

Sujet Centrale 2012

Physique Option MP

I Le Satellite Jason 2

I.A - Etude l'orbite

I.A.1)

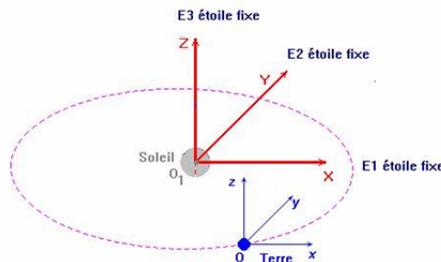
- Cf cours :

$$\vec{F} = -GmM_T \frac{\vec{r}_S}{r^3}$$

I.A.2)

a)

- Le référentiel géocentrique est le référentiel de centre Terre en translation par rapport au référentiel de Copernic (pointant sur trois étoiles lointaines considérées comme « fixes »). L'une de ces étoiles est l'étoile polaire afin de coïncider à peu près avec l'axe de rotation terrestre.



- On suppose que le référentiel de Copernic est galiléen, dans cette hypothèse, le référentiel géocentrique étant en translation non uniforme et non rectiligne par rapport à un galiléen, il ne peut être lui-même galiléen. Il existe dans ce référentiel une accélération d'entraînement qui est l'accélération de la Terre par rapport au barycentre du système Solaire. Pour un bilan correct dans ce référentiel, il faut prendre en compte l'existence de la force d'attraction solaire.

b) Le référentiel géocentrique est désormais considéré comme galiléen

- La force est centrale, le mouvement est donc à moment cinétique conservatif.

$$\text{TMC } \frac{d\vec{\sigma}}{dt} = \vec{r}_S \wedge \vec{F} = \vec{0} \text{ donc } \vec{\sigma} = m \vec{r}_S \wedge \vec{v} = Cste$$

Le mouvement est donc plan.

- La force est conservative, l'énergie mécanique se conserve $E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{GmM_T}{r} = Cste$.

- Le mouvement est donc plan

I.A.3) Invariant de Runge-Lenz

a) $\vec{R} = \vec{v} \wedge \vec{\sigma} - Gm M_T \vec{u}_{TS}$

- Dérivons, nous savons que le moment cinétique se conserve =>

$$\frac{d\vec{R}}{dt} = \frac{d\vec{v}}{dt} \wedge \vec{\sigma} - Gm M_T \frac{d\vec{u}_{TS}}{dt}$$

or $\frac{d\vec{v}}{dt} \wedge \vec{\sigma} = \frac{\vec{F}}{m} \wedge \vec{\sigma} = -GM_T \frac{\vec{u}_{TS}}{r^2} \wedge \vec{\sigma} = GM_T \sigma \frac{\vec{u}_\alpha}{r^2} = GmM_T \alpha \vec{u}_\alpha$ car $\vec{\sigma} = m r^2 \alpha \vec{u}_\alpha$

or $\frac{d\vec{u}_{TS}}{dt} = \alpha \vec{u}_\alpha$ donc $\frac{d\vec{R}}{dt} = \vec{0}$.

- Le vecteur \vec{R} est donc constant, ce qui est heureux pour un invariant.

b)

- \vec{R} se trouve dans le plan du mouvement puisque $\vec{\sigma}$ est un vecteur normal au plan, $\vec{v} \wedge \vec{\sigma}$ y est donc contenu, comme bien sur \vec{u}_{TS} .

$$\vec{v} = \dot{r} \vec{u}_{TS} + r \dot{\alpha} \vec{u}_\alpha$$

- Nous avons $\vec{u}_{TS} \cdot (\vec{v} \wedge \vec{\sigma}) = \vec{\sigma} \cdot (\vec{u}_{TS} \wedge \vec{v}) = \frac{1}{mr} \vec{\sigma} \cdot \vec{\sigma} = \frac{\sigma^2}{mr}$, soit $\vec{u}_{TS} \cdot \vec{R} = \frac{\sigma^2}{mr} - Gm M_T$.

