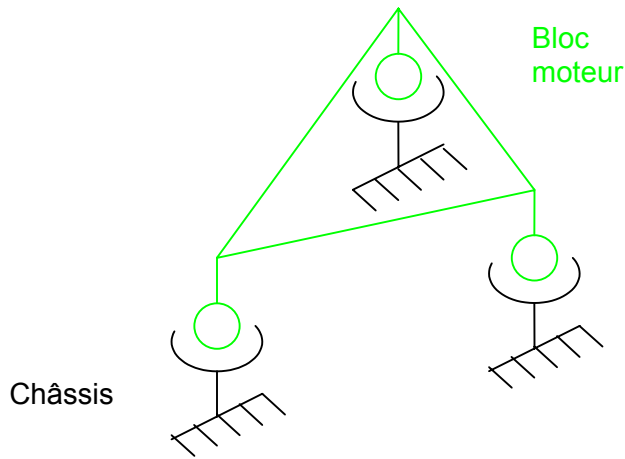


1. ETUDES MECANIQUES

1.1.1. Silentbloc

Un silentbloc peut être modélisé par une liaison rotule car il autorise 3 rotations. La liaison réalisée avec les trois silentblocs est un encastrement (6 inconnues statiques). L'ensemble des silentblocs fournit $3 \cdot 3 = 9$ inconnues statiques. Le degré d'hyperstatisme est : $h = 9 - 6 = 3$



1.1.1. Actions de liaisons

Le moteur est soumis aux actions suivantes :

$$\text{En A : } \vec{F}_{\text{chassis} \rightarrow \text{moteurA}} = X_A \vec{x} + Y_A \vec{y} + Z_A \vec{z}$$

$$\vec{C}_r = C_r \vec{x} \text{ puisque l'action du frein est un couple, on peut l'indiquer en A}$$

$$\text{En B } \vec{F}_{\text{chassis} \rightarrow \text{moteurB}} = X_B \vec{x} + Z_B \vec{z}$$

$$\text{En C } \vec{F}_{\text{chassis} \rightarrow \text{moteurC}} = Z_C \vec{z}$$

$$\text{En G } \vec{F}_{\text{pes} \rightarrow \text{moteur}} = -mg \vec{z}$$

L'application du principe fondamental de la statique en A donne :

$$\vec{F}_{\text{chassis} \rightarrow \text{moteurA}} + \vec{F}_{\text{chassis} \rightarrow \text{moteurB}} + \vec{F}_{\text{chassis} \rightarrow \text{moteurC}} + \vec{F}_{\text{pes} \rightarrow \text{moteur}} = \vec{0}$$

$$\vec{C}_r + \vec{AB} \wedge \vec{F}_{\text{chassis} \rightarrow \text{moteurB}} + \vec{AC} \wedge \vec{F}_{\text{chassis} \rightarrow \text{moteurC}} + \vec{AG} \wedge \vec{F}_{\text{pes} \rightarrow \text{moteur}} = \vec{0}$$

$$X_A + X_B = 0$$

$$Y_A = 0$$

$$Z_A + Z_B + Z_C - mg = 0$$

$$C_r + I_{yB} \cdot Z_B + I_{yC} \cdot Z_C - I_{yG} \cdot mg = 0$$

$$I_{xG} \cdot mg - I_{xC} \cdot Z_C = 0$$

$$-I_{yB} \cdot X_B = 0$$

$$X_B = 0 \text{ et donc } X_A = 0$$

$$\text{D'où : } Y_A = 0$$

$$Z_C = \frac{I_{xG} \cdot mg}{I_{xC}}$$

$$Z_B = \frac{I_{yG} \cdot mg - I_{yC} \cdot Z_C - C_r}{I_{yB}} = \frac{-C_r}{I_{yB}} + \frac{I_{yG} \cdot I_{xC} - I_{yC} \cdot I_{xG}}{I_{yB} \cdot I_{xC}} mg$$

$$Z_A = \left(mg + \frac{C_r}{I_{yB}} - \frac{I_{yG} \cdot I_{xC} - I_{yC} \cdot I_{xG}}{I_{yB} \cdot I_{xC}} mg - \frac{I_{xG} \cdot mg}{I_{xC}} \right) = \frac{C_r}{I_{yB}} + mg \left(1 + \frac{I_{yC} \cdot I_{xG} - I_{yG} \cdot I_{xC} - I_{yB} \cdot I_{xG}}{I_{yB} \cdot I_{xC}} \right)$$

