I. Mise en situation

II. Présentation du système

Q 1. Déterminer A, B, C, D, E, F et G (sur feuille de copie).

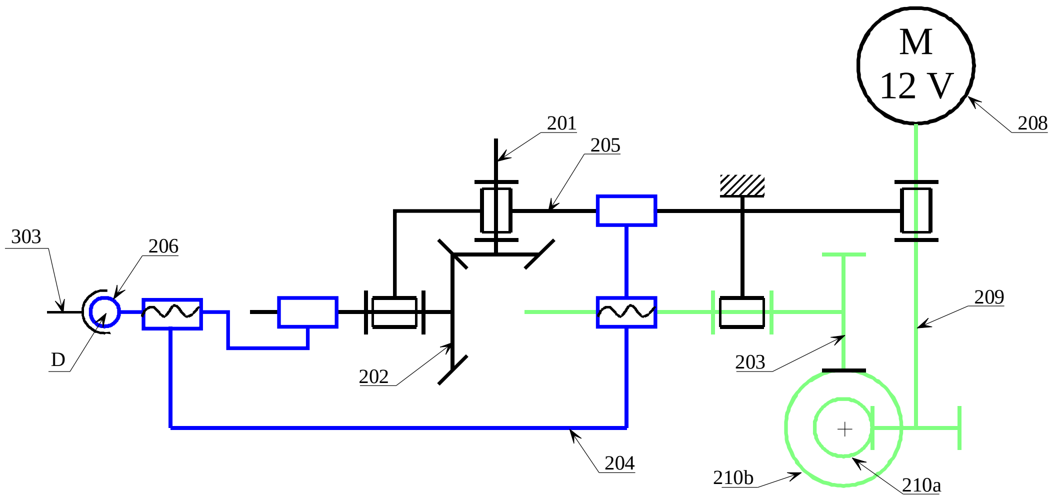
A : Capteur d'assiette
B : Calculateur
C : Réglage manuel
D : Axe optique du faisceau correct
E : Moto-réducteur
F : Système Vis / Ecrou
G : Bloc d'orintation

III. Etude de la fonction : « orienter l'axe optique »

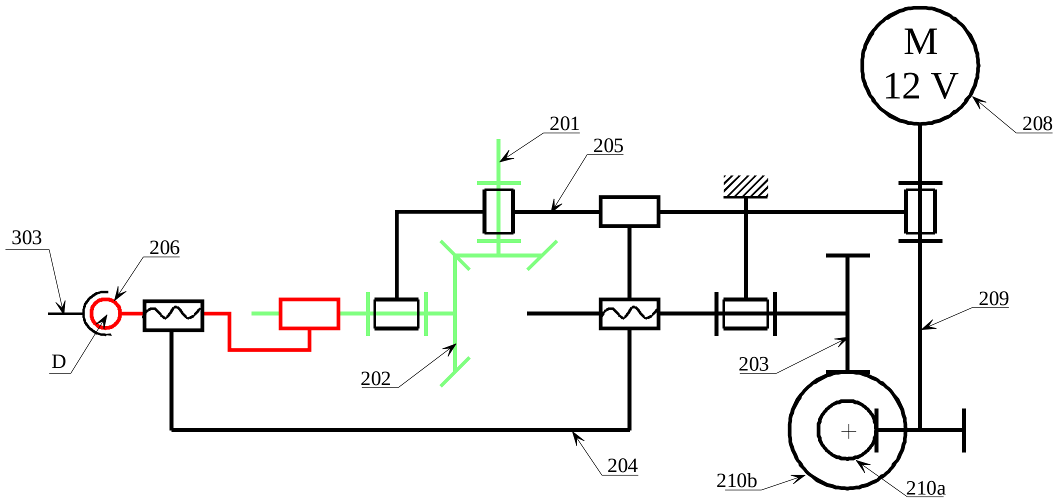
A. Etude de la chaîne cinématique : moto-réducteur + système vis écrou

Q 2. Surligner en vert les pièces ayant un mouvement de rotation par rapport au bâti.
Surligner en bleu les pièces ayant un mouvement de translation par rapport au bâti.
Surligner en rouge les pièces ayant un mouvement de rotation et translation par rapport au bâti.

réglage motorisé



réglage manuel



Q 3. Sur le dessin d'ensemble, document réponse 2:
*Colorier en vert, <u>sur toutes les vues</u> l'écrou **204.***

Q 4. Déterminer V, W, X, Y et Z (sur feuille de copie).

V : Créer glissière 204 / bâti 205
W : Surface cylindrique circulaire
X : Ergot 204
Y : Cannelures
Z : Zone filetée

B. Etude de l'orientation du bloc optique

Q 5. Démontrer que la liaison équivalente en B est une liaison linéaire annulaire d'axe $(B,\vec{y})$.

Tous les torseurs sont donnés dans la base $(\vec{x},\vec{y},\vec{z})$.

$$\{V_{302/301}\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & Vy1 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_B \qquad \{V_{304/302}\} = \begin{Bmatrix} \omega x2 & 0 \\ \omega y2 & 0 \\ \omega z2 & 0 \end{Bmatrix}_B$$

