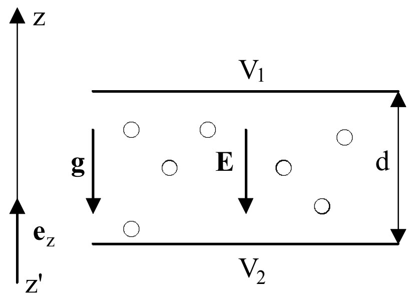
EPL - SESSION 2005
ÉNONCÉ

Questions liées.

[1,2,3,4,5] [6,7,8,9,10,11,12,13] [14,15,16,17,18] [19,20,21,22,23,24] [25,26,27,28,29,30] [31,32,33,34,35,36]

1. On disperse un brouillard de fines gouttelettes sphériques d'huile, de masse volumique $\rho_h = 1{,}3.10^3$ kg.m^{-3}, dans l'espace séparant les deux plaques horizontales d'un condensateur plan distantes de $d = 2.10^{-2}$ m. Les gouttelettes obtenues sont chargées négativement en raison des frottements qu'elles subissent à la sortie du pulvérisateur et sont supposées ne pas avoir de vitesse initiale (*voir figure ci-contre*). Toutes les gouttelettes sphériques ont même rayon R mais n'ont pas forcément la même charge –q. En l'absence de champ électrique **E**, une gouttelette est soumise à son poids (*on prendra pour l'accélération de la pesanteur la valeur* $g = 9{,}81$ m.s^{-2}), à la poussée d'Archimède de la part de l'air ambiant de masse volumique $\rho_a = 1{,}3$ kg.m^{-3} et à une force de frottement visqueux **f**, proportionnelle et opposée à sa vitesse **v**, de norme $\|\mathbf{f}\| = 6\pi\eta R\|\mathbf{v}\|$, où $\eta = 1{,}8.10^{-5}$ S.I. est la viscosité dynamique de l'air.



Montrer que la vitesse **v**(t) des gouttelettes peut se mettre sous la forme $\mathbf{v}(t) = -v_0\left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right]\mathbf{e}_z$.

Exprimer τ.

a) $\tau = \frac{9}{2}\frac{\rho_h R^3}{\eta}$ b) $\tau = \frac{2}{3}\frac{\rho_a R}{\eta}$

c) $\tau = \frac{4}{9}\frac{\rho_a R^2}{\eta}$ d) $\tau = \frac{9}{2}\frac{\rho_h R^2}{\eta}$

2. Exprimer v_0.

a) $v_0 = \frac{2R^2}{9\eta}(\rho_h - \rho_a)g$ b) $v_0 = \frac{9R^2}{2\pi\eta}(\rho_h - \rho_a)g$

c) $v_0 = \frac{9R^2}{2\eta}(\rho_a - \rho_h)g$ d) $v_0 = \frac{4\pi R^3}{3\eta}(\rho_h + \rho_a)g$

3. On mesure une vitesse limité $v_0 = 2.10^{-4}$ m.s^{-1}. Calculer le rayon R des gouttelettes d'huile.

a) $R = 2{,}53.10^{-6}$m b) $R = 7{,}42.10^{-6}$ m c) $R = 1{,}13.10^{-6}$ m d) $R = 4{,}67.10^{-6}$ m

4. On applique une différence de potentiel $U = V_1 - V_2 > 0$ aux bornes du condensateur de façon à ce que le champ électrique **E** uniforme et constant qui apparaît dans l'espace compris entre les armatures soit dirigé suivant la verticale descendante (*voir figure ci-dessus*).

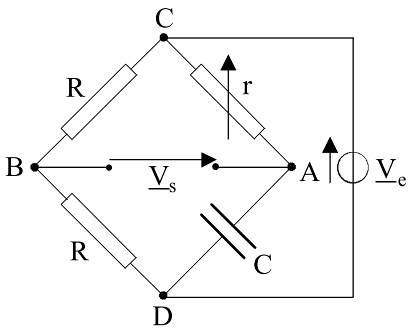
Exprimer la relation qui existe entre U et la norme E du champ électrique.

a) $U = \frac{E}{d}$ b) $U = Ed$ c) $U = \frac{d}{E}$ d) $U = 2\frac{E}{d}$

5. Une gouttelette est immobilisée pour U = 3200 V. Calculer la valeur absolue q de sa charge électrique.

a) $q = 4{,}8.10^{-19}$ C b) $q = 1{,}6.10^{-19}$ C c) $q = 8{,}0.10^{-19}$ C d) $q = 3{,}2.10^{-19}$ C

6. On considère le circuit représenté sur le schéma de la figure ci-dessous. Un pont dont les quatre branches sont constituées par trois résistors et un condensateur est alimenté par une source de tension sinusoïdale $v_e(t) = v_C - v_D = V_{e0}\cos(\omega t)$, de pulsation ω, connectée aux bornes de la diagonale CD. On désigne par $v_s(t) = v_A - v_B = V_{s0}\cos(\omega t + \varphi_1)$ la tension de sortie recueillie aux bornes de la diagonale AB. On définit la fonction de transfert $\underline{T}_1(j\omega)$ du circuit par le rapport de l'amplitude complexe $\underline{V}_s$ associée à la tension de sortie sur l'amplitude complexe $\underline{V}_e$ associée à la tension d'entrée. Exprimer $\underline{T}_1(j\omega) = \dfrac{\underline{V}_s}{\underline{V}_e}$.