- En utilisant la formulation précédente, nous obtenons

$$r = \frac{\frac{\sigma_T^2}{m}}{R \cos \beta + Gm M_T} = \frac{p}{1 + e \cos \beta}$$

avec $p = \frac{\sigma_T^2}{Gm^2 M_T}$ et $e = \frac{R}{Gm M_T}$.

- Les trajectoires possibles sont les suivantes $\left\{ \begin{array}{l} \text{si } e < 1 \text{ c'est une ellipse} \\ \text{si } e = 1 \text{ c'est une parabole} \\ \text{si } e > 1 \text{ c'est une hyperbole} \end{array} \right.$

I.A.4)

- La trajectoire étant circulaire, nous avons $\sigma_T = m r_0 v_0$ et $p = r_0 = \frac{\sigma_T^2}{Gm^2 M_T} = \frac{v_0^2 r_0^2}{GM_T}$, soit $v_0 = \sqrt{\frac{GM_T}{r_0}}$.
- La période de révolution s'obtient en utilisant le périmètre de trajectoire $T = \frac{2\pi r_0}{v_0} = 2\pi \sqrt{\frac{r_0^3}{GM_T}}$.
- Nous avons $E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2} m v_0^2 - \frac{GmM_T}{r_0} = -\frac{1}{2} m v_0^2 = -E_c = \frac{E_p}{2} = -\frac{GmM_T}{2r_0}$.
- AN :

I.B - Ecart à la trajectoire circulaire

I.B.1)

- On utilise $\vec{g} = -\text{grad } V = \begin{cases} g_r \\ g_\theta \\ g_\varphi \end{cases} = \begin{cases} \frac{1}{2} \frac{GM_T}{r^4} (2r^2 + 3J_2 R_T^2 (1 - 3\cos^2 \theta)) \\ \frac{3}{2} \frac{GM_T R_T^2 J_2}{r^4} \sin 2\theta \\ 0 \end{cases}$.

- Le rapport vaut $\left| \frac{g_\theta}{g_r} \right| = \left| \frac{\sin 2\theta}{\frac{2r^2}{3J_2 R_T^2 + 1 - 3\cos^2 \theta}} \right| \lesssim \frac{3J_2 R_T^2}{2r^2}$, soit $\left| \frac{g_\theta}{g_r} \right| \lesssim$.

L'influence perturbatrice est donc minime.

I.B.2)

- Déterminons le moment de la force de gravitation $\vec{\Gamma} = \vec{TS} \wedge \vec{F} = \frac{3}{2} \frac{GmM_T R_T^2 J_2}{r^3} \sin 2\theta \vec{u}_\varphi$
ou encore $GM_T = \frac{\sigma_T^2}{m^2 r_0} = \frac{\sigma_T r_0}{m} \frac{2\pi}{T_0}$, donc $\vec{\Gamma} \approx \frac{3}{2} J_2 \sigma_T \frac{2\pi}{T_0} \left(\frac{R_T^2}{r_0^2} \right) \sin 2\theta \vec{u}_\varphi$

I.B.3)

- D'après les conventions de l'énoncé nous avons $\vec{Z} = \cos i \vec{e}_{zg} + \sin i (\sin \psi \vec{e}_{xg} - \cos \psi \vec{e}_{yg})$
(la projection de Z sur le plan équatorial est normale à l'axe N'N)
donc $\vec{\sigma}_T = \sigma_T \vec{Z} = \sigma_T [\cos i \vec{e}_{zg} + \sin i (\sin \psi \vec{e}_{xg} - \cos \psi \vec{e}_{yg})]$.