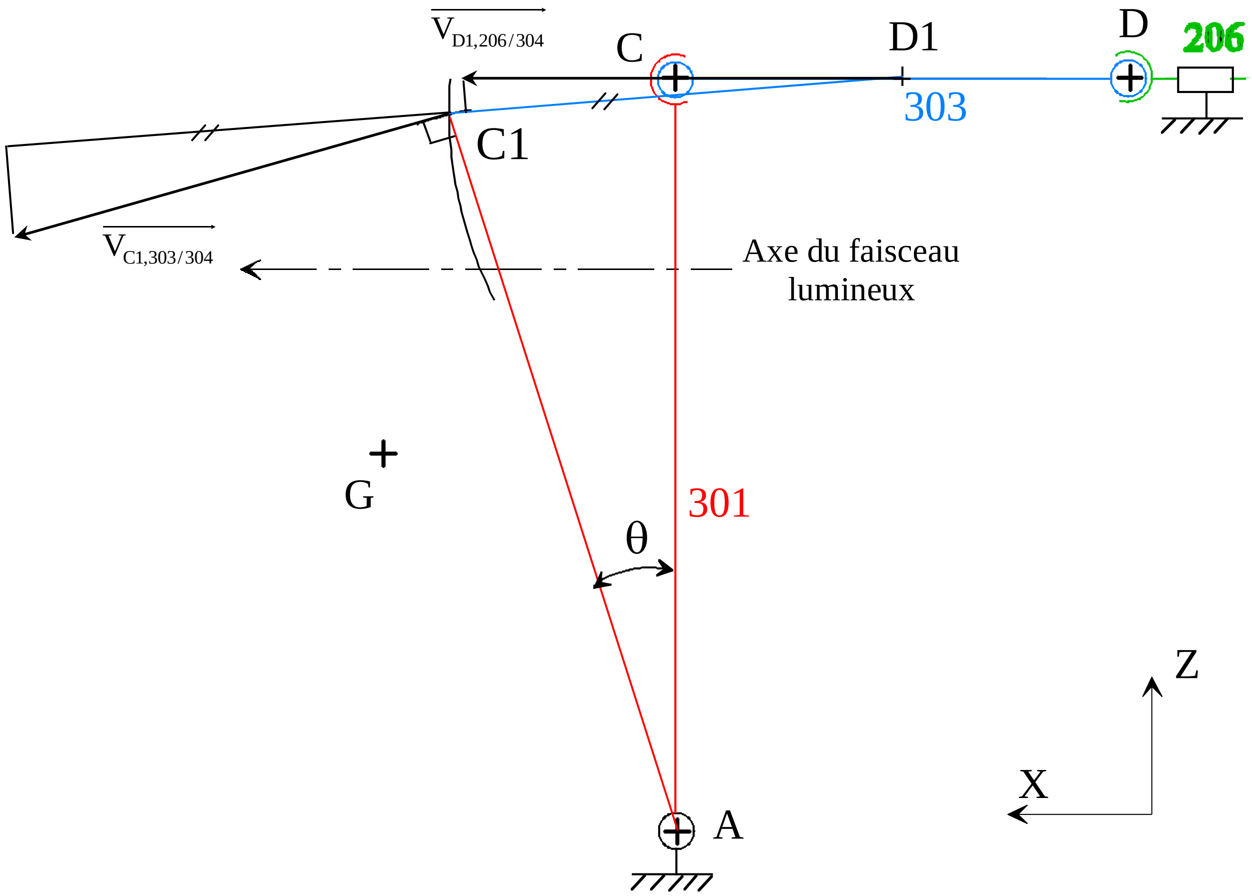
Les deux liaisons étant en série, le torseur de la liaison équivalente s'obtient en sommant les torseurs des liaisons élémentaires :

$$\{V_{Leq}\} = \{V_{302/301}\} + \{V_{304/302}\} = \begin{Bmatrix} \omega x2 & 0 \\ \omega y2 & Vy1 \\ \omega z2 & 0 \end{Bmatrix}_B$$ Torseur d'une liaison linéaire annulaire d'axe $(B,\vec{y})$.

*Q 6. Justifier sans calcul la liaison équivalente entre le boîtier **301** et le bâti **304** en ne tenant compte que des liaisons en A et B.*

La liaison rotule en A autorise uniquement 3 rotations. L'ajout de la liaison linéaire annulaire en B supprime 2 rotations et permet de conserver celle autour de (AB). La liaison équivalente est donc une liaison pivot d'axe (AB) soit $(B,\vec{y})$.

Q 7. Tracer sur le document réponse 3, dans le cas d'un réglage motorisé, le schéma cinématique minimal dans le plan $(A,\vec{x},\vec{z})$ *de la chaîne fermée constituée du bâti **304** et des pièces **301**, **206** et **303**.*



Remarque : manque de précision dans la définition de la « liaison » entre 206 et 304. On peut prendre une liaison glissière ou une pivot glissant.
Cela ne changera rien au résultat du calcul d'hyperstatisme de la question suivante car si l'on choisi une glissière on ne rajoute pas de mobilité interne alors qu'une pivot glissant en rajoute une.

Q 8. Le système est-il isostatique ? Justifier par le calcul.

Remarque : Dans le texte, il n'est pas précisé si il existe un dispositif permettant de bloquer automatiquement la rotation de la pièce 201 lorsque le réglage manuel n'est pas activé.

Si ce système existe, la liaison équivalente entre la pièce (206) et la bâti est une glissière de direction $(\vec{x})$.

Si ce système n'existe pas, la rotation des roues coniques (201) et (202) peuvent tourner librement. La rotation de la pièce (206) selon l'axe $(D, \vec{x})$. La liaison équivalente serait donc une liaison pivot glissant d'axe $(D, \vec{x})$. Ceci est toutefois peut vraisemblable car la translation de la pièce (206) dépendrait de la rotation du moteur (hélicoïdale 203/204), que l'on maîtrise et de la rotation libre (que l'on ne maîtrise pas) de la pièce (202) par la liaison (hélicoïdale 202-205).

