

Epreuve de Physique 1-A

Durée 4 h

Interférences d'ondes électromagnétiques

Le candidat doit rédiger les questions dans l'ordre sur la copie. Les résultats demandés dans l'énoncé seront mis en évidence par une couleur caractéristique et / ou un encadrement. Au début de chaque question, on rappellera le numéro de celle-ci.

I. Rôle d'un dépôt métallique en optique

On se propose de décrire dans cette partie la structure des ondes électromagnétiques à l'interface entre l'air, qu'on assimilera au vide, et une couche métallique, dans le but de préciser la fonction de certains éléments d'un interféromètre de Michelson.

Une onde plane progressive monochromatique, se propageant suivant les z croissants dans le demi espace vide $z < 0$, arrive sous incidence normale sur le plan xOy . Le demi espace $z > 0$ est un métal.

1. Modèle du métal parfaitement conducteur

Le métal est supposé parfaitement conducteur.

- Après avoir justifié que dans un conducteur le produit scalaire $\vec{j} \cdot \vec{E}$ de la densité volumique de courant par le champ électrique reste fini, préciser les propriétés du champ électromagnétique dans le demi espace $z > 0$ lorsque la conductivité électrique tend vers l'infini.
Que peut-on en déduire pour le champ dans le vide au voisinage du plan xOy ?
- Si l'onde incidente est polarisée rectilignement, établir les propriétés de l'onde réfléchie
 - est-elle plane, progressive et monochromatique ?
 - est-elle polarisée ?
- Définir et calculer les coefficients de réflexion en amplitude et en puissance.
- Si l'onde incidente est polarisée circulaire gauche, que peut-on dire de l'onde réfléchie ?
- Si l'onde incidente est polychromatique, que peut-on dire du spectre (répartition de la puissance sur les diverses longueurs d'onde) de l'onde incidente par rapport à celui de l'onde réfléchie ?

2. Onde résultante

On désire préciser des propriétés du champ résultant de la superposition des ondes incidente et réfléchie dans le cas du métal parfaitement conducteur. L'onde incidente sera supposée polarisée rectilignement.

- Proposer une expression du champ électrique résultant de la superposition des ondes incidente et réfléchie.
- Déterminer la puissance moyenne rayonnée et interpréter le résultat.
- Existe-t-il des points recevant les deux ondes incidente et réfléchie pour lesquels le champ électrique résultant est nul ? Si oui, déterminer leur position et nommer ce phénomène.
- Retrouver les résultats précédents par un raisonnement utilisant la notion de différence de marche.
- Les résultats du c) sont-ils modifiés si l'onde incidente est polarisée circulairement ? Justifier.

3. Métal réel

On suppose ici que le métal utilisé présente une conductivité électrique indépendante de la

fréquence, notée σ . On utilisera la valeur numérique $\sigma = 10^7$ U. S. i.

- Préciser l'unité internationale de σ .
- Citer un métal dont la conductivité a l'ordre de grandeur donné ci-dessus.
- Pour le champ électromagnétique d'une onde optique monochromatique dans le domaine visible, préciser l'ordre de grandeur du rapport des amplitudes des densités de courant de conduction $\vec{j} = \sigma \cdot \vec{E}$ et de déplacement $\epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$.

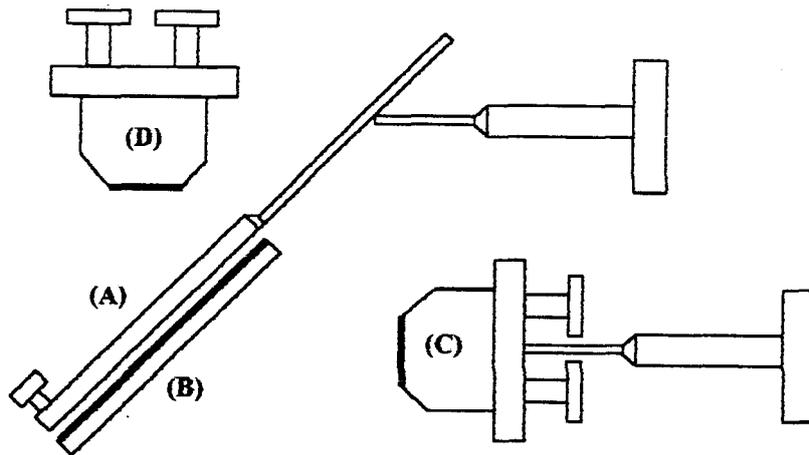
On fera dans la suite l'approximation suggérée par cet ordre de grandeur.