- On dérive l'expression précédente :

$$\frac{d}{dt} (\vec{\sigma}_T) = \sigma_T \left[-\frac{di}{dt} \sin i \vec{e}_{zg} + \left(\frac{di}{dt} \cos i \sin \psi + \frac{d\psi}{dt} \sin i \cos \psi \right) \vec{e}_{xg} + \left(-\frac{di}{dt} \cos i \cos \psi + \frac{d\psi}{dt} \sin i \sin \psi \right) \vec{e}_{yg} \right].$$

- On utilise l'expression recommandée dans l'énoncé :

$$\begin{cases} \langle \Gamma_x \rangle \\ \langle \Gamma_y \rangle \\ \langle \Gamma_z \rangle \end{cases} = \sigma_T \begin{cases} \frac{di}{dt} \cos i \sin \psi + \frac{d\psi}{dt} \sin i \cos \psi \\ -\frac{di}{dt} \cos i \cos \psi + \frac{d\psi}{dt} \sin i \sin \psi \\ -\frac{di}{dt} \sin i \end{cases}$$

I.B.4)

- Nous avons $\langle \Gamma_z \rangle = 0 = -\frac{di}{dt} \sin i$, donc $\frac{di}{dt} = 0$.

- En conséquence $\begin{cases} \langle \Gamma_x \rangle \\ \langle \Gamma_y \rangle \end{cases} = \sigma_T \begin{cases} \frac{d\psi}{dt} \sin i \cos \psi \\ \frac{d\psi}{dt} \sin i \sin \psi \end{cases}$, par identification on a $\frac{d\psi}{dt} = -\frac{3}{2} J_2 \frac{2\pi}{T_0} \left(\frac{R_T^2}{r_0^2} \right) \cos i$

or $\frac{2\pi}{T_0} = \frac{v_0}{r_0} = \sqrt{\frac{GM_T}{r_0^3}}$ donc $\frac{d\psi}{dt} = -\frac{3}{2} J_2 \sqrt{\frac{GM_T}{r_0^3}} \left(\frac{R_T^2}{r_0^2} \right) \cos i$.

- $\vec{\Omega}$ représente la vitesse angulaire de rotation du plan de trajectoire du satellite Jason par rapport au référentiel géocentrique. C'est une vitesse opposée à celle de la terre.
- C'était prévisible car les composantes du moment des forces sont négatives.

I.B.5)

- L'orbite du satellite a une vitesse de rotation par rapport au sol qui vaut $\vec{\Omega} - \vec{\omega}_T$, elle repasse au même point tous les $T_t = \frac{2\pi}{\omega_T + |\Omega|}$. Vu les définitions de l'énoncé nous avons $T_R = k T_t = N T_n$.

donc $k = N T_n \frac{(\omega_T + |\Omega|)}{2\pi}$

II Diffusion des ondes radar par l'océan

II.A - Diffusion sur une mer plate

II.A.1)

- Classique fonction de diffraction d'un carré, qui se réduit à une fente infinie puisqu'on ne considère pas la diffraction selon x , on obtient (cf cours) : $\mathcal{E}_d = \mathcal{E}_0 \left[\text{sinc} \left(\frac{\pi a}{\lambda} (\sin \theta' + \sin \theta) \right) \right]^2$
C'est aussi la transformée de Fourier de la fonction de transparence qui est ici une porte de largeur a .

II.A.2)

- L'angle d'éclairement maximal est obtenu pour le maximum de la fonction sinus cardinal qui est en zéro, soit $\sin \theta' + \sin \theta = 0$, donc $\theta' = -\theta$.

II.B - Diffusion sur une mer houleuse

II.B.1)

- Oui, les ondes GHz sont centimétriques

II.B.2)

- La fonction de transparence se décompose selon $t(P) = t_0 + \frac{t_1}{2} e^{i\frac{2\pi y}{d}} + \frac{t_1}{2} e^{-i\frac{2\pi y}{d}}$.

