

**CONCOURS ENSAM - ESTP - ECRIN - ARCHIMEDE****Epreuve de Physique - Chimie MP****durée 4 heures****Problème I : Réaction chimique et création d'entropie**

Ce problème a pour but de comparer les processus de création d'entropie dans trois types de réactions chimiques différents.

Tous les systèmes réactionnels envisagés dans ce problème sont fermés et en contact avec un thermostat de température  $T_0 = 298 \text{ K}$  et un réservoir de pression  $P_0 = 1 \text{ bar}$ .

Dans toutes les transformations considérées dans le problème, les états initiaux et finaux sont des états d'équilibre physique où le système est à la température  $T_0$  et à la pression  $P_0$ .

On notera  $R = 8,31 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$  la constante des gaz parfaits. La pression standard est  $P^0 = 1 \text{ bar}$ . Tous les gaz sont supposés parfaits, et les mélanges considérés sont tous idéaux.

Les résultats numériques seront donnés avec 2 chiffres significatifs.

**1. Préliminaires**

Au cours d'une réaction chimique, le système réactionnel subit une transformation durant laquelle son entropie varie de  $\Delta S$ , son enthalpie de  $\Delta H$  et son enthalpie libre de  $\Delta G$ , et au cours de laquelle il échange une chaleur  $Q$  avec le thermostat.

On note par ailleurs  $S_{cr}$  l'entropie créée au cours du processus, qu'on appelle aussi parfois « création d'entropie », « entropie produite » ou « variation d'entropie de l'univers ».

**1.a.** Exprimer  $S_{cr}$  en fonction de  $\Delta S$ ,  $Q$  et  $T_0$ .

Comment s'exprime le deuxième principe de la thermodynamique ?  
Indiquer en quoi il s'agit d'un principe d'évolution.

**1.b.** Démontrer soigneusement que  $\Delta H = Q$ .

**1.c.** Exprimer  $\Delta G$  en fonction de  $T_0$  et  $S_{cr}$ . Que peut on dire du signe de  $\Delta G$  ?

**Tournez la page S.V.P.**

## 2. Formation de HCl

Le système réactionnel est initialement constitué d'un mélange homogène de 1 mol de  $H_{2(g)}$  et de 1 mol de  $Cl_{2(g)}$ .

Ces deux gaz réagissent selon la réaction :



pour laquelle on donne  $\Delta_r H^0 = -185 \text{ kJ.mol}^{-1}$  et  $\Delta_r S^0 = 20 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$ .

**2.a.** Evaluer numériquement la constante d'équilibre  $K$  de (1) à 298 K. Dans toute la suite, on suppose la réaction totale. Commenter.

**2.b.** Quelle est la variation d'enthalpie  $\Delta H$  du système réactionnel entre l'état initial et l'état d'équilibre ? Commenter son signe.

On rappelle que pour un mélange d'espèces physico-chimiques indexées par  $i$ , contenant une quantité de matière  $n_i$  de l'espèce  $i$ , l'enthalpie libre s'écrit

$$G = \sum_i n_i \mu_i, \text{ où } \mu_i \text{ désigne le potentiel chimique de l'espèce } i \text{ dans le mélange considéré.}$$

**2.c.** Rappeler sans démonstration l'expression du potentiel chimique  $\mu_i$  d'un gaz parfait  $i$  dans un mélange idéal de gaz parfaits, à température  $T$ , à pression (totale)  $P$  en fonction de son potentiel chimique standard  $\mu_i^0(T)$ , de sa fraction molaire  $x_i$  en phase gazeuse, de la température et de la pression.

**2.d.** Calculer la variation d'enthalpie libre  $\Delta G$  du système réactionnel en fonction de  $\Delta_r G^0$ ,  $R$  et  $T_0$ . En déduire numériquement l'entropie créée  $S_{cr}$ , puis la variation d'entropie  $\Delta S$  du système.