Application numérique :

$$Z_c = \frac{80 \cdot 10 \cdot 150}{600} = \frac{800}{4} = 200 \text{ N}$$

$$Z_B = \frac{-100}{-300 \cdot 10^{-3}} + 80 \cdot 10 \cdot \frac{-100 \cdot 600 - (-150) \cdot 150}{-300 \cdot 600} = \frac{1000}{3} + 800 \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{25}{200} \right) = 333,3 + 800 \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{8} \right)$$

$$Z_B = 333,3 + 266,66 - 100 = 500 \text{ N}$$

$$Z_A = 80 \cdot 10 - 200 - 500 = 100 \text{ N}$$

1.2.1. Joint de cardan côté frein

Soit P un point situé à l'intersection des deux axes du croisillon 3.

- Liaison fourche 1 / croisillon 3 : pivot d'axe \vec{y}_1

$$\text{Le torseur cinématique est : } \{V_{\text{fourche1/croisillon3}}\}_P = \begin{Bmatrix} \omega_{13} \vec{y}_1 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$$

- Liaison croisillon 3 / fourche 2 : pivot d'axe \vec{z}_2

$$\text{Le torseur cinématique est : } \{V_{\text{croisillon3/fourche2}}\}_P = \begin{Bmatrix} \omega_{32} \vec{z}_2 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$$

$$\text{Le torseur cinématique de la liaison équivalente est : } \{V_{\text{fourche1/fourche2}}\}_P = \begin{Bmatrix} \omega_{13} \vec{y}_1 + \omega_{32} \vec{z}_2 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$$

La liaison équivalente possède donc deux degrés de liberté qui sont deux rotations, cela correspond à une liaison sphérique à doigt

1.2.2. Loi d'entrée-sortie

$$\vec{y}_1 \cdot \vec{z}_2 = (\cos \theta_1 \vec{y} + \sin \theta_1 \vec{z}) \cdot \vec{z}_2 = -\cos \theta_1 \cos \alpha \sin \theta_2 + \sin \theta_1 \cos \theta_2 = 0$$

$$\text{D'où : } \tan \theta_2 \cos \alpha = \tan \theta_1$$

Le joint de cardan n'est pas homocinétique dans le cas général où $\cos \alpha \neq 1$.

Pour avoir homocinétisme, il faut $\alpha = 0$ ($\alpha = \pi$ est matériellement impossible), ce qui est le cas du montage présenté.

1.2.3. Accouplement par cannelures dans la partie centrale de l'arbre

Les cannelures longues permettent de modéliser cette solution technologique par une liaison glissière.

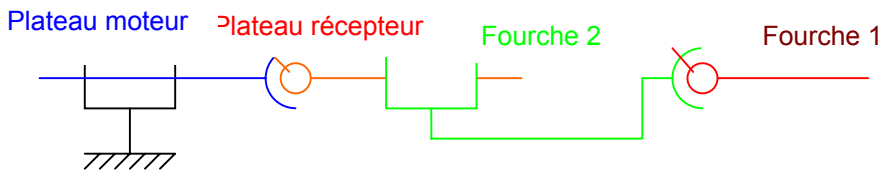
1.2.4. Accouplement élastique côté moteur

Sans le flasque de caoutchouc, la rotule métallique correspond à une liaison rotule.

Le flasque en caoutchouc permet la transmission du couple : on a donc quatre inconnues statiques : trois forces et un moment.

Donc la liaison équivalente est une sphérique à doigt (élastique).

