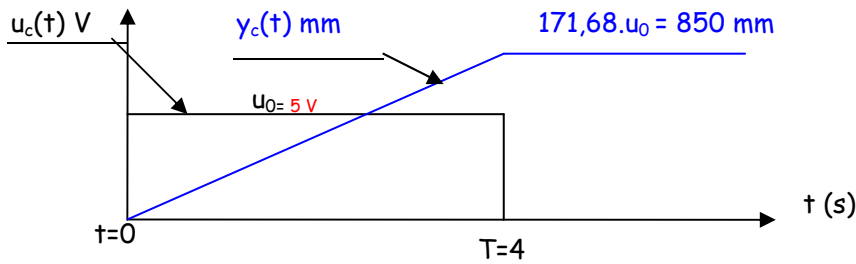
$$\text{alors : } \left[K_m = \frac{1}{K_e} = 1,16V \cdot s^{-1} \right], \left[T_1 = \frac{R \cdot J}{K_e \cdot K_c} = 0,16s \right], \left[T_2 = \frac{L}{R} = 2 \cdot 10^{-3} s \right].$$

Q 11) Étude de la saturation.

- a) Le bloc saturation se comporte de la manière suivante : tant que $y(t) \leq 850\text{mm}$ alors $y_4(t) = y(t)$ sinon $y_4(t) = 850 \text{ mm}$. Ce bloc correspond tout simplement à une butée de fin de course.
- b) La réponse à un échelon d'un système en boucle ouverte comprenant un intégrateur est une rampe infinie. La saturation en borne le déplacement à la valeur 850mm.
Interprété en terme de comportement cela revient à considérer le fait qu'alimenter le moteur avec une tension constante, engendre l'ouverture de la porte indéfiniment sauf en cas de présence d'une butée mécanique ; ce qui est le cas ici.

Q 12) Loi de commande du moteur

a) Allure du signal de commande.



b) Pendant la phase d'escamotage, et tant que l'on est pas en butée, $\dot{y}_4(t) = R_6 \cdot \omega_m(t)$. Sachant que $\omega_m(t) = 1,16.u_m(t)$, on en déduit que $y_4(t) = R_6 \cdot 1,16.u_0 [u(t) - u(t - T)]$, t compte tenu des conditions initiales. Au delà de T , $y_4(t) = 850\text{mm}$.

A la date T , l'expression devient : $y_4(t) = R_6 \cdot 1,16.u_0 \cdot 4 = 850$ ce qui permet de déterminer la tension $u_0 = 4,95 \square 5V$.

c) Voir diagramme...

d) À $t = 4\text{s}$ et pour $u_0 = 5\text{v}$ on trouve $\dot{y}_4(T) = R_6 \cdot 1,16.u_0 = 214,5\text{mm.s}^{-1}$, ce qui est supérieur à la valeur plafond de $0,09\text{m.s}^{-1}$ définie dans le cahier des charges. Ce critère n'est donc pas respecté.

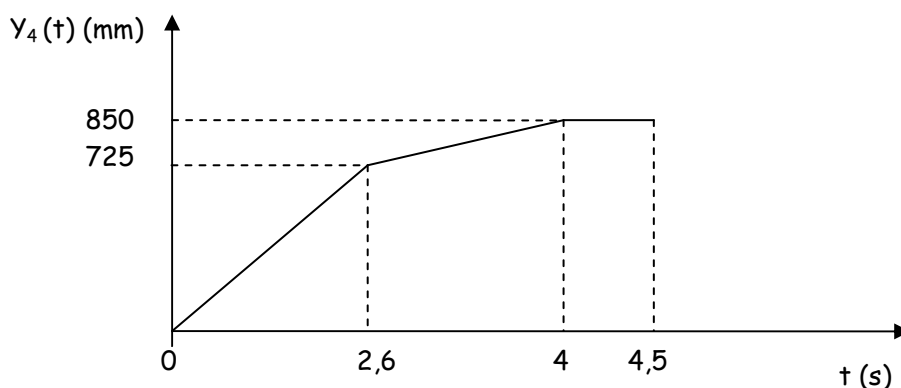
Q 13) Commande affinée.