Comparer  $\Delta S$  et  $S_{cr}$ .

Quelle est la source principale de création d'entropie dans ce processus ?

## 3. Dissociation de $N_2O_4(g)$

On envisage maintenant la réaction de dissociation :



Le système réactionnel comprend initialement 1 mol de  $N_2O_4(g)$ .

On donne les valeurs thermodynamiques suivantes (à 298 K) :

	$N_2O_{4(g)}$	$NO_{2(g)}$
$S_m^0 \text{ (J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1})$	304	240
$\Delta_f H^0 \text{ (kJ.mol}^{-1})$	9,16	33,2

$\Delta_f H^0$  : enthalpie molaire standard de formation.  $S_m^0$  : entropie molaire standard.

**3.a.** Calculer numériquement les enthalpie et entropie molaires standard de réaction de la réaction (2).  
Comparer l'entropie molaire standard de réaction à celle de la réaction (1).  
Interpréter physiquement.  
Calculer numériquement la constante d'équilibre de cette réaction.

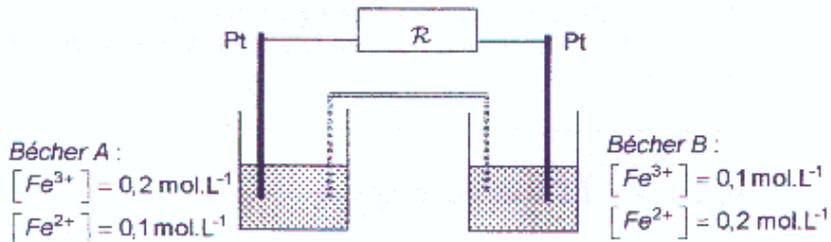
**3.b.** Calculer numériquement l'avancement  $\xi$  de la réaction à l'équilibre.  
Déterminer les quantités de chaque gaz .

**3.c.** Exprimer  $\Delta H$  en fonction de  $\xi$  et  $\Delta_f H^0$  et l'évaluer numériquement.  
Interpréter physiquement.

**3.d.** Un calcul similaire à celui effectué en question 2.d. conduit à une entropie créée  $S_{cr} = 3,1 \text{ J.K}^{-1}$ . Calculer numériquement  $\Delta S$  et le comparer à  $S_{cr}$ .  
Quelle est ici la source principale de création d'entropie ?  
Comparer au résultat du 2.d.

#### 4. Etude d'une pile de concentration

Le système réactionnel est maintenant une pile électrochimique utilisant le couple  $Fe^{3+}/Fe^{2+}$ , schématisée sur la figure C1.



**Figure C1**

Dans le bécher A, on a initialement 50 mL d'une solution à  $0,1 \text{ mol.L}^{-1}$  de sulfate ferreux et  $0,2 \text{ mol.L}^{-1}$  de chlorure ferrique (totalement dissous).

Dans le bécher B, on a mis au départ 50 mL d'une solution à  $0,2 \text{ mol.L}^{-1}$  de sulfate ferreux et  $0,1 \text{ mol.L}^{-1}$  de chlorure ferrique (totalement dissous).

On utilise des électrodes de platine et un pont salin au KCl.  $\mathcal{R}$  est une très grande résistance.

Les créations éventuelles d'entropie dues au pont salin ou à la résistance  $\mathcal{R}$  sont négligées.

Tournez la page S.V.P.

MP :3/12

Dans la relation de Nernst, on prendra  $\frac{RT}{F} \ln(10) = 0,059 \text{ V}$ . A titre indicatif, le potentiel d'électrode standard du couple  $\text{Fe}^{3+}/\text{Fe}^{2+}$  est  $E^0 = 0,77 \text{ V}$ .

4.a. Déterminer la différence de potentiel  $V_A - V_B$  initiale dans cette pile. Dans quel sens les électrons circulent-ils ?