1.2.5. Schématisation



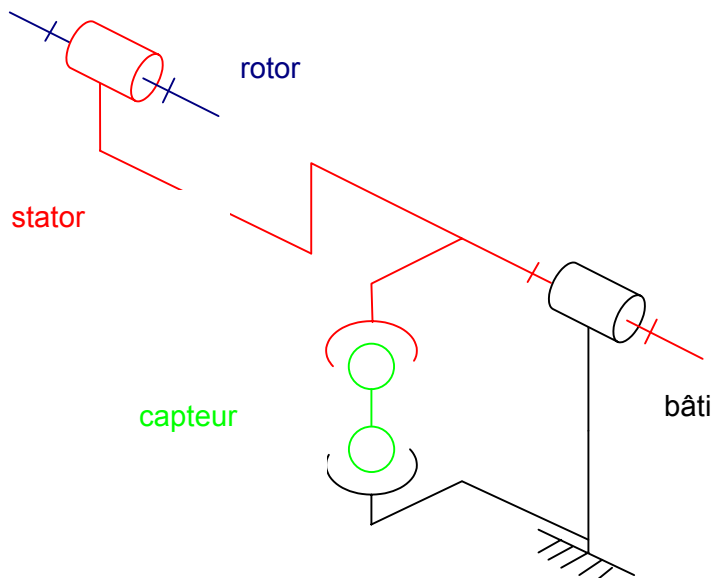
Ce type de transmission a été choisi pour transmettre le mouvement de rotation en compensant les défauts d’alignement angulaire, axial et radial entre le moteur et le frein.

Causes de ces défauts :

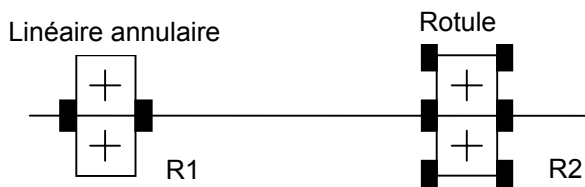
- Vibration en fonctionnement du moteur et du frein
- Le moteur et le frein sont sur deux bâtis différents
- Adaptation du banc à différents types de moteurs

2. LE FREIN

2.1.1. Schéma cinématique



2.1.2. Schéma architectural



On peut aussi dessiner une linéaire annulaire et une rotule à l’aide de schémas cinématiques normalisés.

D’après le sujet, la bague extérieure du roulement R_1 n’est pas bloquée axialement, donc on suppose qu’il y a un jeu qui n’est pas représenté sur la figure 3 puisque apparemment, cette bague appuie sur le couvercle du bâti.

2.2.1. Résultante de l’action de contact répartie

D’après la figure, on peut approcher l’élément de surface par $dS = r \cdot d\theta \cdot \frac{dr}{\sin \alpha}$

$$F_x = \iint_S (-P\vec{n} + \mu P\vec{t}) dS \cdot \vec{x} \text{ avec } \vec{n} \cdot \vec{x} = \sin \alpha \text{ et } \vec{t} \cdot \vec{x} = 0$$

$$F_x = 2\pi P \frac{R_2^2 - R_1^2}{2} = P\pi(R_2^2 - R_1^2)$$

2.2.2. Moment de l'action de contact répartie

$$C = \left(\iint_S \overrightarrow{OM} \wedge (-P\vec{n} + \mu P\vec{t}) dS \right) \vec{x} \quad \text{avec } \overrightarrow{OM} = x\vec{x} + r\vec{y}_1, \quad \vec{y}_1 \wedge \vec{n} = \sin\alpha \vec{t} \quad \text{et } \vec{y}_1 \wedge \vec{t} = -\vec{x}$$

$$\text{on a } \left[(x\vec{x} + r\vec{y}_1) \wedge (-P\vec{n} + \mu P\vec{t}) \right] \vec{x} = \left[r\vec{y}_1 \wedge (-P\vec{n} + \mu P\vec{t}) \right] \vec{x} = -\mu Pr$$

$$\text{et } C = \iint_S \mu Pr dS = \frac{2\pi\mu P}{\sin\alpha} \int_{R_1}^{R_2} r^2 dr = \frac{2\pi\mu P (R_2^3 - R_1^3)}{3\sin\alpha}$$

2.2.3. Effort axial en fonction du couple

$$\text{On avait } F_x = P\pi(R_2^2 - R_1^2)$$

$$\text{D'où : } F_x = \frac{3C\sin\alpha}{2\mu} \left(\frac{R_2^2 - R_1^2}{R_2^3 - R_1^3} \right)$$