- Montrer qu'une onde plane progressive monochromatique ne peut se propager dans un tel milieu conducteur qu'au prix d'une atténuation exponentielle de son amplitude. Préciser et donner l'ordre de grandeur de la distance caractéristique de pénétration de l'onde qui peut ainsi être mise en évidence.
- Conclure sur le rôle d'un dépôt métallique dans un miroir et dans une lame semi-réfléchissante utilisés dans un interféromètre de Michelson. Quelles caractéristiques les distinguent ?

II. Interféromètre de Michelson

1. Identification et rôle des éléments

On donne ci-dessous le schéma d'un interféromètre. les faces en trait gras sont traitées par un dépôt métallique.



- Nommer et préciser en une ligne environ le rôle et les possibilités de réglage (rotation, translation) de chaque élément repéré par la lettre A, B, C ou D.
- Pour un rayon incident, tracer le(s) trajet(s) suivi(s) par la lumière en précisant le sens de parcours. La tolérance sur la différence de largeur des lames A et B est-elle de l'ordre du millimètre, du micromètre, du nanomètre ou du picomètre ? Justifier.
- En l'absence d'une de ces lames, pourrait-on observer:
 - les anneaux à l'infini en lumière monochromatique ?
 - les franges rectilignes en lumière monochromatique ?
 - les franges rectilignes en lumière blanche ?
- Quel intérêt y a-t-il à faire interférer des ondes d'égale intensité ? Justifier en exprimant un coefficient caractérisant la visibilité de la figure d'interférence en fonction du rapport des intensités des deux ondes.

La face traitée de la lame B présente un coefficient de réflexion en énergie noté R. Préciser le coefficient de transmission en énergie si on néglige l'absorption de la lame. Les ondes qui interfèrent en sortie de l'interféromètre ont-elles même amplitude quel que soit R ?

- Quelle valeur donne-t-on à R et pourquoi ?

On négligera dans la suite toute différence de marche due aux réflexions sur les lames et les miroirs, en faisant l'hypothèse qu'elles se compensent : seules les différences de trajet dans l'air seront comptées.

2. Réglage géométrique

On désire dans un premier temps régler approximativement la position des miroirs en vue d'obtenir des franges d'interférence. Pour ce faire, on désire réaliser un collimateur à l'aide des éléments suivants: lampe, diaphragme et lentille mince.

- Indiquer sur un schéma les positions respectives de ces éléments.
- Quelle condition sur ces positions permet d'obtenir un faisceau de lumière parallèle ?
- On place également un condenseur (lentille de courte distance focale) dans le dispositif précédent, préciser son rôle et sa position par rapport aux autres éléments.
- On place ce dispositif en entrée de l'interféromètre, indiquer par quel(s) réglage(s) (rotation ou translation) et sur que]l(s) élément(s) on peut agir pour obtenir la superposition des faisceaux en sortie de l'interféromètre.

3. Franges rectilignes

On raisonne sur l'interféromètre réglé de telle sorte que l'on observe, avec une source étendue, des franges rectilignes. La lumière utilisée est monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 589\text{nm}$.