4.b. En notant avec un indice  $A$  ou  $B$  les espèces physiquement situées dans le bécher correspondant ( Exemple  $\text{Fe}_A^{3+}$  pour les  $\text{Fe}^{3+}$  du bécher A), écrire l'équation bilan traduisant le fonctionnement de la pile.

Que peut-on dire des grandeurs molaires standard  $\Delta_r H^0$  et  $\Delta_r S^0$  de cette réaction ?

Quelle est sa constante d'équilibre ?

4.c. Déterminer les concentrations finales en  $\text{Fe}^{2+}$  et  $\text{Fe}^{3+}$  à l'équilibre.

4.d. Rappeler l'expression du potentiel chimique  $\mu_i$  d'une espèce  $i$  en solution idéale en fonction de sa concentration  $c_i$ , de son potentiel standard  $\mu_i^0(T)$ , de la température et de la concentration standard  $c^0 = 1 \text{ mol.L}^{-1}$

4.e. En adoptant une démarche analogue à celle des questions 2 et 3, calculer successivement les valeurs numériques de  $\Delta G$ ,  $S_{cr}$  et  $\Delta S$ .

Quelle est ici le phénomène à l'origine de la création d'entropie ?

Ce résultat est-il lié de façon essentielle aux propriétés chimiques spécifiques du couple  $\text{Fe}^{3+}/\text{Fe}^{2+}$  (comme par exemple la valeur du potentiel standard de ce couple) ?

---

### Problème II : Un modèle de l'indice de réfraction

L'espace est rapporté au trièdre direct  $Oxyz$ , de vecteurs unitaires notés  $\vec{e}_x$ ,  $\vec{e}_y$  et  $\vec{e}_z$ .

Le nombre complexe de module 1 et d'argument  $+\frac{\pi}{2}$  est noté  $i$ .

La pesanteur est négligée dans tout le problème.

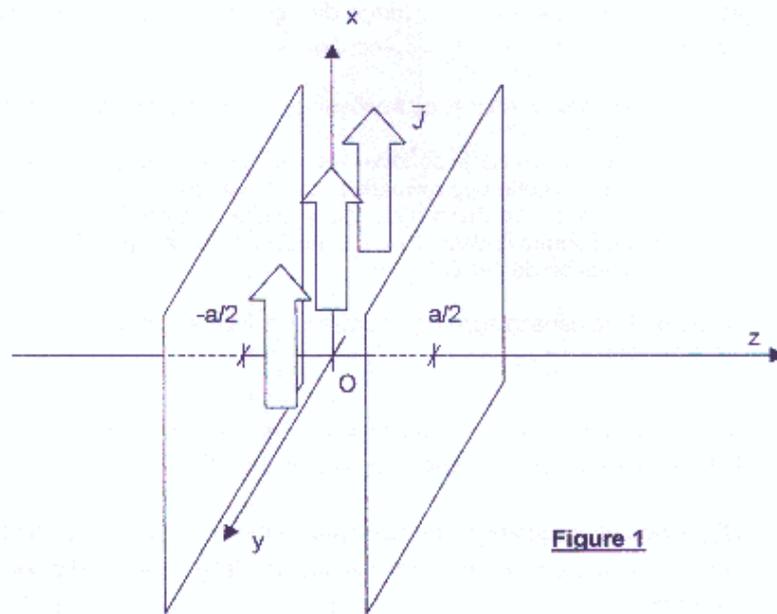
Les grandeurs harmoniques seront représentées en notation complexe. Par convention, la grandeur complexe associée à une grandeur réelle de la forme  $g(t) = g_0 \cos(\omega t + \varphi)$  sera désignée par une lettre soulignée notée

$\underline{g} = g_0 \exp[i(\omega t + \varphi)]$ .

**Partie I : Champs électromagnétiques créés par une nappe plane de courant**

**I.1. Champ statique.**

On envisage une distribution de courant volumique uniforme et constante de densité de courant  $\vec{J} = J_0 \vec{e}_x$  entre les plans  $z = -\frac{a}{2}$  et  $z = \frac{a}{2}$  et nulle pour  $|z| > \frac{a}{2}$  (figure 1).