a) Afin de limiter la vitesse d'accostage en fin d'ouverture et pour respecter les données du cahier des charges, on propose de fractionner le signal de commande en une phase à vitesse rapide et une phase à vitesse lente.

b) Pendant la phase en avance rapide on doit respecter la contrainte $y_4(t) \leq 0,28\text{m.s}^{-1}$. En appliquant les relations de la question précédente cela donne : $u_{10} \leq 6,5V$. Pendant la phase d'accostage la vitesse limite est de $0,09\text{m.s}^{-1}$ ce qui conduit à la contrainte : $u_{20} \leq 2V$.

c) Au bout de $T = 4\text{s}$ la porte doit être totalement ouverte. En conséquence on écrira : $y_4(T) = 0,85 = R_6 \cdot 1,16 \cdot [u_{10} \cdot t_c + u_{20} \cdot (T - t_c)]$ relation qui permet de calculer t_c : $t_c = 2,6\text{s}$.

d) Tracé : évolution temporelle de la porte.



Q 14) Étude du système perturbé en boucle ouverte.

a) Considérer que l'intensité et la vitesse du moteur s'établissent très rapidement revient à négliger l'impédance L et l'inertie J du système. On pourra donc les supprimer dans le schéma bloc de la figure 6.

En appliquant les propriétés de linéarité (donc le principe de superposition) la formule de Black conduit à la relation : $K_p = \frac{R}{f.R + K_c K_e}$ (en se méfiant toutefois des signes au niveau des «comparateurs»).

L'application numérique donne $K_p = 0,67 s^{-1} . N^{-1} . m^{-1}$.

- b) Le calcul des tensions s'est fait en considérant qu'il n'y avait pas de perturbation. La présence d'un couple résistant aura pour conséquence de réduire les vitesses réelles atteintes et ne permettra donc pas à la porte de s'ouvrir totalement. On aura alors $\gamma_4(t=T) < 850\text{mm}$. Pour respecter cette durée il faudrait augmenter les vitesses ce qui serait en contradiction avec le CdCf.

Q 15) Commande adaptée.

- a) Considérons la phase d'avance rapide. Avec une commande adaptée, l'expression de la vitesse en régime établi devient (le gain A étant unitaire) : $\Omega_m(p) = K_m . U_c(p) - K_p . C_r(p) = K_m . \frac{u_{10}^*}{p} - K_p . \frac{C_{r0}}{p}$;
expression définie dans le domaine de Laplace et pour des entrées indicielles.

Le système non perturbé aurait donné comme réponse : $\Omega_m(p) = K_m . \frac{u_{10}}{p}$. Pour qu'il y ait identité de comportement il veut que les réponses en vitesse soient identiques dans les deux cas ce qui conduit à l'égalité : $K_m . \frac{u_{10}^*}{p} - K_p . \frac{C_{r0}}{p} = K_m . \frac{u_{10}}{p}$ permettant ainsi d'établir la relation demandée :

$$u_{10}^* = u_{10} + \frac{K_p}{K_m} . C_{r0}.$$

- b) La tension admissible étant de 24 V et sachant que la tension de commande u_{10} était de 6,5 V, alors le couple de perturbation admissible devient : $C_{r0} = \frac{K_m}{K_p} . (u_{10}^* - u_{10}) = 30,3 N.m$

Q 16) Prise en compte des régimes transitoires

- a) Ce qui différencie les deux tracés s'identifie au niveau des phases transitoires, lorsque justement le régime électrique mais plus significativement le régime moteur s'établissent. Au lieu de constater des discontinuités dans les courbes on observera des courbes continues.
- b) Toutes les contraintes du cahier des charges sont validées :
- La durée totale d'ouverture est bien inférieure à 5s,
- les vitesses de fonctionnement respectent bien les bornes 0,28 et 0,09 m/s.