Calculons la TF 1D de $t(P) = b e^{i\alpha y}$:

$$\mathcal{A}_d = Ka \int_{|a|} b e^{i\alpha y} e^{i\left(\frac{2\pi y}{\lambda}(\sin \theta' + \sin \theta)\right)} dy = Kab \text{sinc} \left(\frac{\pi a}{\lambda} (\sin \theta' + \sin \theta) + \frac{\alpha a}{2} \right)$$

On en déduit donc l'amplitude résultante pour la transparence initiale

$$\mathcal{A}_d = \mathcal{A}_0 \left(\text{sinc} \left(\frac{\pi a}{\lambda} (\sin \theta' + \sin \theta) \right) + \frac{1}{2} \text{sinc} \left(\frac{\pi a}{\lambda} (\sin \theta' + \sin \theta) + \frac{\pi a}{d} \right) + \frac{1}{2} \text{sinc} \left(\frac{\pi a}{\lambda} (\sin \theta' + \sin \theta) - \frac{\pi a}{d} \right) \right)$$

Sous cette forme, on peut considérer l'onde globale comme la somme de trois ondes, chaque onde étant caractérisée par une fonction sinus cardinal. Les directions principales de diffraction sont les zéros des équations :

$$\begin{aligned} \sin \theta' + \sin \theta &= 0 \\ \sin \theta' + \sin \theta + \frac{\lambda}{d} &= 0 \\ \sin \theta' + \sin \theta - \frac{\lambda}{d} &= 0 \end{aligned}$$

II.B.3)

- Si le satellite ne peut détecter que le maximum principal, il ne pourra détecter l'on associée à un θ' positif, soit celle qui est défini par $\sin \theta' + \sin \theta - \frac{\lambda}{d} = 0$
et dont l'amplitude vaut $\mathcal{A}_{d3} = \frac{\mathcal{A}_0}{2} \left(\text{sinc} \left(\frac{\pi a}{\lambda} (\sin \theta' + \sin \theta) - \frac{\pi a}{d} \right) \right)$.
- Il faut que $\frac{\lambda}{d} > \sin \theta$

III Propagation d'ondes électromagnétiques

III.A - Ondes électromagnétiques dans le vide

III.A.1)

- (Cours) :
$$\begin{aligned} \overrightarrow{\text{rot}} \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} & \text{div} \vec{E} &= \rho / \epsilon_0 \\ \overrightarrow{\text{rot}} \vec{B} &= \mu_0 \vec{j} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} & \text{div} \vec{B} &= 0 \end{aligned}$$

- (Cf cours) : dans l'ordre précédent, l'équation de Faraday, le théorème de Gauss, le théorème d'Ampère « généralisé » et la conservation du flux magnétique.

III.A.2)

- $\overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{rot}} \vec{E}) = \overrightarrow{\text{Rot}} \left(-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right) = -\frac{\partial}{\partial t} (\overrightarrow{\text{Rot}} \vec{B}) = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \overrightarrow{\text{grad}}(\text{div} \vec{E}) - \Delta \vec{E} = -\Delta \vec{E}$

On retrouve ainsi l'équation de D'Alembert $\Delta \vec{E} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$.

III.A.3)

- L'onde est monochromatique, plane, progressive et à polarisation rectiligne, elle est aussi transverse électrique.

III.A.4)

• On remplace dans l'équation de D'Alembert l'expression proposée et on obtient l'équation dite de dispersion (pas de dispersion ici toutefois) :

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2}.$$

Le vide ne disperse rien car la vitesse de l'onde est indépendante de sa fréquence.

III.A.5)

• On utilise la réduction des opérateurs de Leibnitz dans le champ complexe : $\vec{\nabla} \leftrightarrow -i\vec{k}$.

On montre ainsi à partir de $\vec{\text{rot}} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ que $\vec{B} = \frac{(\vec{k} \wedge \vec{E})}{\omega}$.

On obtient ainsi $\vec{B} = \frac{E_0}{c} \cos(\omega t - kx) \vec{e}_z$

III.A.6)

• Le vecteur de Poynting vaut $\vec{\Pi} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \wedge \vec{B} = \varepsilon_0 c^2 \vec{E} \wedge \vec{B} = c \varepsilon_0 E_0^2 [\cos(\omega t - kx)]^2 \vec{e}_x$.