**Figure 1**

**I.1.a.** Par une analyse des symétries, déterminer la direction du champ  $\vec{B}$ . Justifier que le champ  $\vec{B}$  ne dépend que de  $z$ . Montrer, également par un argument de symétrie, que  $\vec{B}(z = 0) = \vec{0}$

**I.1.b.** Déterminer  $\vec{B}$  pour  $|z| < \frac{a}{2}$ . Montrer que  $\vec{B}$  est uniforme pour  $z > \frac{a}{2}$  et  $z < -\frac{a}{2}$ .

**I.1.c.** Justifier que le champ  $\vec{B}$  est continu au passage par les interfaces  $z = \frac{a}{2}$  et  $z = -\frac{a}{2}$  et en déduire les expressions de  $\vec{B}$  pour  $z > \frac{a}{2}$  et  $z < -\frac{a}{2}$ .

**Tournez la page S.V.P.**

MP :5/12

**I.1.d.** On suppose désormais que  $a$  tend vers 0, le produit  $J_0 a$  restant égal à une constante  $J_s$  (densité de courants surfaciques).

Déterminer les expressions de  $\vec{B}$  en fonction de  $\mu_0$  et  $J_s$  pour  $z > 0$  et pour  $z < 0$ .

Vérifier la relation de passage donnant  $\vec{B}(z = 0^+) - \vec{B}(z = 0^-)$ .

## **I.2. Champ créé par une nappe de courant harmonique.**

On considère maintenant une nappe surfacique de courant uniforme dans le plan  $z = 0$ , mais dépendant du temps de façon harmonique. La densité surfacique de courant est  $\vec{J}_s = J_{s0} \cos(\omega t) \vec{e}_x$ .

**I.2.a.** En électromagnétisme, qu'appelle-t-on approximation des régimes quasi-stationnaires (ARQS)?

- A quelle condition sur la période des signaux et l'extension géométrique  $D$  des dispositifs cette approximation est-elle valable ?
- Justifier que, si l'on cherche à évaluer le champ magnétique créé par la nappe de courant ci-dessus en tout point, on ne peut pas se contenter de l'approximation de l'ARQS.

On écrira donc dans la suite les équations de Maxwell sans aucune approximation.

**I.2.b.** Rappeler (pour  $z \neq 0$ ) les équations de Maxwell dans le vide. En déduire l'équation de propagation du champ  $\vec{B}(z, t)$ .

**I.2.c.** En notation complexe, le champ  $\vec{B}(z, t)$  s'écrit  $\vec{B}(z, t) = f(z) \exp[i\omega t] \vec{e}_y$ .

Déterminer l'équation différentielle vérifiée par  $f(z)$  et donner sa solution générale.

Indiquer pourquoi on doit choisir des solutions du type

$$\vec{B}(z, t) = A \exp\left[i\omega\left(t - \frac{z}{c}\right)\right] \vec{e}_y \text{ pour } z > 0 \text{ et}$$

$$\vec{B}(z, t) = A' \exp\left[i\omega\left(t + \frac{z}{c}\right)\right] \vec{e}_y \text{ pour } z < 0.$$

Préciser la signification physique de chacune de ces solutions

Déterminer les expressions correspondantes du champ électrique  $\vec{E}(z, t)$  pour  $z > 0$  et pour  $z < 0$ .