- Quelle est la teinte (couleur) de ce rayonnement ?
- Préciser la position relative des miroirs (on pourra donner la position d'un miroir par rapport à l'image de l'autre miroir par l'ensemble des lames A et B).
- On veut observer ces franges sur un écran placé à 1,5 mètre des miroirs à l'aide d'une lentille placée à la sortie de l'interféromètre.
 - La lentille doit-elle être convergente ou divergente ? Quelle relation doit vérifier sa distance focale ?
 - On désire que l'interfrange sur l'écran soit 9 fois supérieur à celui obtenu dans le plan des miroirs ; déterminer la distance focale à utiliser.
 - L'interfrange sur l'écran est égal à 1 centimètre, préciser par un paramètre géométrique la position relative des miroirs.
- On translate l'un des miroirs d'une longueur Δ , quelle modification peut-on observer sur la figure d'interférences ? Comment peut-on ainsi mesurer la distance Δ ?

4. Anneaux

On raisonne sur l'interféromètre réglé de telle sorte que l'on observe, avec une source étendue, des anneaux. La lumière utilisée est monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 589\text{nm}$.

- Préciser la position relative des miroirs.
- On veut observer ces franges sur un écran placé à 1,5 mètre des miroirs à l'aide d'une lentille placée à la sortie de l'interféromètre.
 - Comment doit-on positionner l'écran par rapport à la lentille ?
 - On dispose de lentilles de distance focale 10 cm, 50 cm et 1 m. Laquelle permettra d'obtenir les anneaux projetés de plus grande taille ?
 - Partant du réglage pour lequel la figure observée est uniforme de même couleur que la source (teinte plate), on translate l'un des miroirs de 1 mm. Calculer le rayon sur l'écran des 5 premiers anneaux. Représenter la figure observée.

5. Enregistrement d'un signal

A partir de la disposition des miroirs permettant d'observer des anneaux, on place en sortie de l'interféromètre un détecteur de lumière quasi ponctuel placé au foyer image d'une lentille convergente. Ce détecteur délivre un signal électrique proportionnel à l'éclairement reçu. On enre-

giste l'évolution de ce signal au cours du temps pendant qu'un des miroirs est en mouvement de translation à vitesse constante V .

a) Si la lumière est monochromatique, tracer l'allure du graphe du signal enregistré. Peut-on, à l'examen de ce signal, repérer la position de la frange centrale (point de différence de marche nulle) ?

b) La lumière utilisée est blanche et on suppose que la répartition de la puissance de la source en fonction de la fréquence est uniforme entre les fréquences ν_1 et ν_2 délimitant le spectre visible. Le détecteur est supposé présenter une sensibilité identique pour toute les fréquences et n'être sensible qu'aux ondes dont la fréquence est dans la bande passante $[\nu_1, \nu_2]$.

- Evaluer les fréquences ν_1 et ν_2 délimitant le domaine du visible.

- Exprimer l'éclairement reçu par le détecteur en fonction de ν_1, ν_2, δ différence de marche, c et une constante de proportionnalité E_0 correspondant à l'éclairement pour $\delta = 0$.

- Tracer le graphe de E/E_0 en fonction de δ en prenant en compte les valeurs numériques proposées précédemment.