2.3.1. Calibrage sens +

On applique le principe fondamental de la statique :

$$\text{D'où : } M_2gR - Q \cdot T_{\text{cap}} = 0 \quad \text{et } T_{\text{cap}} = \frac{RM_2g}{Q}$$

2.3.2. Calibrage sens -

$$\text{On aura alors : } -M_1gR + Q \cdot T_{\text{cap}} = 0 \quad \text{et } T_{\text{cap}} = \frac{RM_1g}{Q}$$

Le double calibrage est nécessaire pour le réglage du « zéro capteur », suite à une mesure du capteur en traction et une mesure du capteur en compression.

3. SYSTEME DE DEMARRAGE

3.1. Rôle de la roue libre

Le moteur électrique ne doit pas être entraîné par le moteur thermique une fois démarré. La roue libre permet l'entraînement du moteur thermique par le moteur électrique et non l'inverse.

3.2. Transmission poulie-courroie

On détermine le couple « statique » ramené sur l'arbre du démarreur (C_{mdd}). Le rendement de la transmission poulie-courroie est supposé égal à 1. Le rapport de réduction est égal au rapport des diamètres des poulies, soit 75/150.

$$\text{On a } C_{\text{mdd}} = C_{\text{md}} * 75/150 = 9 \text{ Nm}$$

C_{mdd} étant plus petit que C_N , C_D , C_A et C_M , le moteur électrique peut toujours exercer un couple au démarrage supérieur à 9 Nm et le démarreur peut donc entraîner le moteur thermique.

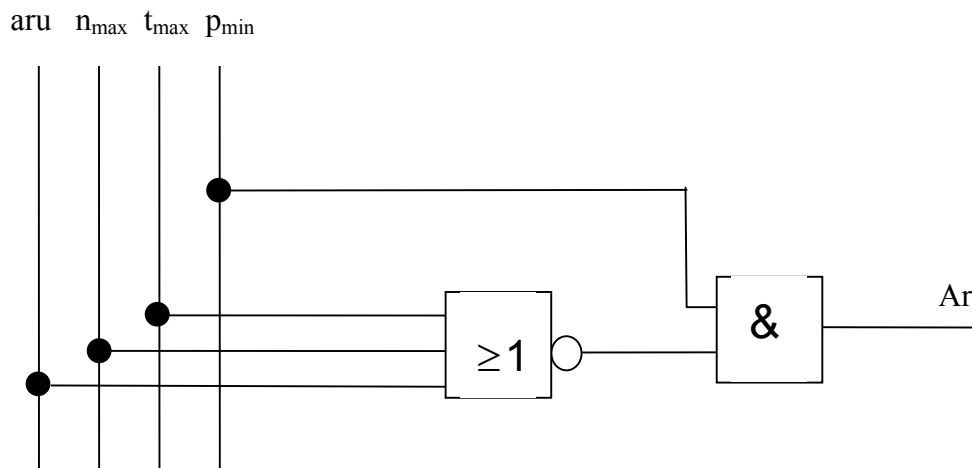
4. LA COMMANDE DU FREIN

4.1. Protection du frein et du moteur

$$\overline{Ar} = \overline{aru} + n_{\text{max}} + \overline{p_{\text{min}}} + \overline{t_{\text{max}}}$$

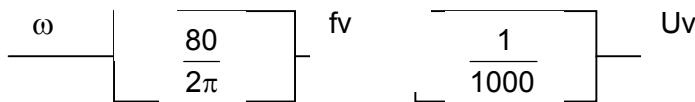
$$\text{D'où : } \overline{Ar} = \overline{aru} \cdot \overline{n_{\text{max}}} \cdot \overline{p_{\text{min}}} \cdot \overline{t_{\text{max}}}$$

En utilisant des cellules logiques normalisées :



4.2.1. Régulation : technologie du capteur de vitesse

Un tour par seconde correspond à une fréquence de 80 Hz et 10 V à une fréquence de 10 kHz.



