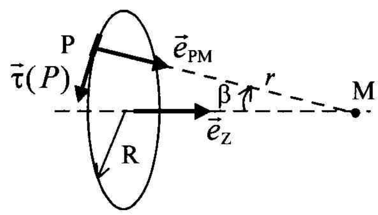
PROBLÈME DE PHYSIQUE

Partie I

I.1.La distribution est invariante par antisymétrie par rapport à tous les plans passant par M et contenant l'axe Oz. Le champ en M est **contenu** dans tous ces plans. Il est donc porté par $\vec{e}_Z$.

Pour calculer le champ magnétique, on ne peut qu'utiliser la formule de Biot et Savart $\vec{B}(M)=\oint\frac{\mu_0}{4\pi}.\mathrm{I}.d\ell.\vec{\tau}(P)\wedge\frac{\overrightarrow{\mathrm{PM}}}{|\mathrm{PM}|^3}$ où $d\ell$ est un élément centré en un point P de la distribution. La projection sur $\vec{e}_Z$ est donc $B(M)=\oint\frac{\mu_0}{4\pi}.\mathrm{I}.d\ell.\left(\vec{\tau}(P)\wedge\frac{\vec{e}_{\mathrm{PM}}}{r^2}\right).\vec{e}_Z$ car $|\mathrm{PM}|=r$ pour tout les points P. On a donc $B(M)=\frac{\mu_0 I}{4\pi}.\frac{1}{r^2}\oint.d\ell\vec{\tau}(P).(\vec{e}_{\mathrm{PM}}\wedge\vec{e}_Z)$. Comme



$(\vec{e}_{\mathrm{PM}}\wedge\vec{e}_Z)=\sin(\beta)\vec{\tau}(P)$, il reste $B(M)=\frac{\mu_0 I}{4\pi}.\frac{1}{r^2}\sin(\beta)\oint.d\ell=\frac{\mu_0 I}{4\pi}.\frac{1}{r^2}\sin(\beta)2\pi\mathrm{R}$. Avec $\sin(\beta)=\frac{\mathrm{R}}{r}$ et $r=\sqrt{\mathrm{R}^2+\mathrm{z}^2}$, il reste $\boxed{\vec{B}(M)=\frac{\mu_0 I}{2}.\frac{\mathrm{R}^2}{\left(\mathrm{R}^2+\mathrm{z}^2\right)^{\frac{3}{2}}}\vec{e}_Z}$.

Partie II

II.A.1. En projection sur $\vec{u}_X$, on a $B_{SX}(t)=Ki_1(t)-Ki_2(t)\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)-Ki_3(t)\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)$ d'où

$$B_{SX}(t)=K.\mathrm{I_m}\cos(\omega t+\varphi_s)-\frac{1}{2}K.\mathrm{I_m}\left(\cos\left(\omega t+\varphi_s-\frac{2\pi}{3}\right)+\cos\left(\omega t+\varphi_s+\frac{2\pi}{3}\right)\right)$$

$$=K.\mathrm{I_m}\cos(\omega t+\varphi_S)-\frac{1}{2}K.\mathrm{I_m}\left(2\cos(\omega t+\varphi_S)\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)\right)$$

$$=K.\mathrm{I_m}\cos(\omega t+\varphi_S)-K.\mathrm{I_m}\cos(\omega t+\varphi_S)\left(-\frac{1}{2}\right)$$

soit $\boxed{B_{SX}(t)=\frac{3}{2}K.\mathrm{I_m}\cos(\omega t+\varphi_S)}$.

En projection sur $\vec{u}_Y$, on a $B_{SY}(t)=Ki_2(t)\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)-Ki_3(t)\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)$ d'où

$$B_{SY}(t)=\frac{\sqrt{3}}{2}K.\mathrm{I_m}\cos\left(\omega_s t+\varphi-\frac{2\pi}{3}\right)-\frac{\sqrt{3}}{2}K.\mathrm{I_m}\cos\left(\omega_s t+\varphi+\frac{2\pi}{3}\right)$$

$$=\frac{\sqrt{3}}{2}K.\mathrm{I_m}\left((-2)\sin(\omega t+\varphi_S)\sin\left(-\frac{2\pi}{3}\right)\right)$$

soit $\boxed{B_{SY}(t)=\frac{3}{2}K.\mathrm{I_m}\sin(\omega t+\varphi_S)}$.

A.2. La norme de ce champ est telle que $||\vec{B}||^2=B_{SX}{}^2+B_{SY}{}^2$ soit $\boxed{||\vec{B}_S(t)||=\frac{3}{2}K.\mathrm{I_m}}$. $\vec{B}(t)$ est porté par le vecteur unitaire $\vec{e}(t)=\cos(\omega t+\varphi_S)\ \vec{e}_X+\sin(\omega t+\varphi_S)\vec{e}_Y$. Le sens et la direction de ce vecteur changent au cours du temps. Il tourne autour de O dans le plan xOy **à la vitesse angulaire ω** dans le sens direct.

A.3. Le champ magnétique tourne alors dans le sens indirect. (Le calcul est un peu long, il aurait été préférable d'inverser les phases 2 et 3.)