$h = \Sigma\, n_{Si} - 6(n-1) + m$

Liaison glissière :

$\Sigma\, n_{Si} = 5+3+3+5$ (Glissière, rotule, rotule, pivot)
$n=4$
$m = m_u + m_i = 1+1$ 1 mobilités internes : rotation de 206 autour de $(D, \vec{x})$

$\boxed{h=0 \quad \text{le système est isostatique}}$

Liaison pivot-glissant :

$\Sigma\, n_{Si} = 4+3+3+5$ (pivot glissant, rotule, rotule, pivot)
$n=4$
$m = m_u + m_i = 1+2$ 2 mobilités internes : rotation de 206 autour de $(D, \vec{x})$ et rotation de 303 autour de (C, D).

$\boxed{h=0 \quad \text{le système est isostatique}}$

Q 9. En supposant la course de l'axe ***206*** *égale à 30 mm ($\overrightarrow{DD_1} = 30\vec{x}$), tracer sur le document réponse 3 le point C_1, les pièces* ***301*** *et* ***303*** *et l'axe du faisceau lumineux. Mesurer l'amplitude angulaire du faisceau.*

$\boxed{\theta = 17.2°}$

Q 10. Déterminer graphiquement la vitesse de translation de la tige ***206*** *par rapport au bâti.*
On expliquera soigneusement les tracés.

On détermine $\overrightarrow{V_{C1,301/304}}$ connaissant l'axe de rotation de 301/304 et la vitesse de rotation 301/304 :

Rotation de 301/304 autour de A : $\overrightarrow{V_{C1,301/304}}$ est perpendiculaire à (AC1)

$\left\|\overrightarrow{V_{C1,301/304}}\right\| = \left\|\overrightarrow{\Omega_{301/304}}\right\|.AC = 6 \text{ mm/s}$

On a $\overrightarrow{V_{C1,301/304}} = \overrightarrow{V_{C1,303/304}}$

On détermine $\overrightarrow{V_{D1,303/304}}$ en utilisant l'équiprojectivité entre C1 et D1, connaissant la direction de $\overrightarrow{V_{D1,303/304}}$. En effet $\overrightarrow{V_{D1,303/304}} = \overrightarrow{V_{D1,206/304}}$ et $\overrightarrow{V_{D1,206/304}}$ est porté par $\vec{x}$ car 206 est en translation de direction $\vec{x}$.

On trouve $\boxed{\overrightarrow{V_{D1,206/304}} = 5{,}8 \text{ mm/s}}$

Q 11. Calculer le rapport de réduction $\dfrac{\omega_{203/bâti}}{\omega_{209/bâti}}$ puis la vitesse de rotation du moteur. Donner la valeur en $tour/min$.

$$r = \frac{\omega_{203/bâti}}{\omega_{209/bâti}} = \frac{\omega_{203/bâti}}{\omega_{210_b/bâti}} \cdot \frac{\omega_{210_a/bâti}}{\omega_{209/bâti}} = \frac{2}{49} \cdot \frac{1}{20} = \frac{1}{490} = 2{,}04\ 10^{-3}$$

vitesse de l'écrou 203 = $\omega_{203/bâti} = \dfrac{\left\| \vec{V}^{D_1}_{206/bâti} \right\| (en\ mm/s)}{pas\ (en\ mm/tour)} = \dfrac{5.8}{6} \approx 0.967\ (en\ tour/s)$

donc : $\omega_{moteur} = \omega_{209/bâti} = \dfrac{1}{r} . \omega_{203/bâti} = 507\ (en\ tour/s) = 30413\ (en\ tours/mn)$

*Q 12. Isoler la biellette **303** et déterminer la direction de l'effort en C.*

L'hypothèse faite dans le sujet (masse négligée), nous conduit à négliger le poids de la pièces et les effets d'inertie ($m\vec{\Gamma}$) devant les actions mécaniques en C et D.

La biellette 306 est un solide soumis à 2 glisseurs : la direction de l'effort en C est suivant $\overrightarrow{CD}$ donc suivant $\vec{x}$.

*Q 13. Déterminer le moment d'inertie J_{Ay} par rapport à l'axe $(A, \vec{y})$ de l'ensemble pivotant (boîtier **301**, ampoules).*

Le solide étant assimilé à une masse concentrée, on obtient : $J_{Ay} = m.(40^2 + 50^2) = 4100\,\text{kg.mm}^2$

*Q 14. Isoler l'ensemble pivotant (**301**, ampoules) et déterminer l'effort de poussée en C. Commenter le sens de l'effort.*

On isole l'ensemble pivotant S(301, ampoules).
Ensemble soumis à :

- Poids : $-mg\vec{Z}$ appliqué en G
- Action mécanique de la liaison pivot en A entre 301 et le bâti
- Effort de poussée en C de 303 sur 301: $\vec{C} = C.\vec{X}$

Théorème du moment dynamique appliqué à l'ensemble mobile S(301, ampoules) au point A projeté sur $\vec{Y}$:

$$\sum \vec{M}^{A}_{\bar{S}\to S} . \vec{Y} = \vec{\delta}^{A}_{S/R_g} . \vec{Y}$$

$(AC).C + mg.X_G = J_{Ay}.\ddot{\theta}$ soit : $0.1*C + 10*0.04 = 0.0041*10$

$\boxed{C = -3.59\,\text{N}}$

$C < 0$: Le moteur freine la rotation du phare.

Q 15. Calculer à nouveau l'effort en C.

Même équation qu'avant en changeant $\ddot{\theta}$ en $-\ddot{\theta}$.