**I.2.d.** En utilisant les conditions de passage en  $z = 0$ , déterminer les constantes  $A$  et  $A'$ .

Vérifier que le champ électrique  $\vec{E}(z, t)$  est donné par

$$\vec{E}(z,t) = -\frac{\mu_0 c}{2} J_{s0} \exp\left[i\omega\left(t - \frac{z}{c}\right)\right] \vec{e}_x \text{ pour } z > 0 \quad (1)$$

$$\vec{E}(z,t) = -\frac{\mu_0 c}{2} J_{s0} \exp\left[i\omega\left(t + \frac{z}{c}\right)\right] \vec{e}_x \text{ pour } z < 0. \quad (1')$$

### Partie II : Interaction d'une onde avec un plan d'atomes

On suppose maintenant que le plan  $z = 0$  comprend  $N_s$  atomes (supposés d'extension spatiale négligeables) par unité de surface. (figure 2.)

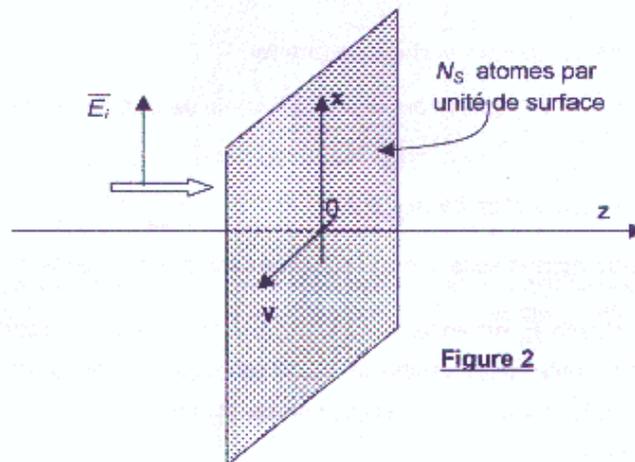


Figure 2

On envoie sur cette surface une onde plane incidente polarisée rectilignement, de champ électrique :

$$\vec{E}_i(z,t) = E_{0i} \exp\left[i\omega\left(t - \frac{z}{c}\right)\right] \vec{e}_x$$

Chaque atome est décrit dans le modèle de la charge élastiquement liée. Dans ce modèle, un atome placé en  $O$  est représenté comme un ensemble de deux charges opposées : une charge  $+q$ , fixe en  $O$ , et une charge  $-q$ , mobile, de masse  $m$ , situé en un point  $M$ , tel que  $\vec{r} = \vec{OM}$ .

La charge  $-q$  est soumise aux seules forces suivantes :

- une force de rappel  $\vec{f} = -m\omega_0^2 \vec{r}$  (qui modélise la force due à la charge fixe).
- la force de Lorentz liée au champ électromagnétique.

Tout frottement est négligé.

Tournez la page S.V.P.

MP :7/12

### II.1. Mouvement de la charge élastiquement liée en régime forcé

II.1.a. Expliquer pourquoi il est légitime de négliger la force magnétique dans la force de Lorentz que subit la charge  $-q$ .

Dans quelles conditions peut-on considérer que le champ électrique régnant en  $M$  est identique à celui agissant en  $O$  ?

Nous noterons ce champ  $\vec{E}_0 = E_0 \exp[i\omega t] \vec{e}_x$  et nous supposons vérifiées ces approximations dans la suite.

II.1.b. On suppose que l'on se trouve en régime sinusoïdal établi. En notation complexe, on a donc  $\vec{r} = r_0 \exp[i\omega t] \vec{e}_x$ . Déterminer  $r_0$  en fonction de  $E_0$ ,  $m, \omega, q, \omega_0$ .

### II.2. Densité de courant surfacique induite

II.2.a. Montrer qu'il apparaît sur le plan  $z = 0$  une densité surfacique de courant que l'on écrira

$$\vec{J}_s = N_s \alpha_0 i \omega \vec{E}_0$$

Exprimer  $\alpha_0$  en fonction de  $m, \omega, q, \omega_0$ .

On admettra dans la suite que l'on se place dans des conditions où  $\alpha_0 > 0$ .