• Le flux du vecteur de Poynting à travers une surface donne la puissance reçue par cette surface.

III.B - Ondes électromagnétiques dans un milieu conducteur

III.B.1)

• On reprend la démonstration précédente en ajoutant le vecteur densité de courant pour obtenir :

$$\Delta \vec{E} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} + \mu_0 \frac{\partial \vec{j}}{\partial t}$$

Vu la linéarité, le passage en complexe permet d'écrire :

$$\left(\frac{\omega^2}{c^2} - k^2\right) \vec{E} = \mu_0 i \omega \vec{j}$$

III.B.2)

• On exploite le $\vec{j} = \gamma \vec{E}$, pour obtenir la nouvelle équation de dispersion $\frac{\omega^2}{c^2} - \mu_0 i \omega \gamma = k^2$.

Questions redondantes à moins que le développement des formes précédentes soit considéré comme excessif.

III.B.3)

a) On remplace k en fonction de k_1 et k_2 et on prend la partie réelle de l'ensemble pour obtenir :

$$\vec{E}(M, t) = E_0 e^{k_2 x} \cos(\omega t - k_1 x) \vec{e}_y$$

b)

• k_1 illustre la pulsation spatiale de l'onde, parfois appelée ondulation. On a $|k_1| = \frac{2\pi}{\lambda}$.

Le signe de k_1 conditionne la direction de propagation, si k_1 est positif l'onde se déplace dans le sens des x croissants.

• k_2 traduit l'absorption de l'onde au cours de sa propagation, cette absorption de l'onde est le plus souvent caractérisée par l'inverse de k_2 qui est communément appelé profondeur de peau.

$$\delta = \frac{1}{|k_2|}$$

• Si le produit est positif, cela veut dire que l'énergie de l'onde augmente au fur et à mesure de sa propagation, elle se trouve donc dans un milieu amplificateur (courants sources de rayonnements, fibre dopée à l'erbium, Laser etc..).

• Si le produit est négatif, l'énergie de l'onde diminue au cours la propagation, le milieu est donc absorbant.

c)

• La vitesse de phase est la vitesse de déplacement d'un état de phase de l'onde, pour l'onde étudiée, la phase vaut $\Phi = \omega t - k_1 x$. Sa vitesse vaut $v_\phi = \frac{\omega}{k_1}$.

III.B.4)

• Même méthode que le III.A.5 pour obtenir $\vec{B} = \frac{(\vec{k} \wedge \vec{E})}{\omega}$

• Ici vu l'énoncé on a $\vec{k} = (k_1 + i k_2) \vec{e}_x$, soit $\vec{B} = \frac{E_0}{\omega} (k_1 + i k_2) e^{k_2 x} \exp[i(\omega t - k_1 x)] \vec{e}_z$

On en déduit la forme réelle $\vec{B} = \frac{E_0}{\omega} e^{k_2 x} [k_1 \cos(\omega t - k_1 x) - k_2 \sin(\omega t - k_1 x)] \vec{e}_z$.

• Les champs \vec{E} et \vec{B} sont déphasés si $k_2 \neq 0$.

III.B.5)

• $\vec{\Pi} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \wedge \vec{B} = \varepsilon_0 c^2 \vec{E} \wedge \vec{B} = \frac{c^2}{\omega} \varepsilon_0 E_0^2 e^{2k_2 x} \cos(\omega t - k_1 x) [k_1 \cos(\omega t - k_1 x) - k_2 \sin(\omega t - k_1 x)] \vec{e}_x$

On prend la valeur moyenne du champ précédent, pour obtenir :

$$\langle \vec{\Pi} \rangle = \frac{c^2}{\omega} \varepsilon_0 E_0^2 e^{2k_2 x} \left[k_1 \times \frac{1}{2} - k_2 \times 0 \right] \vec{e}_x = \frac{k_1 c^2 \varepsilon_0 E_0^2}{\omega} e^{2k_2 x} \vec{e}_x.$$

- La propagation de l'énergie se fait selon l'axe x , selon le signe de k_2 , l'onde gagne ou perd de l'énergie au cours de sa propagation.