$(AC).C + mg.X_G = -J_{Ay}.\ddot{\theta}$

$0.1*C + 10*0.04 = -0.0041*10$

$\boxed{C = -4.41\,N}$

*Q 16. Déterminer pour la position extrême **0** et dans le cas qui sollicite le plus le moteur, la puissance nécessaire à ce dernier pour corriger l'angle du faisceau optique.*
La puissance trouvée vous paraît-elle raisonnable au vu des dimensions du moteur?

$\|\vec{C}\| = 4.41$ N donc $\boxed{\|\vec{D}\| = 4.41\text{ N}}$ et on a calculé : $\boxed{\vec{V}^{D}_{206/\text{bâti}} = 6\,\text{mm/s}}$

donc : $\boxed{P = \|\vec{D}\|.\|\vec{V}^{D}_{206/\text{bâti}}\| = 0.02646\,W}$

et donc $\boxed{P_{mot} = P.\dfrac{1}{\eta_{\text{vis/écrou}}}.\dfrac{1}{\left(\eta_{\text{roue/vis}}\right)^2} = 0.735\,W}$

La puissance est très faible. Très raisonnable pour ce type de moteur.

IV. Etude des fonctions « Capter » et « Gérer »

A. Etude des capteurs d'assiette

Q 17. Après avoir calculé le nombre de points à mesurer, déterminer la résolution du capteur à utiliser dans le cas des trois exploitations possibles.

On doit pouvoir mesurer 60° d'amplitude tous les $1/10^{\text{ème}}$ de degré soit 600 points de mesure.
600 points de mesure pour 60° donc 600*6=3600 points de mesure pour le tour complet.
N = 3600

✓ Utilisation des fronts montants de la voie A seule
Il faut N fentes transparentes pour avoir N fronts montants de A : **Résolution = N = 3600**

✓ Utilisation des fronts montants et descendants de la voie A seule
Il faut N/2 fentes transparentes pour avoir N/2 fronts montants de A et N/2 fronts descendants de A : **Résolution = N/2 = 1800**

✓ Utilisation des fronts montants et descendants des voies A et B
Résolution = N/4 = 900

Q 18. Dans le cas de l'exploitation des voies A et B, donner la résolution du capteur à adopter.

On cherche n, le plus petit possible tel que : $2^n > 900$ donc n=10. (codeur à 1024 fentes).

Q 19. A partir des informations délivrées par les voies A et B, expliquer comment déterminer le sens de rotation.

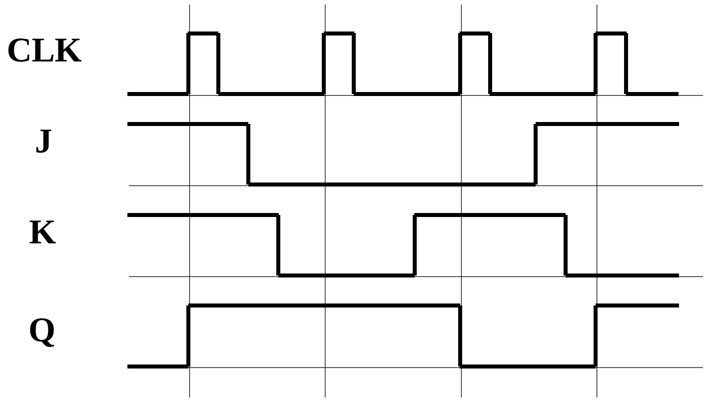
Un sens de rotation peut être déterminé par la mise à 1 de la fonction :

$\boxed{\overline{A}.\uparrow B + B.\uparrow A + A.\downarrow B + \overline{B}.\downarrow A}$

L'autre sens de rotation peut être déterminé par la mise à 1 de la fonction :

$\boxed{\overline{B}.\uparrow A + A.\uparrow B + B.\downarrow A + \overline{A}.\downarrow B}$

Q 20. Compléter le chronogramme 1 sur le document réponse 4.

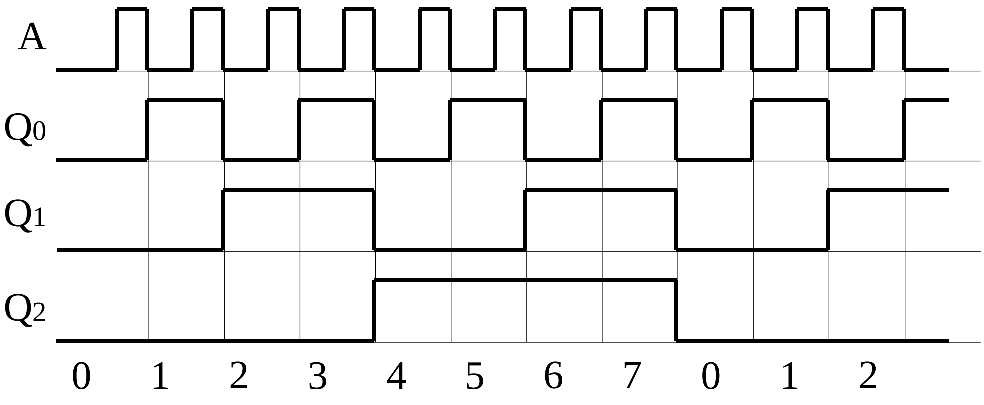


Q 21. Sur le document réponse 4, compléter le tableau de Karnaugh donnant Q_{n+1} (état de la bascule après le front montant n de l'horloge) en fonction de Q_n (état de la bascule avant le front montant n), J et K. Donner l'expression simplifiée de Q_{n+1}.