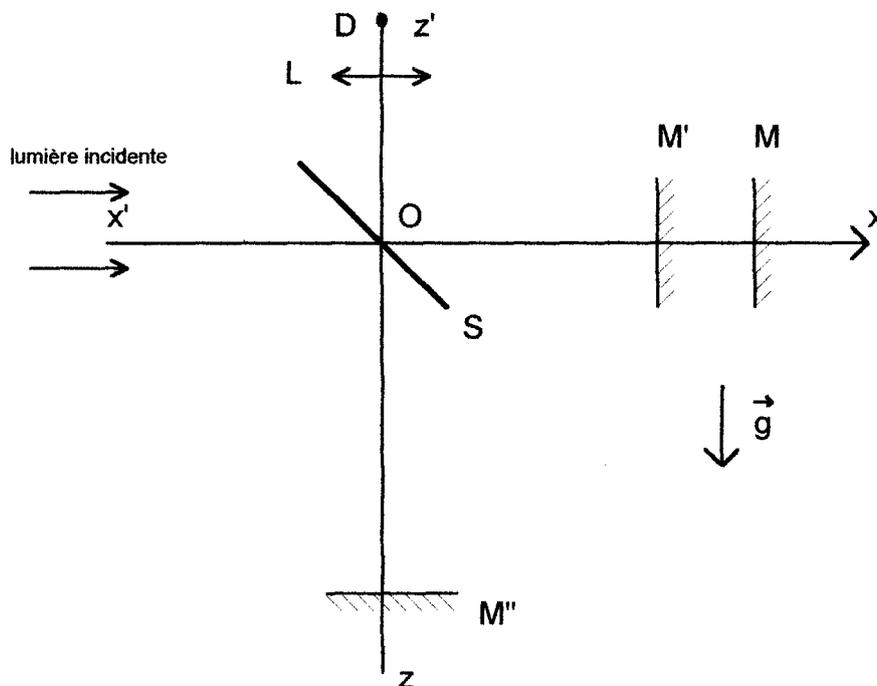
- Peut-on déterminer la position du passage par la frange centrale à l'examen de l'évolution du signal issu du détecteur D lorsque le miroir se translate ?

- Si oui, donner un ordre de grandeur de l'incertitude de cette détermination,

6. Utilisation dans la mesure de g .

On envisage de décrire une expérience (cf figure ci-dessous) de détermination de l'accélération de la pesanteur g . La lame (S) schématise l'ensemble (A) et (B) de la première figure, D est le détecteur placé au foyer de la lentille L. Un dispositif non représenté permet d'utiliser le miroir M ou le miroir M' dans le bras horizontal $x'x$ de l'interféromètre (la distance $L_0 = OM - OM'$ est supposée parfaitement connue).

L'éclairage est fait à l'aide d'un collimateur dans la direction $x'x$ rigoureusement perpendiculaire aux miroirs M ou M'.



Le miroir M'' se déplace en translation le long de l'axe vertical $z'z$ il reste toujours perpendiculaire à cet axe.

a) Parmi les deux possibilités suivantes : LASER et lumière blanche, laquelle doit-on choisir si on désire repérer précisément le passage de M'' par un plan de cote z_1 , lorsqu'on utilise M' ? On note de même z_2 la cote de M'' repérée précisément lorsque M est présent.

b) Exprimer en justifiant les valeurs de z_1 , et z_2 en fonction des distances OM et OM'.

Le miroir M'' est lancé verticalement vers le haut et décrit un mouvement de chute libre le long de l'axe z'z. On suppose que le dispositif permettant de substituer M à M' est suffisamment rapide pour qu'il soit possible de mesurer précisément les instants de passage de M'' par les plans horizontaux de cotes z_1 , et z_2 à la montée puis à la descente. Soient t_1 , t_2 , t_3 et t_4 les 4 instants obtenus dans l'ordre chronologique, on définit $T = t_4 - t_1$, et $T' = t_3 - t_2$

c) Exprimer g accélération de la pesanteur en fonction de T, T' et L_0

d) On admet que le détecteur et l'électronique de traitement permettent une mesure de temps à 1 nanoseconde près. En utilisant les résultats de la question 5 et la valeur usuelle de g, évaluer l'incertitude ΔT sur T et T' sachant que T et T' valent approximativement 1,14 s et 0,7 s.

III. Interférométrie à très grande base

Un procédé analogue à celui utilisé dans les interférences optiques est mis à profit pour déterminer de très grandes distances à la surface de la terre. Il a ainsi été mesuré très précisément la distance entre les continents américain et européen.

1. Application

a) Quel intérêt peut revêtir la mesure de la distance intercontinentale au fil des ans ?

b) Proposer un ordre de grandeur de cette distance et de sa variation annuelle.

c) Avec quelle précision doit-on faire la mesure ?