D'où $K_c = \frac{80}{2000\pi} = \frac{1}{25\pi} \approx 13 \cdot 10^{-3}$

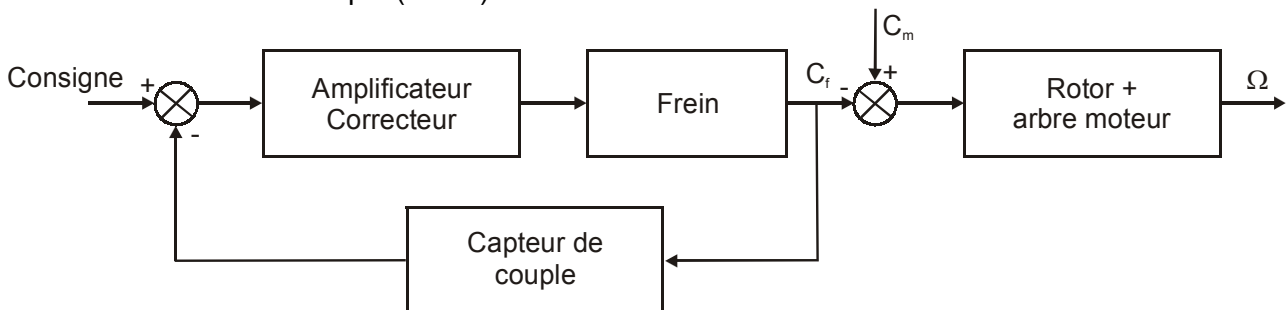
4.2.2. Schéma-bloc

L'étude automatique se fait autour d'un point de fonctionnement. On suppose que Ω varie légèrement autour de cette position d'équilibre.

Si Ω augmente, il faut augmenter C_f , ce qui diminuera Ω , d'où le signe négatif du comparateur des couples. Pour la même raison, si U_v (proportionnel à Ω) est plus grand que la consigne, C_f doit augmenter et l'écart ε doit être positif : il faut donc un signe - affecté à la consigne de vitesse pour le comparateur de tension.

4.2.3. Schématisation pour les autres modes de commande

- Commande en couple ($C = K$)



- Commande en manuel ($M = K$)



5. PERFORMANCE DE LA COMMANDE EN REGULATION

5.1.1. PFD sur l'arbre

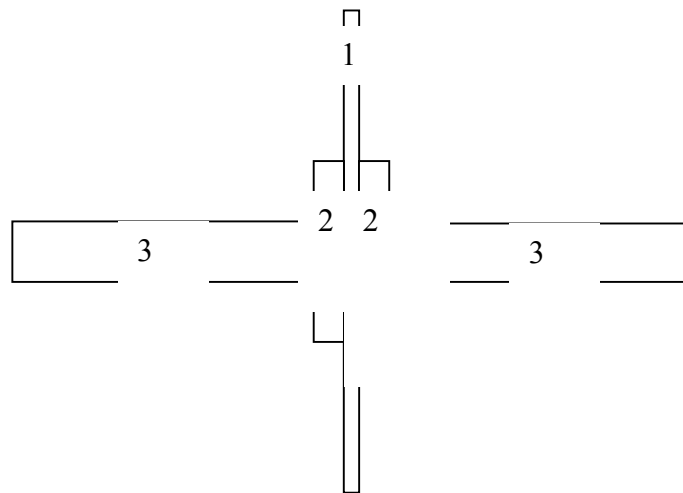
« le théorème de l'énergie cinétique aurait été plus approprié »

En faisant l'hypothèse que tous les solides sont parfaitement équilibrés :

$$C_m - C_f - f \cdot \omega = (I_f + I_c + I_m) \dot{\omega}$$

5.1.2. Inertie du rotor I_f

On peut approcher la forme géométrique du rotor par une succession de cylindres pleins :



On fait l'hypothèse que les centres d'inertie des cylindres sont tous sur l'axe, grâce au théorème de Huyghens, on sait que le moment d'inertie par rapport à l'axe est alors la somme des moments d'inertie de chacun des cylindres par rapport à cet axe.