JK / Qn	**00**	**01**	**11**	**10**
0	**0**	**0**	**1**	**1**
1	**1**	**0**	**0**	**1**

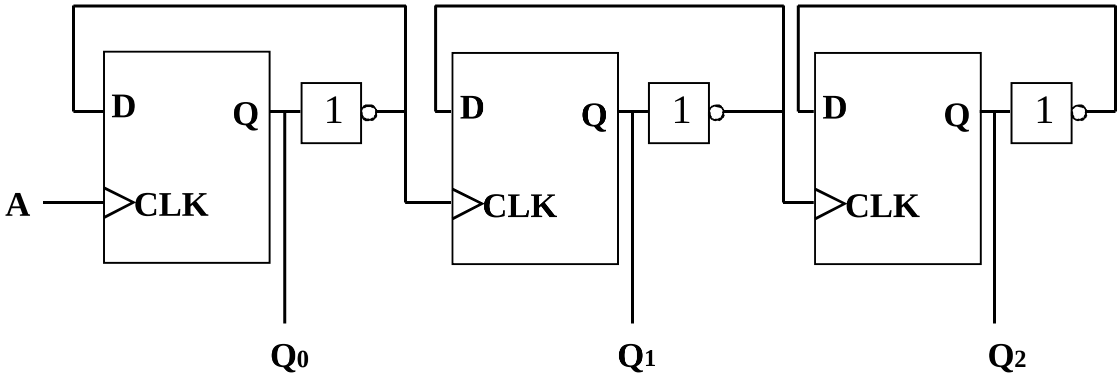
2 regroupement de 2 cases : $\boxed{Q_{n+1} = J.\overline{Q}_n + \overline{K}Q_n}$

Q 22. Compléter le chronogramme 2 sur le document réponse 4 (Initialement les 3 variables Q sont à 0). A quoi correspondent les variables binaires : Q_0, Q_1 et Q_2 ? Conclure.



Le nombre de fronts descendants de A peut être dénombrer si l'on affecte les poids (1, 2, 4) (binaire) aux variable Q0, Q1, Q2.

Q 23. Sur le document réponse 4, compléter le schéma du compteur asynchrone construit avec des bascules D (le comptage se fera sur les fronts montants de A et non descendant comme avant). Initialement, les 3 variables Q_0, Q_1 et Q_2 sont à 0.



Q 24. Pour compter de 0 à 1023, expliquer quel est le nombre de bascules à utiliser pour répondre au cahier des charges.

Il faut n bascules pour compter de 0 à 2^{n-1}. Il faut donc un compteur à 10 bascules pour répondre au cahier des charges.

B. Calcul de l'angle de tangage en fonction de l'accélération du véhicule

B.1 Recherche de l'accélération de la voiture en fonction des couples C_{av} et C_{ar}

Q 25. Isoler l'ensemble des roues avant et écrire les 3 équations issues du principe fondamental de la dynamique (l'équation des moments sera exprimée au point A).

$$T_{av} - T'_{av} = m\Gamma \qquad (1)$$
$$N_{av} - N'_{av} = mg \qquad (2)$$
$$r.T_{av} - C_{av} = I_{av}.\ddot{\theta} \qquad (3)$$

Q 26. Isoler l'ensemble des roues arrière et écrire les 3 équations issues du principe fondamental de la dynamique (l'équation des moments sera exprimée au point B).

$$T_{ar} - T'_{ar} = m\Gamma \qquad (4)$$
$$N_{ar} - N'_{ar} = mg \qquad (5)$$
$$r.T_{ar} - C_{ar} = I_{ar}.\ddot{\theta} \qquad (6)$$

Q 27. Isoler le châssis et écrire les 3 équations issues du principe fondamental de la dynamique (l'équation des moments sera exprimée au point G).

Le sujet propose de négliger la rotation su châssis par rapport au sol. Dans les calculs nous prendrons cette valeur nulle, ce qui conduit à faire l'hypothèse que le châssis est a un mouvement translation par rapport au sol => les accélération sont les même en tout point du châssis ($\vec{\Gamma}^{G}_{châssis/sol} = \vec{\Gamma}^{B}_{châssis/sol}$).

$$T'_{av} + T'_{ar} = M\Gamma \qquad (7)$$
$$N'_{av} + N'_{ar} - Mg = 0 \qquad (8)$$

$a.N'_{av} - bN'_{ar} + h(T'_{av} + T'_{ar}) + C_{av} + C_{ar} = 0$ (9)

Q 28. En utilisant le roulement sans glissement en I entre la roue avant et le sol, trouver une relation entre l'accélération de la voiture Γ et $\ddot{\theta}$ (dérivée par rapport au temps de la vitesse de rotation de la roue par rapport au sol).

$$\vec{V}^{I}_{roue/sol} = \vec{0}$$
$$\overrightarrow{V^{A}_{roue/sol}} + \overrightarrow{IA} \wedge \vec{\Omega}(roue/sol) = \vec{0}$$
$$V\vec{x} + r\vec{y} \wedge \dot{\theta}\vec{z} = \vec{0}$$
$$V + r.\dot{\theta} = 0$$
$$\boxed{\Gamma = -r.\ddot{\theta}} \qquad (10)$$

Q 29. A partir des 4 questions précédentes, déterminer l'accélération de la voiture Γ en fonction de C_{av}, C_{ar}, r, m, M et I ($I = I_{av} + I_{ar}$).

