CORRIGE

Ces éléments de correction n'ont qu'une valeur indicative. Ils ne peuvent en aucun cas engager la responsabilité des autorités académiques, chaque jury est souverain.

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL
SESSION 2009 Série S
ÉLÉMENTS DE CORRECTION

Il est rappelé que ce document est à l'usage exclusif des membres des jurys. La règle de confidentialité relative aux commissions d'entente et aux travaux des jurys s'applique à son contenu.

Outre les compétences de base (C1: restituer et mobiliser des connaissances, C2:appliquer une méthode), le sujet permet d'évaluer des compétences évoluées parmi les suivantes :
C3 : Prendre des initiatives, choisir un modèle, émettre une conjecture, expérimenter
C4: Raisonner, démontrer, élaborer une démarche
C5: Évaluer, critiquer un résultat, vérifier la validité d' un résultat ou d' une méthode.

Exercice 1 : (4 points)

	Consignes de correction	*barème*
1.a) Montrer que pour tout entier n, $v_{n+1} = \frac{1}{3}v_n$ et en déduire que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{3}$ et dont le premier terme v_0 est égal à -5.		
1.b) Pour tout nombre entier naturel n, on a : $v_n = -5\left(\frac{1}{3}\right)^n$ et $u_n = -5\left(\frac{1}{3}\right)^n + 6$.		
1.c) Étude de la convergence de la suite (u_n).		
2.a) $10w_{10} = 11w_9 + 1$; $w_{10} = 21$		
2.b) *Dans cette question toute trace de recherche même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse sera prise en compte dans l'évaluation* La suite (w_n) est une suite arithmétique. Pour tout nombre entier n, $w_n = 2n+1$.	Cette question pourra permettre d'évaluer les compétences *C3* et *C4*	

Exercice 2 : (6 points)

		Consignes de correction	*barème*
Partie I	**1)** Calcul de la limite de f en $+\infty$. Cette limite est égale à 0.		
	2) $f'(x)=\frac{(1-x)e^{-x}}{1+xe^{-x}}$. Justification du signe de $f'(x)$.		
	3) Étude des variations de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;+\infty[$.		
Partie II	**1.a)** Représentation de la partie du plan dont l'aire est égale à $A(\lambda)$.		
	1.b) Justifier que pour tout réel λ strictement positif, $A(\lambda)\leq\lambda\times f(1)$.		
	2.a) $\int_0^{\lambda} xe^{-x}\,dx=(-\lambda-1)e^{-\lambda}+1$.		
	2.b) Démontrer que pour tout réel λ strictement positif, $A(\lambda)\leq-\lambda e^{-\lambda}-e^{-\lambda}+1$.		
	3. Première méthode : $A(5)\leq 1{,}57$ Deuxième méthode : $A(5)\leq 0{,}96$ La deuxième méthode donne une meilleure majoration.	Cette question pourra permettre d'évaluer les compétences *C5*	

Exercice 3 : (5 points)

		Consignes de correction	*barème*
Partie I	**Restitution organisée de connaissances**		
Partie II	**1.a)** Calcul de $P(\mathrm{A})$.		
	1.b) $P(\mathrm{B}) = \frac{1}{3}$.		
	1.c) Les événements A et B ne sont pas indépendants car $P(\mathrm{A} \cap \mathrm{B}) \neq P(\mathrm{A}) \times P(\mathrm{B})$.		
	2.a) La loi de probabilité de X : x_i : 0 ; 1 ; 2 $P(X = x_i)$: $\frac{1}{15}$; $\frac{7}{15}$; $\frac{7}{15}$		
	2.b) $E(X) = \frac{7}{5}$.		

Exercice 4 : (5 points)

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

	Consignes de correction	*barème*
1.a) Justifier les deux égalités $OM \times OM_1 = 1$ et $(\vec{u}\,;\overrightarrow{OM_1}) = -(\vec{u}\,;\overrightarrow{OM})$ à 2π près.		
1.b) Construction du point A'.		
2.a) Justifier que pour tout nombre complexe z non nul, le point M' a pour affixe $z' = \frac{1}{2}\left(z + \frac{1}{z}\right)$.		
2.b) B' et C' ont pour affixes respectives : $\frac{3}{4}\mathrm{i}$ et $-\frac{3}{4}\mathrm{i}$.		
2.c) Placer les points B, C, B' et C'.		
3) Les points M qui vérifient $M = M'$ ont pour affixes respectives 1 et -1.		
4. *Dans cette question toute trace de recherche même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse sera prise en compte dans l'évaluation* Montrer que si le point M appartient au cercle de centre O et de rayon 1 alors son image M' appartient au segment $[KL]$ où K et L sont les points d'affixes respectives -1 et 1.	Cette question pourra permettre d'évaluer les compétences *C3* et *C4*	

Exercice 4 : (5 points)

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

	Consignes de correction	*barème*
1.a) Les couples solutions de l'équation (E) sont les couples du type $(5k+1, 8k+1)$ lorsque k décrit l'ensemble des entiers relatifs.		
1.b) Montrer que le couple (p, q) est solution de l'équation (E) et en déduire que $m \equiv 9$ (modulo 40).		
1.c) Le nombre cherché est 2009.		
2.a) Démontrer que pour tout nombre entier naturel k on a : $2^{3k} \equiv 1$ (modulo 7).		
2.b) Le reste dans la division euclidienne de 2^{2009} par 7 est égal à 4.		
3.a) Vérifier que $10^3 \equiv -1$ (modulo 7).		
3.b) *Dans cette question toute trace de recherche même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse sera prise en compte dans l'évaluation* Les nombres cherchés sont : 1001, 1008, 2002, 2009, 3003, 4004, 5005, 6006, 7000, 7007,8001, 8008, 9002 et 9009.	Cette question pourra permettre d'évaluer les compétences ***C3*** et ***C4***	