A l'aide de deux antennes (une sur chaque continent), on enregistre au cours du temps l'évolution du signal radiofréquence détecté dans une même direction de l'univers pendant une durée T_0 . On admettra que les signaux $s_1(t)$ et $s_2(t)$ détectés sont identiques car issus d'une même source très lointaine (quasar), mais décalés temporellement d'une durée $\tau = d/c$ où d est la distance mesurée et c la célérité des ondes électromagnétiques. On suppose que $s_1(t)$ est en avance sur $s_2(t)$. Les deux enregistrements sont datés très précisément à l'aide d'une horloge atomique, puis on réunit les bandes magnétiques comportant ces signaux et on effectue un traitement mathématique visant à calculer le décalage temporel τ .

On calcule alors la moyenne, sur la durée d'enregistrement, du produit de $s_2(t)$ par le signal s, retardé d'une durée θ : $s_1(t-\theta)$. Soit $C(\theta) = \overline{s_1(t-\theta) \cdot s_2(t)}$ le résultat de ce calcul pour chaque valeur de θ . On peut alors tracer $C(\theta)$ pour différentes valeurs de θ et en rechercher le maximum. On désire déterminer dans quelle condition ce maximum est obtenu pour $\theta = \tau$.

2. Cas d'une onde sinusoïdale

Le signal reçu est supposé sinusoïdal de période T : $s_1(t) = S \cdot \cos(\omega t)$ et $s_2(t) = S \cdot \cos(\omega(t - \tau))$.

a) Si on raisonne sur une durée T_0 d'enregistrement infinie, exprimer $C(\theta)$.

b) Montrer qu'il existe une indétermination sur la valeur de θ pour laquelle C est maximum.

c) En terme de distance d, que représente cette indétermination ? Commenter.

d) En fait, l'enregistrement ne se fait que sur une durée finie T_0 , les valeurs des signaux avant et après cet intervalle de temps sont nulles. Comment est modifié le graphe de $C(\theta)$?

3. Cas d'impulsions

Les signaux sont supposés formés d'impulsions rectangulaires de durée T_p , répétées avec une période T. On raisonne sur une durée d'enregistrement infinie.

a) Représenter les signaux $s_1(t)$ et $s_2(t)$ et donner l'allure du graphe de $C(\theta)$.

b) Justifier la condition suivante pour la période T : $T > \tau$

4. Cas d'un signal polychromatique

Dans l'expérience réelle, les signaux sont quelconques et même aléatoires - on propose de les considérer comme polychromatiques de spectre large (fréquences ν_1 et ν_2 de même ordre de grandeur).

Justifier, par un raisonnement qualitatif, que lorsque le signal $s_1(t)$ est retardé de $\theta = \tau$, $C(\theta)$ est maximum.

5. Analogie avec l'optique

Cette expérience illustre en fait des propriétés des interférences. En effet, lorsque deux signaux lumineux interfèrent, l'éclairement est proportionnel à $\Xi = \overline{(s_1 + s_2)^2} = \overline{s_1^2} + \overline{s_2^2} + 2\overline{s_1 \cdot s_2}$. Les deux premiers termes de la somme sont constants mais le troisième, qui n'est autre que la fonction C étudiée plus haut, varie avec le retard d'un signal sur l'autre.

- a) Quel type de lumière correspondrait aux cas envisagés aux paragraphes III.2 et III.4 ci-dessus ?
- b) Quel dispositif, constitué autour d'un interféromètre de Michelson, est analogue à l'expérience ?

6. Notion de ligne de base

- a) Le quasar est situé à très grande distance (à l'infini) au zénith de l'antenne A_1 . Représenter sur une figure la terre en faisant figurer les points A_1 , A_2 et la direction du rayonnement incident. Après justification, indiquer sur le schéma la distance d mesurée par le procédé.
- b) Comment déterminer la distance $A_1 A_2$?
- c) Si on effectue continûment la mesure de la distance d avec 2 antennes données, on constate que d varie périodiquement dans le temps. Quelle est la période ? Quel intérêt peut présenter la mesure de cette période avec une incertitude inférieure à la milliseconde ?