Q 17) Étude de l'estimateur.

Les réponses sont données telles qu'un candidat aurait pu les produire. Une synthèse est proposée à la fin de cette étude qui met en perspective la conception de l'estimateur afin d'en donner du sens.

- a) La relation demandée est tout simplement : $\Omega_m(p) = \frac{1}{f + J.p} [K_c . I_m(p) - C_r(p)]$

- b) On a : $\varepsilon(p) = \Omega_m(p) - F_4(p) . [F_3(p) . I_m(p) + \hat{C}_r(p)]$ et : $\hat{C}_r(p) = F(p) . \varepsilon(p)$

- c) La résolution par substitution conduit au résultat suivant :

$$\hat{C}_r(p) = \frac{F(p)}{1 + F_4(p) . F(p)} \left[\left(\frac{K_c}{f + J.p} - F_4(p) . F_3(p) \right) I_m(p) - \frac{1}{f + J.p} C_r(p) \right]$$

Pour pouvoir se ramener au schéma de la figure 12, il faut rendre le système « insensible » à la variable $I_m(p)$ (ce qui peut à priori paraître paradoxal puisqu'on a justement prélevé cette variable) ; ceci

s'obtient en posant $\frac{K_c}{f + J.p} - F_4(p).F_3(p) = 0$. De plus il faut que

$$\frac{F(p)}{(f + J.p)(1 + F_4(p).F(p))} = -\frac{F(p)}{(f + J.p) + F(p)}, \text{ donc que l'on vérifie : } F_4(p) = \frac{1}{(f + J.p)}$$

L'expression de $F_3(p)$ sera alors déduite : $F_3(p) = K_c$

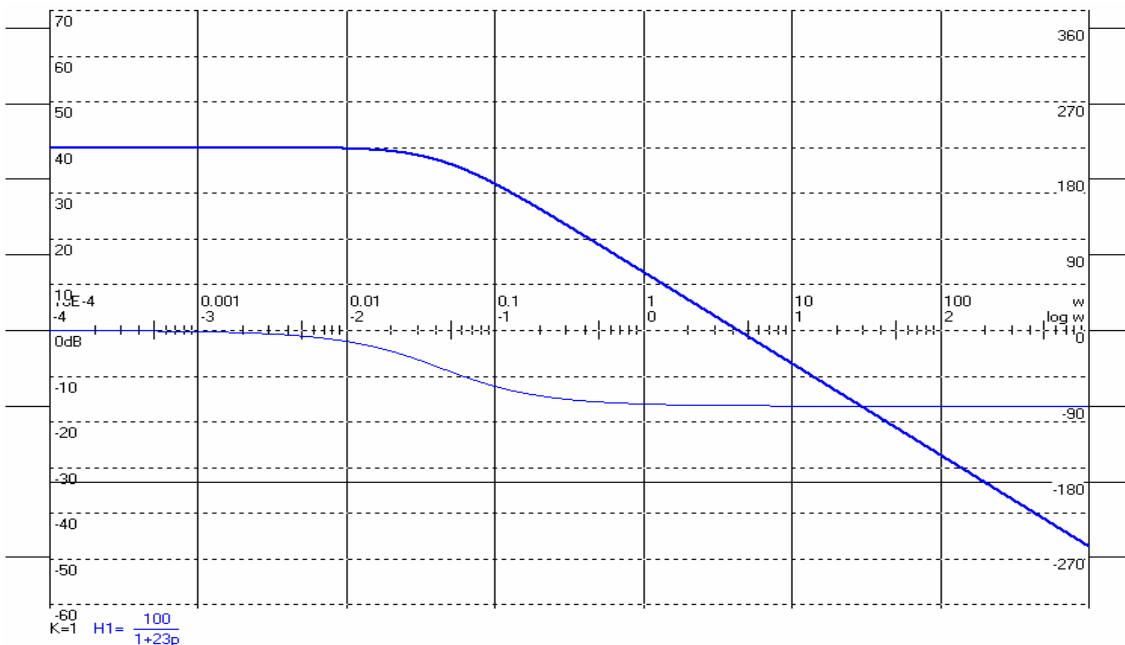
Remarque : le schéma de la figure 12 comporte un « double soustracteur » en entrée contrairement à ce que l'on a l'habitude de rencontrer dans un asservissement. Le signe - sur l'entrée peut être converti en + pour peu que l'on mette un gain pur égal à -1 en amont du soustracteur. On se ramène à une structure classique, sauf que cela conduit à concevoir un estimateur qui produit une valeur estimée de signe opposé à celui de la grandeur estimée...