$(1)+(4) \Rightarrow \quad (T_{av} + T_{ar}) - (T'_{av} + T'_{ar}) = 2m\Gamma$

or $\quad (3) \Rightarrow T_{av} = \dfrac{1}{r}(I_{av}.\ddot{\theta} + C_{av})$

$(6) \Rightarrow T_{ar} = \dfrac{1}{r}(I_{ar}.\ddot{\theta} + C_{ar})$

$(7) \Rightarrow T'_{av} + T'_{ar} = M\Gamma$

$(10) \Rightarrow \ddot{\theta} = -\dfrac{\Gamma}{r}$

donc $\boxed{\Gamma = \dfrac{C_{av} + C_{ar}}{r(M + 2m + \dfrac{I}{r^2})}}$ avec : $\boxed{\mathrm{I} = \mathrm{I}_{av} + \mathrm{I}_{ar}}$

B.2 Détermination du comportement de différents types de voiture en phase de freinage et d'accélération

Q 30. Trouver les efforts dans les suspensions avant et arrière (N'_{av} et N'_{ar}) en fonction du couple C ($C = C_{av} + C_{ar}$), M, a, h et Γ.
Préciser pour chaque suspension l'augmentation ou la diminution de l'effort par rapport à ceux de la position d'équilibre (voiture à l'arrêt).

$(8) \Rightarrow \qquad N'_{av} + N'_{ar} = Mg$

$(9)+(7) \Rightarrow \qquad a.N'_{av} - b.N'_{ar} + h.M.\Gamma + C = 0$ avec $\boxed{\mathrm{C} = \mathrm{C}_{av} + \mathrm{C}_{ar}}$

$$\Rightarrow \quad \boxed{N'_{av} = \frac{b}{a+b}Mg - \frac{1}{a+b}(C + h.M.\Gamma)} \text{ et } \boxed{N'_{ar} = \frac{a}{a+b}Mg + \frac{1}{a+b}(C + h.M.\Gamma)}$$

A l'équilibre : efforts dans les suspensions sont : $\boxed{N'_{av} = \dfrac{b}{a+b}.M.g}$ et $\boxed{N'_{ar} = \dfrac{a}{a+b}.M.g}$

Les variations sont donc : $\boxed{\Delta N'_{av} = -\dfrac{1}{a+b}.(C + h.M\Gamma)}$ et $\boxed{\Delta N'_{ar} = \dfrac{1}{a+b}.(C + h.M\Gamma)}$

Q 31. Préciser le signe du couple C et de l'accélération Γ lors d'une phase de freinage et d'accélération, en marche avant.

En phase de freinage : $\Gamma < 0 \Rightarrow C < 0$ (Q29) donc : $|N'_{av}|$ augmente et $|N'_{ar}|$ diminue.

En phase d'accélération $\Gamma > 0 \Rightarrow C > 0$ (Q29) donc $|N'_{av}|$ diminue et $|N'_{ar}|$ augmente.

Q 32. Recopier et compléter le tableau suivant sur votre feuille de copie. On indiquera pour chaque case si c'est l'avant ou l'arrière de la voiture qui se soulève. (dans tous les cas, une voiture freine des 4 roues en même temps).

Pour chaque cas (traction, propulsion et transmission intégrale), précisez la direction des efforts sol→roues avant et sol→roues arrière (horizontal ou vertical ou incliné vers l'avant ou incliné vers l'arrière).

	Phase d'accélération	***Phase de freinage***
Traction *(2 roues avant motrices)*	**L'avant se soulève**	**L'arrière se soulève**
Propulsion *(2 roues arrière motrices)*	**L'avant se soulève**	**L'arrière se soulève**
Transmission intégrale *(4 roues motrices)*	**L'avant se soulève**	**L'arrière se soulève**

Direction des efforts

	Phase d'accélération		***Phase de freinage***	
	Roue avant	***Roue arrière***	***Roue avant***	***Roue arrière***
Traction *(2 roues avant motrices)*	**Incliné vers l'avant**	**Vertical**	**Incliné vers l'arrière**	**Vertical**
Propulsion *(2 roues arrière motrices)*	**Vertical**	**Incliné vers l'avant**	**Vertical**	**Incliné vers l'arrière**
Transmission intégrale *(4 roues motrices)*	**Incliné vers l'avant**	**Incliné vers l'avant**	**Incliné vers l'arrière**	**Incliné vers l'arrière**

B.3 Cas particulier et applications numériques.

Q 33. Déterminer son accélération.

$$\Gamma = \frac{100.10^{-3}/3600}{7} = 3.97\ m/s^2$$

Q 34. En se servant des résultats de la question Q29, déterminer le couple d'accélération C à fournir aux roues de la voiture.

On prendra : M = 1300 kg, m = 30 kg, r = 30 cm et I = 4 kg.m^2.

$\boxed{\Gamma = \dfrac{C_{av}+C_{ar}}{r(M+2m+\frac{I}{r^2})}}$ avec $\Gamma = 4\ m/s^2$, r = 30 cm, M = 1300 kg, m = 30 kg et I = 8 kg.m^2.

donc $C = 4*30.10^{-2}\left[(1300+2.30+\frac{4}{\left(30.10^{-2}\right)^{2}})\right] = 1673\ N.m$

Q 35. Trouver alors numériquement les efforts dans les suspensions avant et arrière (N'_{av} et N'_{ar}). On prendra $g = 10\,m.s^{-2}$; a = 1 m ; b = 1,6 m et h = 30 cm.
La voiture étant à l'arrêt, calculer les efforts dans les suspensions. Calculer alors l'augmentation ou la diminution de ces efforts durant la phase d'accélération.

$$\boxed{N'_{av} = \frac{b}{a+b}Mg - \frac{1}{a+b}(C+h.M.\Gamma) = 8000-1238 = 6762\,N}$$ et

$$\boxed{N'_{ar} = \frac{a}{a+b}Mg + \frac{1}{a+b}(C+h.M.\Gamma) = 8000+1238 = 9238\,N}$$

$$\boxed{\Delta N'_{av} = -\frac{1}{a+b}(C+h.M.\Gamma) = -1238\,N}$$ et $$\boxed{\Delta N'_{ar} = +\frac{1}{a+b}(C+h.M.\Gamma) = 1238\,N}$$

Q 36. Déterminer la valeur de l'angle de tangage β de la voiture en fonction de la raideur k des amortisseurs. Faire l'application numérique. $k = 150\ N/cm$
L'angle obtenu se trouve-t-il dans la plage d'angle de correction de portée déterminée question Q9.