II.2.b. Le champ  $\vec{E}_0$  est en fait la superposition des champs de l'onde incidente et de l'onde créée par la distribution de courant  $\vec{J}_s$  elle-même. Montrer qu'alors

$$\vec{J}_s = N_s \alpha i \omega \vec{E}_i(z=0, t), \text{ où } \alpha \text{ est complexe, et exprimer } \alpha \text{ en fonction de } \alpha_0, \mu_0, c, N_s \text{ et } \omega.$$

### II.3. Champ électromagnétique

Le champ électromagnétique obtenu dans l'espace est la superposition du champ de l'onde incidente et du champ créé par la densité de courant

II.3.a. Du côté  $z > 0$ , on a maintenant un champ électrique qui peut s'écrire

$$\vec{E}(z, t) = E_0 \exp\left[i\omega\left(t - \frac{z}{c}\right)\right] (1 - i\omega\gamma) \vec{e}_x. \text{ Déterminer } \gamma \text{ en fonction de}$$

$N_s, \alpha, \mu_0, c$ .

II.3.b. Montrer que, du côté  $z < 0$ , il apparaît une onde se propageant dans le sens des  $z$  décroissants et exprimer le champ électrique  $\vec{E}(z, t)$  de cette onde en fonction de  $E_0, \omega, \gamma, z, t$  et  $c$ .

### Partie III : Modèle de propagation dans le milieu

On modélise un milieu matériel comme une succession régulière de plans semblables à celui décrit précédemment (figure 3)

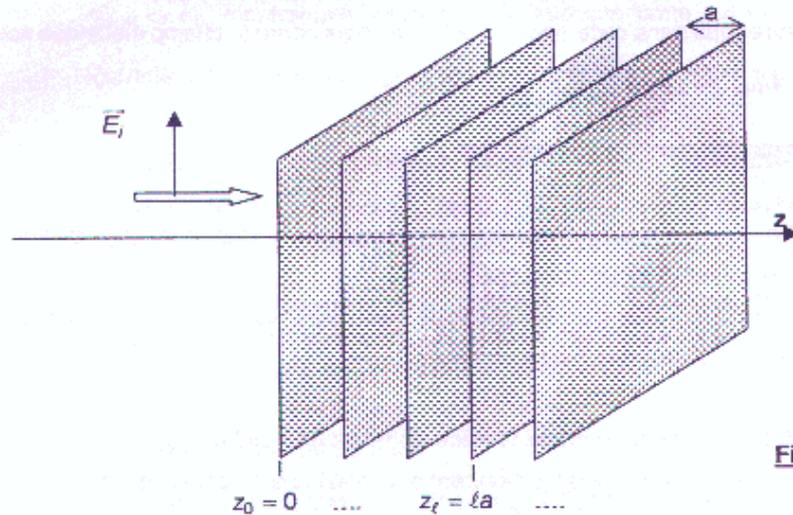


Figure 3

On suppose que ces plans sont équidistants, d'une distance  $a$ , et on admet que le milieu occupe le demi espace  $z \geq 0$ . Les plans sont donc situés aux cotes  $z_\ell = \ell a$ , avec  $\ell = 0, 1, 2, \dots$

Le demi espace  $z < 0$  est vide. On envoie depuis  $z = -\infty$  une onde plane incidente  $\vec{E}_i = E_{0i} \exp\left[i\omega\left(t - \frac{z}{c}\right)\right] \vec{e}_x$ .

Cette onde induit sur chaque plan une densité de courant ; les densités de courant ainsi engendrées rayonnent à leur tour un champ électromagnétique.

### III.1. Interprétation qualitative de l'influence des plans sur la propagation

Dans une première approche, on néglige totalement tous les champs se propageant dans le sens des  $z < 0$  émis par chaque plan, et on suppose  $\omega\gamma \ll 1$ , de telle sorte notamment que  $\alpha = \alpha_0$  et que  $\gamma$  est réel positif.