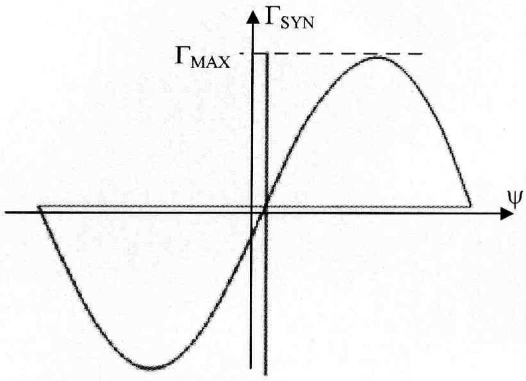
A.4. $||\vec{B}_S(t)|| = \frac{3}{2}(0{,}05).(15)\frac{2}{\sqrt{2}} = 1{,}6$ T.

Une fréquence de 1 Hz correspond à une vitesse de rotation de 1 tr/s donc ici $\omega = 3{,}0\times10^3$ tr/min.

B.1.Le rotor possède un moment dipolaire magnétique $\mathcal{M} = p\mathrm{I.S}\vec{n}$. Le moment instantané des forces de Laplace exercées par le champ magnétique $\vec{B}_S(t)$ sur ce dipôle est $\vec{\Gamma}(t) = \vec{\mathcal{M}}(t)\wedge\vec{B}_S(t) = \mathcal{M}.B_S.\sin(\omega_S t+\varphi-\theta(t))\vec{e}_Z$ soit $\boxed{\vec{\Gamma}(t) = p\mathrm{I.S}.B_S.\sin((\omega_S-\Omega)t+\varphi-\theta_0)\vec{e}_Z}$.

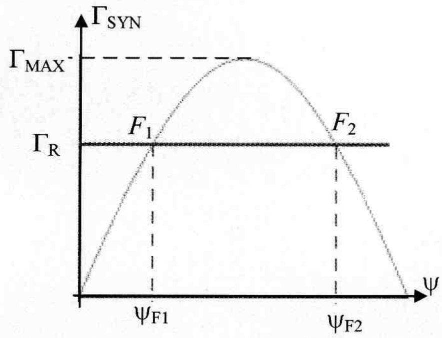
B.2 La valeur moyenne d'une fonction sinusoïdale étant nulle, la valeur moyenne de ce couple est nulle sauf si $\Omega = \omega_S$. Alors elle vaut $\boxed{\Gamma_{SYN} = p\mathrm{I.S}.B_S.\sin(\varphi-\theta_0)}$. La fréquence de rotation du champ magnétique étant fixée, le couple est nul au démarrage et le moteur ne peut pas démarrer seul.

B.3. La courbe $\Gamma_{SYN} = p\mathrm{I.S}.B_S.\sin(\psi)$ est la suivante, pour $\psi \in [-\pi, \pi]$. Le fonctionnement moteur correspond à $\Gamma_{SYN} > 0$ soit $\boxed{\psi \in [0, \pi]}$. Le couple est maximum pour $\psi = \frac{\pi}{2}$ et vaut $\boxed{\Gamma_{MAX} = p\mathrm{I.S}.B_S}$.



Par définition, le flux de $\vec{B}_S$ à travers le rotor est $\Phi_{MAG} = p\iint_S \vec{B}_S.\vec{n}dS$. Lorsque $\Gamma_{SYN} = \Gamma_{MAX}$, le champ magnétique et le moment dipolaire (porté par le vecteur $\vec{n}$) font un angle de $\frac{\pi}{2}$. On a donc $\boxed{\Phi_{MAG} = 0}$ dans ce cas.

B.4. La courbe tracée ci-contre montre qu'il y a deux points d'intersection des courbe $\Gamma(\psi)$ et Γ_{SYN}, correspondant à deux points de fonctionnement F_1 et F_2 (ou une valeur double si $\psi = \frac{\pi}{2}$). Notons Γ_R la valeur du couple en l'absence de perturbation.



Si la vitesse de rotation augmente, alors l'angle interne ψ diminue puisque la vitesse de rotation du champ ne change pas. Alors, si le point de fonctionnement initial est F_2, on constate que Γ_{SYN} devient supérieur à Γ_R ce qui tend à augmenter la vitesse de rotation. Il n'y a donc plus synchronisme possible.

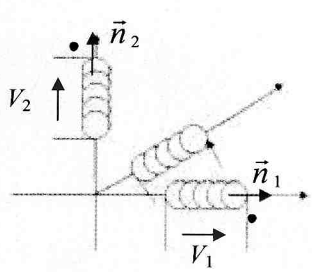
Si le point de fonctionnement initial est F_1, une diminution de l'angle interne entraîne $\Gamma_{SYN} < \Gamma_R$ donc la vitesse diminue et revient à la valeur de synchronisme ω_S. Le point de fonctionnement **F_1 est donc stable.**

Si $\psi = \frac{\pi}{2}$, une variation $\delta\psi$ de ψ diminue Γ_{SYN} et la vitesse de rotation diminue ce qui tend à augmenter ψ. Si $\delta\psi > 0$, cette perturbation n'est donc pas compensée au contraire du cas où $\delta\psi < 0$. L'état $\psi = \frac{\pi}{2}$ est donc stable seulement vis-à-vis des diminutions de ψ.

Partie III

III.A.1. À un instant t quelconque, le champ magnétique crée par la bobine tournante R_P a pour expression

$$\vec{B}(t) = \alpha J_0\cos[\Omega t + \theta_0]\,\vec{e}_X + \alpha J_0\sin[\Omega t + \theta_0]\,\vec{e}_Y\,.$$



Il crée à travers la bobine B_1 le flux magnétique $\Phi_1(t) = n\Sigma\alpha J_0\cos[\Omega t + \theta_0]$ et à travers B_2 le flux $\Phi_2(t) = n\Sigma\alpha J_0\sin[[\Omega t + \theta_0]$