$|\Delta N| = k.|\Delta x|$

donc $\boxed{|\Delta x| = \frac{|\Delta N|}{k} = \frac{1238}{150} = 8.25\,cm}$

donc

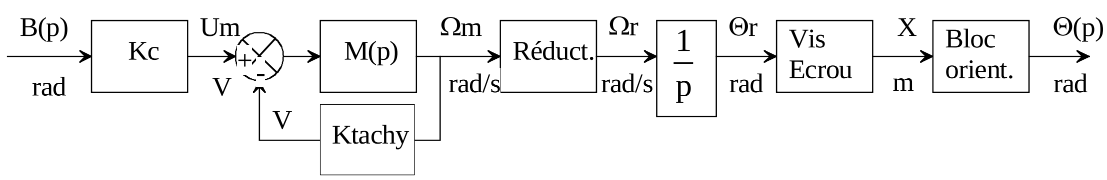
$$\tan\alpha = \frac{2*\Delta x}{a+b} = \frac{16,50.10^{-2}}{2,6} = 6,34.10^{-2}\ rad$$

donc : $\boxed{\alpha = 3.6°}$

le système de correction du faisceau lumineux permet de modifier l'orientation de celui-ci de plus ou moins 17,2°. La modification de position du faisceau, provoqué par le freinage ou l'accélération de la voiture, est donc compatible avec le système.

V. Etude de la chaîne d'action complète

Q 37. Tracer le diagramme fonctionnel de la chaîne d'action en prenant comme entrée B(p), transformée de Laplace de β(t) et comme sortie Θ(p), transformée de Laplace de θ(t). Préciser les variables intermédiaires et les unités.



Q 38. Quelle est la forme de la fonction de transfert du moteur ? Quelle hypothèse pouvons nous faire pour modéliser le système par un système du 1er ordre ?
Cette hypothèse vous semble-t-elle justifiée au vu de la réponse indicielle.

Fonction de transfert du moteur : fonction de transfert du 2nd ordre car la tangente à l'origine est nulle (Zoom). Il n'y a pas de dépassement => le système peut donc être modélisé par un système apériodique ou apériodique critique. Or en regardant la courbe globale, la tangente à l'origine est complètement invisible, alors que le reste de la courbe « ressemble » à un premier ordre. Ceci signifie que le système est un système apériodique $H(p) = \dfrac{K}{(1+\tau_1 p)(1+\tau_2 p)}$ avec deux constantes de temps très différentes. Ce système peut donc être assimiler à un système du premier ordre.

Q 39. Montrer que pour un système de réponse indicielle $\omega(t) = K(1 - e^{-t/\tau})$, la tangente à la courbe à l'instant t quelconque coupe l'asymptote de $\omega(t)$ à l'instant $t+\tau$.

$\omega(t) = K(1 - e^{-t/\tau})$ donc $\dfrac{d\omega}{dt} = \dfrac{K}{\tau} e^{-t/\tau}$

L'équation de la tangente à la courbe, à l'instant t, a pour équation : $y(t) = \dfrac{K}{\tau} e^{-t/\tau} t + b$

avec $y(t) = \dfrac{K}{\tau} e^{-t/\tau} t + b = K(1 - e^{-t/\tau})$ donc $b = K(1 - (\dfrac{t+\tau}{\tau}) e^{-t/\tau})$

L'intersection avec l'asymptote de $\omega(t)$ est pour : $y(t_1)=K$

$$K = \frac{K}{\tau} e^{-t/\tau} t_1 + K(1 - (\frac{t+\tau}{\tau}) e^{-t/\tau})$$

$$\frac{t_1}{\tau} e^{-t/\tau} - (\frac{t+\tau}{\tau}) e^{-t/\tau} = 0 \qquad \text{donc} \qquad \boxed{t_1 = t + \tau}$$

Q 40. Identifier M(p) et déterminer la fonction de transfert du moteur équipé du retour tachymétrique. Quels sont les avantages et les inconvénients de cette boucle de retour.

Le gain statique s'obtient par la valeur asymptotique (entré unitaire) : K = 300 rd/s/V
La constante peut s'obtenir par trois méthodes (tangente à l'origine : peu précis), le temps 63 % de la valeur finale : τ = 0,05 s et par le temps à 95% ($3.\tau$) τ = 0,046 s.

On peut assimiler le moteur par la fonction : $M(p) = \dfrac{300}{1+0,05p}$

Soit M'(p) la fonction de transfert du moteur équipé du retour tachymétrique :

$$M'(p) = \frac{M(p)}{1+K_{tachy} M(p)} = \frac{\dfrac{300}{1+0,05p}}{1+K_{tachy}\dfrac{300}{1+0,05p}} = \frac{\dfrac{300}{1+300K_{tachy}}}{1+\dfrac{0,05}{1+300K_{tachy}}p}$$

Le premier avantage de ce retour tachymétrique est d'obtenir un système en boucle fermée (sinon, il n'y a qu'une chaîne d'action). De permettre l'amélioration de certaines caractéristiques du moteur seul.