III.1.a. En remarquant que pour  $\omega\gamma \ll 1$ , on a  $1 - i\omega\gamma \cong \exp(-i\omega\gamma)$ , montrer que dans l'espace entre les plans  $z_\ell = \ell a$  et  $z_{\ell+1} = (\ell + 1)a$ , le champ

électrique est  $\vec{E}(z, t) = E_{0i} \exp\left[i\omega\left(t - \left\{\frac{z}{c} + (\ell + 1)\gamma\right\}\right)\right] \vec{e}_x$ , pour

$\ell a < z < (\ell + 1)a$ .

Tournez la page S.V.P.

MP :9/12

**III.1.b.** On suppose de plus que la longueur d'onde  $\lambda$  dans le vide du rayonnement est très supérieure à la distance  $a$  entre les plans.

Montrer que dans cette approximation, on peut écrire le champ électrique sous

$$\text{la forme } \vec{E}(z,t) = E_0 \exp\left[i\omega\left(t - \frac{z}{c}n\right)\right] \vec{e}_x$$

et exprimer  $n$  en fonction de  $\gamma$ ,  $c$  et  $a$ .

**III.1.c.** Justifier que la constante  $n$  représente en fait l'indice de réfraction du milieu, tel qu'on le définit en optique.

Indiquer, *brièvement*, une méthode de mesure de l'indice  $n$  du verre réalisable dans une séance de travaux pratiques

### **III.2. Utilisation du modèle : indice de réfraction de l'air**

Des études expérimentales montrent que, sous une pression de 1 bar et à 288 K l'indice de réfraction de l'air  $n$  à la longueur d'onde  $\lambda$  (dans le vide) vaut

$$n = 1,000272 + \frac{1,510^{-18}}{\lambda^2} \text{ (avec } \lambda \text{ en mètres), pour } \lambda \text{ dans le domaine visible.}$$

On cherche à interpréter ces résultats à l'aide de notre modèle.

L'air est assimilé à un gaz parfait (on notera  $R = 8,31 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$  la constante des gaz parfaits). On admet que les charges mobiles sont des électrons

( $q = -1,6.10^{-19} \text{ C}$ ,  $m = 9,1.10^{-31} \text{ kg}$ ), Le nombre d'Avogadro est

$N_A = 6,02.10^{23} \text{ mol}^{-1}$  et on rappelle  $\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \text{ H.m}^{-1}$  et  $c = 3.10^8 \text{ m.s}^{-1}$ .

**III.2.a.** Déterminer le nombre de molécules par unité de volume d'air,  $N_v$ , sous une pression de 1 bar, à 288K. En déduire un ordre de grandeur de la distance moyenne  $d$  entre molécules dans ces conditions.

**III.2.b.** Dans la suite de cette question **III.2**, on prendra  $a = d$  et  $N_s = \frac{1}{d^2}$ .

Justifier sommairement ces choix. Vérifier que, pour une onde située dans le domaine visible, la condition  $\lambda \gg a$  est justifiée.

MP :10/12

**III.2.c.** Exprimer  $n$  en fonction de  $N_v$ ,  $\mu_0$ ,  $c$ ,  $q$ ,  $m$ ,  $\omega$  et  $\omega_0$ . Dans l'hypothèse

où  $\omega \ll \omega_0$ , montrer que l'on peut écrire  $n$  sous la forme  $n = 1 + A + \frac{B}{\lambda^2}$ .

Exprimer les facteurs  $A$  et  $B$  en fonction de  $N_v$ ,  $\mu_0$ ,  $c$ ,  $q$ ,  $m$ ,  $\omega$  et  $\omega_0$ .

**III.2.d.** Exprimer  $\omega_0$  en fonction du rapport  $\frac{B}{A}$  et de  $c$ . Déterminer

numériquement la valeur de  $\omega_0$  compatible avec les résultats expérimentaux.

L'approximation  $\omega \ll \omega_0$  est elle justifiée dans le visible ?

**III.2.e.** En utilisant la valeur de  $\omega_0$  déterminée au **III.2.d.** et la densité

moléculaire  $N_v$  calculée au **III.2.a.**, évaluer numériquement  $A$ .