Cela se vérifiera dans le tracé des réponses temporelles (Q23). Cette erreur, si erreur il y a, aurait pu être corrigée en remplaçant l'additionneur de la figure 11 par un comparateur... Dans ce cas l'expression de $F(p)$ aurait été modifiée au niveau du signe.

Q 18) Ce correcteur est un correcteur proportionnel et intégral. Le fait d'ajouter un intégrateur dans la chaîne directe lui permet de rendre le système totalement précis, ce qui n'était pas le cas au début.

Q 19) D'après le CdCf, le gain du système en boucle fermée devrait être de 1 puisque l'erreur de position requise doit être nulle. Ceci est obtenu dès lors que l'on insère un correcteur intégral.

Q 20) Diagrammes de Bode en boucle ouverte.

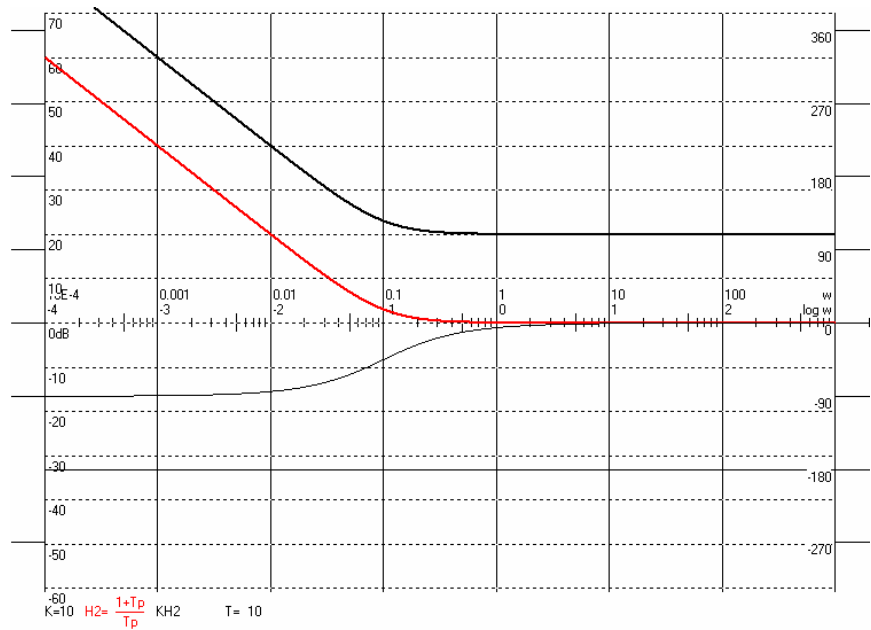


Pour l'estimateur non corrigé :

pour le correcteur :

Le tracé est obtenu pour $K_{cor} = 10$ et $T_{cor} = 10$.