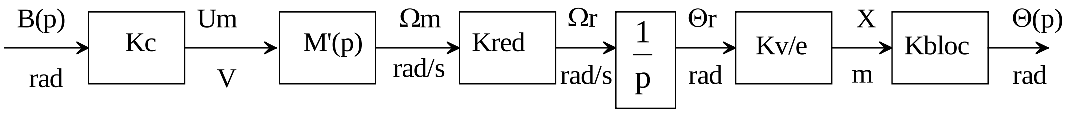
En modifiant $\boxed{K_{tachy}}$ il est possible de diminuer ($K_{tachy} > 0$) le gain statique de la chaîne fermée (inconvénient : la précision va diminuer) et diminuer la constante de temps (avantage, le système est plus rapide).

Q 41. Montrer que la fonction de transfert de la chaîne d'action complète est donnée approximativement par :

$$H(p) = Kc\frac{0,003}{(1+0,025p)p}$$

Les angles d'entrée et de sortie sont exprimés en radian

On prendra $K_{tachy} = \dfrac{1}{3} 10^{-2}$ V.s.



$$H(p) = Kc.M'(p).Kred.\frac{1}{p}.Kv/e.Kbloc$$

avec $M'(p) = \dfrac{150}{1+0,025p}$ car $K_{tachy} = \dfrac{1}{3}10^{-2}$ V.s

$$Kred = \frac{1}{20}.\frac{2}{49} = \frac{1}{490}$$

$$Kv/e = \frac{6\ 10^{-3}}{2\pi} \quad \text{unité : m/rad}$$

$$Kbloc = \frac{\pi}{20.15\ 10^{-3}} \quad \text{unité : rad/m}$$

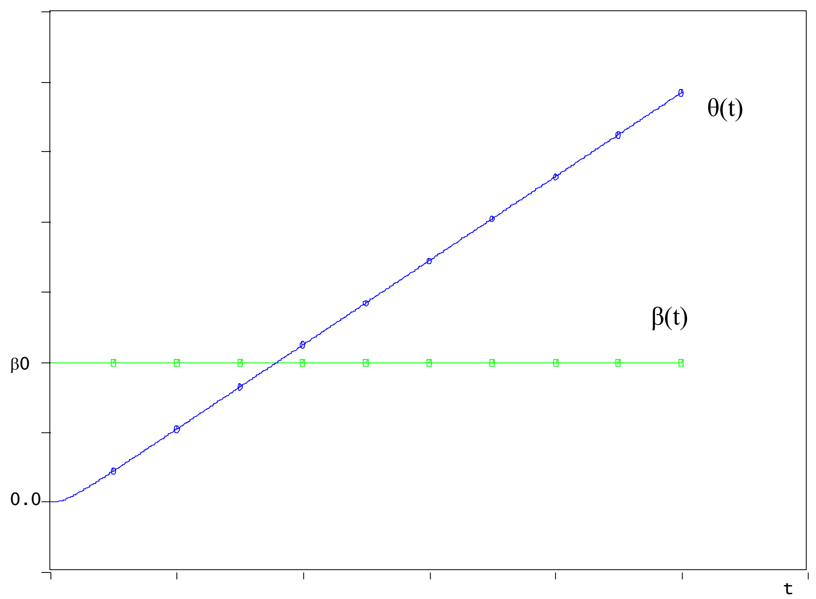
Donc $\boxed{H(p) = Kc\dfrac{0,003}{(1+0,025p)p}}$

Q 42. Donner l'allure de la loi d'entrée.
Tracer, sans faire de calcul, l'allure de la réponse. Justifier votre tracé. Est ce satisfaisant ?

L'entrée est un échelon.

Soit β_0 l'amplitude de l'échelon d'entrée : $B(p)=\dfrac{\beta_0}{p}$ donc $\Theta(p) = \dfrac{Kc\beta_0}{p^2}\dfrac{0,003}{1+0,025p}$

Cela correspond à la réponse à une rampe d'un 1er ordre.



Ce n'est pas satisfaisant, l'angle de correction ne tend pas vers une valeur constante alors que l'entrée est constante (le système diverge).

Q 43. Que peut-on dire de l'écart en position (écart statique) du système.

L'écart statique est nul car il y a un intégrateur dans la boucle d'asservissement (en position). Dans le cas précédent, il y avait également un intégrateur, mais il était en dehors de la boucle d'asservissement (en vitesse).

Q 44. A partir de la courbe ci-dessous, déterminer la quantité A.K qui permet d'avoir le système le plus rapide. Calculer alors le temps de réponse à 5 % du système.

$$\text{FTBF} = \frac{\dfrac{A\ 0{,}003}{(1+0{,}025p)p}}{1+\dfrac{A\ K\ 0{,}003}{(1+0{,}025p)p}} = \frac{\dfrac{1}{K}}{1+\dfrac{1}{A\ K\ 0{,}003}p+\dfrac{0{,}025}{A\ K\ 0{,}003}p^2}$$

$$\text{donc } \omega_0 = \sqrt{\frac{A\ K\ 0{,}003}{0{,}025}} \text{ et } m = \frac{1}{2\ A\ K\ 0{,}003}\sqrt{\frac{A\ K\ 0{,}003}{0{,}025}}$$

D'où $A\ K = \dfrac{1}{4.m^2.0{,}003.0{,}025}$

Dans un système du second ordre, un réglage, classiquement admis, du coefficient d'amortissement vis à vis des critères : dépassement (pas trop grand) et temps de réponse à 5 % (faible) est obtenu lorsque $m = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \approx 0{,}7 \approx 0{,}69$.

m = 0,69 donc $\boxed{AK = 7001 \text{ V/rd}}$

On a alors $t_{R5\%} \cdot \omega_0 = 2{,}86$ donc $t_{R5\%} = 2{,}86\sqrt{\dfrac{0{,}025}{A\ K\ 0{,}003}}$ $\boxed{t_{R5\%} = 0{,}099 \text{ s}}$