Pour un cylindre i , de longueur h_i et de rayon R_i :

$$I_i = \frac{1}{2} m R_i^2 = \rho \frac{\pi \cdot h_i \cdot R_i^4}{2}$$

D'où

$$I_f = 2 \cdot I_3 + 2 \cdot I_2 + I_1 = \rho \pi \left(h_3 \cdot R_3^4 + h_2 \cdot R_2^4 + \frac{1}{2} \cdot h_1 \cdot R_1^4 \right) \text{ avec } h_3 = 300 \text{ mm}$$

$$I_f \approx 7 \cdot 10^{-3} \cdot 3,14 \cdot (300 \cdot 25^4 + 25 \cdot 60^4 + 8 \cdot 200^4) = 7 \cdot 10^{-3} \cdot 3,14 \cdot \left(300 \cdot \frac{100^4}{4^4} + 25 \cdot 6^4 \cdot 10^4 + 8 \cdot 2^4 \cdot 10^8 \right)$$

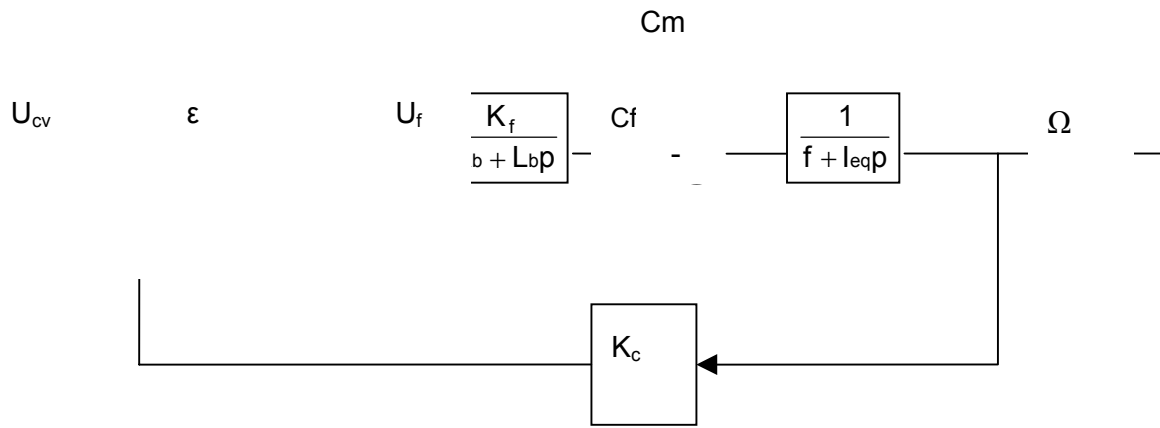
$$I_f \approx 7 \cdot 10^{-3} \cdot 3,14 \cdot \left(10^8 \cdot \frac{300}{256} + (25 \cdot 4) \cdot 9 \cdot 36 \cdot 10^4 + 8 \cdot 16 \cdot 10^8 \right) \approx 7 \cdot 10^{-3} \cdot 3,14 \cdot (1,2 \cdot 10^8 + 324 \cdot 10^6 + 128 \cdot 10^8)$$

$$I_f \approx 7 \cdot 10^{-3} \cdot 3,14 \cdot (1,2 + 3,2 + 128) \cdot 10^8 \approx 7 \cdot 10^5 \cdot 3,14 \cdot 132 \approx 2900 \cdot 10^5 \text{ g} \cdot \text{mm}^2 = 0,29 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

5.2. Fonction de transfert de la commande

$$U_f(t) = R_b \cdot i_b(t) + L_b \frac{di_b(t)}{dt} \Rightarrow U_f(p) = (R_b + L_b \cdot p) \cdot I_b(p) \text{ et } C_f(p) = K_f \cdot I_b(p)$$

$$C_m - C_f - f \cdot \omega = I_{eq} \cdot \dot{\omega} \Rightarrow C_m(p) - C_f(p) = (f + I_{eq} \cdot p) \cdot \Omega(p) \Rightarrow \Omega(p) = \frac{1}{f + I_{eq} \cdot p} (C_m(p) - C_f(p))$$



On peut utiliser le théorème de superposition :