Le tracé en rouge est celui du correcteur pour un gain unitaire, celui en noir est le tracé complet

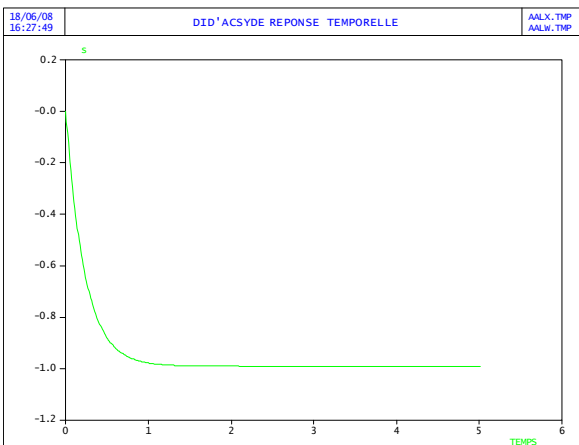
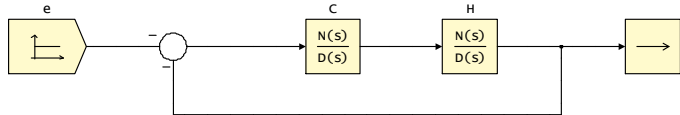


Q 21) Pour compenser le pôle de la fonction de transfert il faut prendre $T_{cor} = \frac{J}{f} = 23s$.

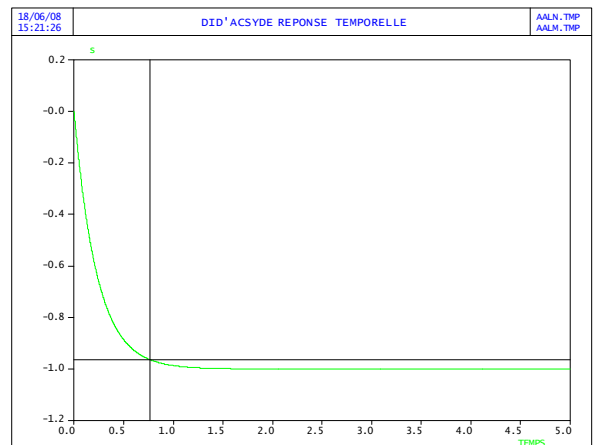
Q 22) Comme le système obtenu est de classe 1, l'erreur de traînage sera donné par la relation : $\epsilon_v(\infty) = \frac{1}{K_{BO}}$ avec

$K_{BO} = K_{cor} \cdot \frac{1}{f}$. Pour que cette erreur soit inférieure à 1% il faudra donc choisir $K_{cor} \geq 1$.

Q 23) On considère le schéma tel qu'il est fourni dans le sujet en sachant qu'il y aura une inversion du signe pour la sortie



réponse indicielle 1 : système non corrigé



réponse indicielle 2 : système corrigé

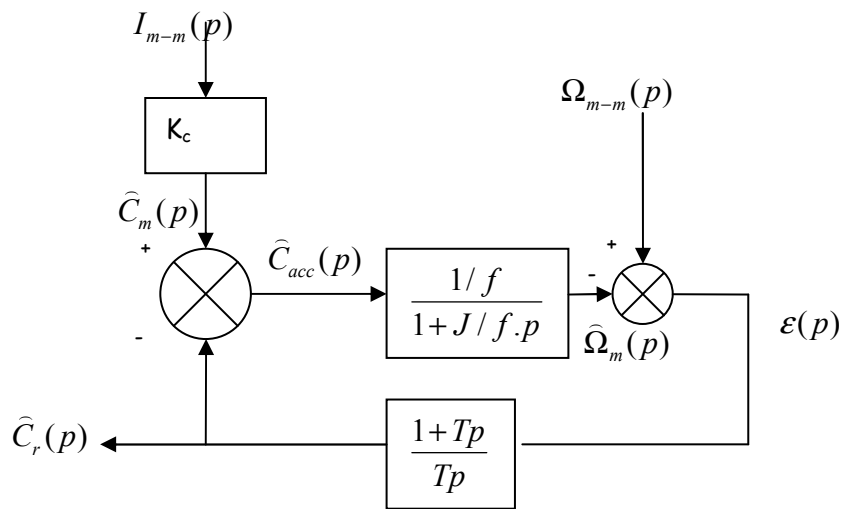
La précision passe de 99% (soit $1-1/K_{BO}$) à 100% avec le correcteur, ce qui est conforme aux exigences du CdCf. Le temps de réponse à 95% lui passe de 0,74 s à 0,69s, ce qui de toute façon est supérieur à la valeur souhaité (dans les deux cas il se détermine à partir de la constante de temps de la boucle fermée et vaut 3 fois cette valeur). Enfin l'erreur de suivi serait de 25 %... pour le système corrigé et infinie pour le système non corrigé : on est semble t'il loin du compte.