Comparer à la valeur expérimentale et commenter.

### III.3. Amélioration du modèle

Les approximations effectuées dans la question **III.1** ne sont valables que dans les situations où  $n$  est très proche de 1.

Dans cette partie, on tient compte des ondes émises par chaque plan aussi bien dans le sens des  $z > 0$  que dans le sens des  $z < 0$ .

On appelle maintenant  $\underline{\vec{E}}_t(z,t) = \underline{E}_t(z,t)\underline{e}_x$  le champ complexe qui règne dans la région  $z > 0$ .

**III.3.a.** En utilisant les résultats de la question **II.2.a.**, et de la question **I.2.d.**, déterminer l'expression du champ électrique  $\underline{\vec{E}}_t(z,t)$  émis par le plan situé en  $z_t = \ell a$ , en fonction de  $\underline{E}_t(z = \ell a, t)$ , en distinguant les cas  $z > \ell a$  et  $z < \ell a$ .

**III.3.b.** En appliquant avec soin le théorème de superposition, montrer que, pour un point de cote  $z$  telle que  $\ell_0 a < z < (\ell_0 + 1)a$ , (avec  $\ell_0$  entier), le champ électrique  $\underline{E}_t(z,t)$  vérifie l'équation :

$$\begin{aligned} \underline{E}_t(z,t) = E_{0i} \exp\left[i\omega\left(t - \frac{z}{c}\right)\right] \\ - i\omega\gamma_0 \sum_{\ell=0}^{\ell_0} \underline{E}_t(z = \ell a, t) \exp\left[-i\omega\left(\frac{z - \ell a}{c}\right)\right] \\ - i\omega\gamma_0 \sum_{\ell=\ell_0+1}^{\infty} \underline{E}_t(z = \ell a, t) \exp\left[i\omega\left(\frac{z - \ell a}{c}\right)\right] \end{aligned}$$

et exprimer  $\gamma_0$  en fonction de  $N_s, \alpha_0, \mu_0, c$ .

**III.3.c.** En s'appuyant sur le résultat qualitatif établi à la question **III.1**, on cherche  $\underline{E}_t(z,t)$  sous la forme :

Tournez la page S.V.P.

MP :11/12

$$\underline{E}_t(z,t) = E_{0t} \exp\left[i\omega\left(t - \frac{zn}{c}\right)\right],$$

où  $n$  est une constante que l'on se propose de déterminer.

Appliquée à ce champ, la relation établie en question III.3.b., et dans l'hypothèse où  $\frac{\omega a}{c} \ll 1$ , permet d'aboutir (**calcul non demandé**) au résultat suivant, valable quel que soit  $\ell_0 > 0$ :

$$E_{0t} \left(1 + \frac{c\gamma_0}{a} \left(\frac{1}{1-n} + \frac{1}{1+n}\right)\right) \exp\left[i\frac{\omega\ell_0 a}{c}(1-n)\right] = E_{0i} + E_{0t} \frac{c\gamma_0}{(1-n)a}$$

En déduire :

- d'une part une relation entre  $n, c, \gamma_0$  et  $a$ ,
- d'autre part une expression du rapport  $\frac{E_{0t}}{E_{0i}}$  en fonction de  $n$  seulement.

**III.3.d.** En utilisant le résultat précédent ( toujours dans l'hypothèse où  $\frac{\omega a}{c} \ll 1$ ), calculer, dans la région des  $z < 0$ , l'expression du champ électrique se propageant dans le sens des  $z$  décroissants. On écrira ce champ sous la forme

$\underline{\vec{E}}_r(z,t) = E_{0r} \exp\left[i\omega\left(t + \frac{z}{c}\right)\right] \underline{\vec{e}}_x$  et on exprimera  $\frac{E_{0r}}{E_{0i}}$  en fonction de  $n$  seulement.