III.B.6)

a) L'onde incidente ne dépend que de x , la discontinuité (le plan séparant les milieux) ne dépend aussi que de x , les équations étant linéaires, toutes les solutions induites sous cette contrainte ne dépendront que de x . L'onde réfléchie se propage donc selon x , la seule possibilité directionnelle est $-\vec{e}_x$. Vu la forme incidente, l'onde réfléchie est aussi TEM, le champ électrique est donc tangent. On utilise la relation de continuité $E_{TA} = E_{TB}$, la polarisation reste rectiligne, donc :

$$\vec{E}_r(M, t) = \underline{E}_{0r} \exp[i(\omega t + k_A x)] \vec{e}_y$$

b)

• Note : l'énoncé fait erreur sur la définition des coefficients énergétiques, c'est le rapport des normes des moyennes, et non le rapport des moyennes des normes.

• On a $\langle \vec{\Pi}_i(x=0, t) \rangle = \frac{k_1 c^2 \varepsilon_0 E_0^2}{\omega} e^{2k_2 x} \vec{e}_x = \frac{k_1 c^2 \varepsilon_0 E_0^2}{\omega} \vec{e}_x$, soit $\| \langle \vec{\Pi}_i(x=0, t) \rangle \| = \frac{|k_{A1}| c^2 \varepsilon_0 E_0^2}{\omega}$

de même on aura $\| \langle \vec{\Pi}_r(x=0, t) \rangle \| = \frac{|k_{A1}| c^2 \varepsilon_0 |E_{0r}|^2}{\omega}$ et $\| \langle \vec{\Pi}_t(x=0, t) \rangle \| = \frac{|k_{B1}| c^2 \varepsilon_0 |E_{0t}|^2}{\omega}$.

Soit $R = \frac{|E_{0r}|^2}{E_0^2}$ et $T = \frac{|k_{B1}| |E_{0t}|^2}{|k_{A1}| E_0^2}$

c) La somme vaut 1. C'est la conservation de l'énergie sur le dioptré.

d) Si $k_{B1} = 0$ l'énergie n'est pas transmise elle est entièrement réfléchie, c'est une réflexion totale. Nous aurons bien sur $R=1$ et $T=0$.

e) Guide hyperfréquence et équation des télégraphistes

III.C - Propagation des ondes électromagnétiques dans l'ionosphère

III.C.1)

• (cf cours) : $\vec{B} = \frac{(\vec{k} \wedge \vec{E})}{\omega}$, d'après les hypothèses de l'énoncé $B_0 \approx \frac{E_0}{c}$.

La force de Lorentz s'écrit : $\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B})$, le rapport du terme magnétique sur le terme électrique est donc majoré par la quantité $\frac{v}{c}$. Si la particule n'est pas relativiste ce terme est très faible, on peut donc négliger la composante magnétique de la force de Lorentz.

III.C.2)

• On écrit le PFD et on passe en complexe $\frac{d\vec{p}}{dt} = -e \vec{E} = m_e i \omega \vec{v}_e$, soit :

$$\vec{v}_e = -\frac{e}{m_e i \omega} \vec{E}$$

• Pour un cation, on aura de même $\vec{v}_i = \frac{e}{m_c i \omega} \vec{E}$.

Ce terme est 1000 fois plus petit que le précédent en raison de la différence des masses des particules, il est donc négligeable.

• On a $\vec{j} = \rho \vec{v}_e = -n_1 e \vec{v}_e = \frac{n_1 e^2}{m_e i \omega} \vec{E}$

III.C.3)

• Loi de Joule, nous avons $\frac{dP}{dt} = \vec{j} \cdot \vec{E}$, la densité de puissance moyenne vaut $\langle \frac{dP}{dt} \rangle = \frac{1}{2} \text{Re}(\vec{j} \cdot \vec{E}^*)$.