- $C_m(t) = 0$

$$\frac{\Omega(p)}{U_{cv}(p)} = \frac{A(p)K_f}{(R_b + L_b p)(f + l_{eq}p) \left(1 + \frac{A(p)K_c K_f}{(R_b + L_b p)(f + l_{eq}p)} \right)} = \frac{A(p)K_f}{(R_b + L_b p)(f + l_{eq}p) + A(p)K_c K_f}$$

- $U_{cv}(t) = 0$

$$\frac{\Omega(p)}{C_m(p)} = \frac{1}{(f + l_{eq}p) \left(1 + \frac{A(p)K_c K_f}{(f + l_{eq}p)(R_b + L_b p)} \right)} = \frac{R_b + L_b p}{(R_b + L_b p)(f + l_{eq}p) + A(p)K_c K_f}$$

D'où :
$$\Omega(p) = \frac{A(p)K_f U_{cv}(p) + (R_b + L_b p) C_m(p)}{(R_b + L_b p)(f + l_{eq}p) + A(p)K_c K_f}$$

5.3.1. Position des pôles

L_b est nul et $\frac{1}{R_b} = 2$ d'après le schéma-bloc.

Le dénominateur de la fonction de transfert devient : $D(p) = 2.A(p).0,013 + 4.10^{-5} + 0,2p$

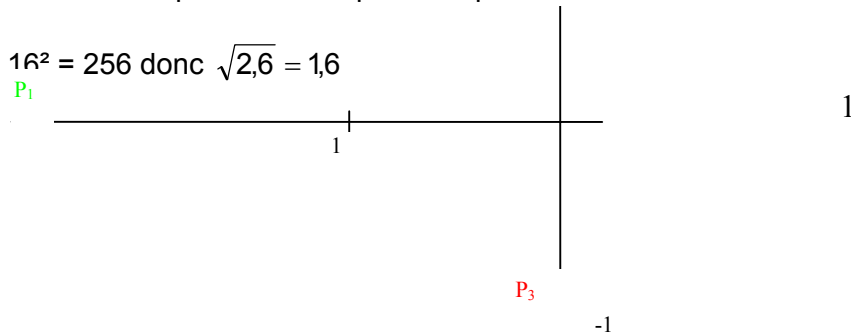
- $A(p)=5$: $D(p) = 4.10^{-5} + 0,2p + 0,13$ et il n'y a qu'un seul pôle réel $p_1 \approx -0,65$
- $A(p) = \frac{5}{p}$: le dénominateur est de la forme $D(p) = 0,2.p^2 + 4.10^{-5}.p + 0,13$

Le discriminant réduit est : $\Delta' = (2.10^{-5})^2 - 0,13.0,2$, d'où $\Delta' \approx -0,026$

On a donc deux pôles complexes conjugués qui sont :

$$p_2(p) = -10^{-4} + j \frac{\sqrt{2,6}}{2} \quad \text{et} \quad p_3(p) = -10^{-4} - j \frac{\sqrt{2,6}}{2}$$

Position des pôles dans le plan complexe



Pour les deux types de correction, le système est stable puisque les parties réelles des pôles sont à chaque fois négatives.

- Mais, avec le correcteur $A(p) = \frac{5}{p}$, on est à la limite de la stabilité car les pôles sont quasiment sur l'axe des imaginaires purs : on aura donc un système quasiment pas amorti avec une réponse impulsionnelle oscillante qui aura un temps de réponse extrêmement long. Le système n'est pas robuste.
- Avec le correcteur $A(p)=5$, le système corrigé se comporte comme un système de premier ordre, donc parfaitement stable sans oscillations.

5.3.2. Performance de la commande

- Pour déterminer l'action de $A(p)=5$ (gain augmenté) sur le temps de réponse, il faut considérer que le système est du premier ordre, donc que l'écart en position est non nul, mais diminue quand on augmente le gain. Si on augmente le gain de la FTBO, on augmente la bande passante et on diminue le temps de réponse à 5%.
- $A(p) = \frac{5}{p}$ est un correcteur à action intégrale : il annule l'écart de position. L'intégrateur déstabilise trop le process, la notion de rapidité n'a plus de sens. Le système est trop oscillant.

	Précision	Rapidité	Stabilité
$A(p)=5$	+	+	+
$A(p) = \frac{5}{p}$	+	-	-