Commentaires

Pour comprendre le principe de l'estimateur il faut se référer à sa représentation fig 11 et reprise ci dessous avec les expressions des transmittances calculées.

Le principe est que pour estimer une grandeur qui ne peut être mesurée directement (ici le couple résistant), on part d'une grandeur en amont -en terme de causalité- (ici ce sera le courant) et à partir de cette grandeur on cherche à en estimer les conséquences sur une grandeur située en aval et qui elle aussi peut être mesurée (la vitesse). Pour savoir si l'estimation était satisfaisante on compare l'effet estimé à l'effet mesuré. S'il n'y a pas égalité alors la boucle de correction (chaîne de retour de l'asservissement) permet de faire évoluer l'estimation jusqu'à atteindre l'égalisation des effets.

Concrètement la mesure du courant I_{m-m} permet d'estimer le couple moteur : $\hat{C}_m(p)$ qui comparé à la valeur du couple résistant estimé donnera un couple d'accélération estimé $\hat{C}_{acc}(p)$ qui permettra d'en déduire une vitesse estimée $\hat{\Omega}_m(p)$. Cette valeur, comparée à la valeur mesurée définira un écart $\varepsilon(p)$ qui, s'il n'est pas nul,

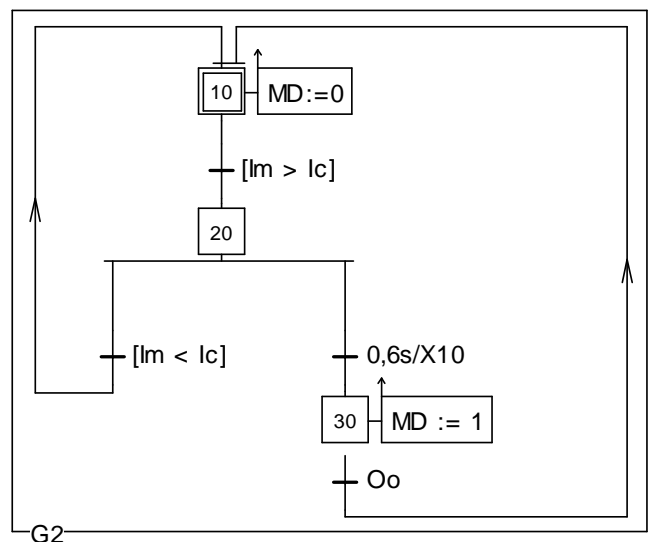


pilotera le correcteur intégral jusqu'à ce qu'il s'annule. Lorsque $\varepsilon(p)$ devient nul on supposera que le couple estimé a atteint la valeur probable. Pour qu'un estimateur fonctionne correctement il paraît donc nécessaire qu'il reproduise le modèle d'analyse du système.

4. Étude de la commande en mode dégradé

Q 24) Remarque : les grafccets sont édités à partir de l'application gratuite « EditSab » disponible sur le net. Encore merci aux auteurs.

Le grafccet doit permettre l'affectation à la valeur vraie de la variable MD si la surintensité est détectée pendant une durée supérieure à 0,6 s



Q 25) Grafcet G3

pour le grafcet G3 on propose :
en conséquence le grafcet G1 sera
modifié comme suit :