Elle est donc ici nulle.

III.C.4)

• On exploite $\overrightarrow{\text{rot}} \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$, soit en complexe

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{B} = \frac{1}{c^2} \left(1 - \frac{n_1 e^2}{m_e \varepsilon_0 \omega^2} \right) \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

C'est la même équation que celle du vide au terme entre parenthèses près.

L'équation de dispersion n'est plus $k^2 = \frac{\omega^2}{c^2}$ mais $k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \left(1 - \frac{n_1 e^2}{m_e \varepsilon_0 \omega^2} \right) = \frac{\omega^2 - \omega_p^2}{c^2}$ avec $\omega_p^2 = \frac{n_1 e^2}{m_e \varepsilon_0}$

• Application numérique :

• Ondes radio basses-fréquences

III.C.5)

a) Nous sommes dans le cas $\omega < \omega_p$, donc $k = ik_2 = -i \frac{\sqrt{\omega_p^2 - \omega^2}}{c}$

b)

• On exploite le paragraphe précédent

et

$$\vec{E}(M, t) = E_0 e^{k_2 x} \cos(\omega t) \vec{e}_y$$

$$\vec{B}(M, t) = \frac{E_0}{\omega} e^{k_2 x} [-k_2 \sin(\omega t)] \vec{e}_z$$

- L'onde est plane, monochromatique, stationnaire, à polarisation rectiligne et transverse électromagnétique.

$$c) \vec{\Pi} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \wedge \vec{B} = \varepsilon_0 c^2 \vec{E} \wedge \vec{B} = \frac{c^2}{\omega} \varepsilon_0 E_0^2 e^{2k_2 x} \cos(\omega t) [-k_2 \sin(\omega t)] \vec{e}_x$$

Vu la forme instantanée, la moyenne est nulle :

$$\langle \vec{\Pi} \rangle = \vec{0}$$

III.C.6)

a) Nous sommes dans le cas $\omega > \omega_p$, donc $k = k_1 = \pm \frac{\sqrt{\omega^2 - \omega_p^2}}{c}$

Nous ne retiendrons que la valeur positive pour les développements ultérieurs

b)

- On utilise III-B pour obtenir

$$\vec{E}(M, t) = E_0 \cos(\omega t - k_1 x) \vec{e}_y$$

et

$$\vec{B}(M, t) = \frac{E_0}{\omega} [k_1 \cos(\omega t - k_1 x)] \vec{e}_z.$$

- L'onde est plane, monochromatique, progressive selon x croissants, à polarisation rectiligne et transverse électromagnétique.

$$c) \langle \vec{\Pi} \rangle = \frac{k_1 c^2 \varepsilon_0 E_0^2}{\omega} \frac{\vec{e}_x}{2}.$$

d)

- Nous avons $v_\varphi = \frac{\omega}{k} = \frac{c}{\sqrt{1 - \left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^2}}$ /

- Le milieu est dispersif puisque la vitesse de phase dépend de la pulsation

e)

- Nous avons $v_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{c^2}{v_\varphi} = c \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^2}$.

- La vitesse de groupe est la vitesse de transfert de l'énergie d'une onde.

f) La vitesse de phase est supérieure à c, et la vitesse de groupe est inférieure à c.

La vitesse de phase ne représentant ni un transport de matière ni d'énergie, sa vitesse peut prendre n'importe quelle valeur. Le fait qu'elle soit supérieure à c ne doit en aucun cas traumatiser le lecteur, le grand Albert peut sommeiller en paix.

III.C.7)

- Le choix est correct car nous sommes dans la zone progressive et bien au-delà de la fréquence plasma. Dans cette zone, le caractère dispersif est négligeable et ne nécessite donc aucun aménagement du côté des techniques de télécommunications.