a) $\underline{T}_1(j\omega) = 1 - jrC\omega$ b) $\underline{T}_1(j\omega) = \dfrac{1}{1 + jrC\omega}$

c) $\underline{T}_1(j\omega) = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1 - jrC\omega}{1 + jrC\omega}\right)$ d) $\underline{T}_1(j\omega) = \dfrac{1 + jrC\omega}{1 - jrC\omega}$

7. Déterminer l'impédance interne $\underline{Z}_{Th}$ de la représentation de Thévenin du générateur équivalent au circuit du point de vue de ses bornes de sortie A et B.

a) $\underline{Z}_{Th} = \dfrac{R}{2(1 + jCR\omega)}$ b) $\underline{Z}_{Th} = \dfrac{r}{2(1 + jCr\omega)}$

c) $\underline{Z}_{Th} = \dfrac{R}{2}$ d) $\underline{Z}_{Th} = \dfrac{R}{2} + \dfrac{r}{1 + jCr\omega}$

8. Exprimer le déphasage φ_1 de la tension de sortie $v_s(t)$ par rapport à la tension d'entrée $v_e(t)$.

a) $\varphi_1 = -2\arctan(rC\omega)$ b) $\varphi_1 = \arctan(rC\omega)$

c) $\varphi_1 = \arctan(2rC\omega)$ d) $\varphi_1 = -\arctan\left(\dfrac{rC\omega}{2}\right)$

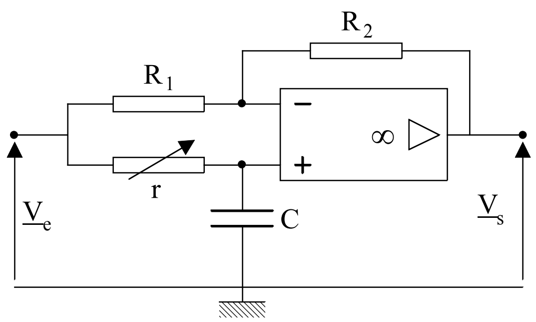
9. On donne ω = 1000 rad.s^{-1}, C = 1 μF. Quelle valeur r_0 doit-on donner à r pour que $\varphi_1 = -\dfrac{\pi}{2}$?

a) $r_0 = 5000\ \Omega$ b) $r_0 = 1000\ \Omega$ c) $r_0 = 3000\ \Omega$ d) $r_0 = 2000\ \Omega$

10. On connecte une charge $R_u = \dfrac{R}{2} = 500\Omega$ entre les bornes A et B du circuit. Quelle est la nouvelle valeur φ'_1 du déphasage de la tension de sortie $v_s(t)$ par rapport à la tension d'entrée $v_e(t)$ pour $r = r_0$?

a) $\varphi'_1 = -90°$ b) $\varphi'_1 = -115°$ c) $\varphi'_1 = -71{,}6°$ d) $\varphi'_1 = -68{,}1°$

11. On envisage maintenant d'utiliser le circuit représenté sur le schéma de la figure ci-dessous dans lequel l'amplificateur opérationnel idéal fonctionne en régime linéaire. Exprimer la fonction de transfert $\underline{T}_2(j\omega) = \dfrac{\underline{V}_s}{\underline{V}_e}$ du montage.



a) $\underline{T}_2(j\omega) = \dfrac{R_2 - jrR_1C\omega}{R_1 + jrR_2C\omega}$

b) $\underline{T}_2(j\omega) = \dfrac{R_1 - jrR_2C\omega}{R_2 + jrR_2C\omega}$

c) $\underline{T}_2(j\omega) = \dfrac{r - jR_1R_2C\omega}{R_1 + jrR_2C\omega}$

d) $\underline{T}_2(j\omega) = \dfrac{R_1 - jrR_2C\omega}{R_1 + jrR_1C\omega}$

12. Quelle doit être la relation entre R_1 et R_2 pour que le module de la fonction de transfert soit égal à l'unité : $|\underline{T}_2(j\omega)| = 1$?

a) $R_1 = R_2$ b) $R_1 = 2R_2$ c) $R_1 = \frac{R_2}{2}$ d) $R_1 = 3R_2$

13. Donner, dans ce cas, l'expression du déphasage $\varphi_2(\omega)$ de la tension de sortie $v_s(t)$ par rapport à la tension d'entrée $v_e(t)$.

a) $\varphi_2 = \arctan(rC\omega)$ b) $\varphi_2 = -2\arctan(rC\omega)$

c) $\varphi_2 = \arctan(2rC\omega)$ d) $\varphi_2 = -\arctan(rC\omega)$

14. On dispose un objet $\overline{A_oB_o}$ orthogonalement à l'axe optique d'une lentille mince *divergente* L_1 de distance focale image $f_1 = -20$ cm. Quelle doit être la valeur $\overline{O_1A_o}$ de la position de l'objet par rapport au centre optique O_1 de L_1 pour que le grandissement transversal G_t soit égal à 1/2 ?

a) $\overline{O_1A_o} = -20\text{cm}$ b) $\overline{O_1A_o} = 10\text{cm}$ c) $\overline{O_1A_o} = -10\text{cm}$ d) $\overline{O_1A_o} = -40\text{cm}$

15. Quelle est alors la position $\overline{O_1A_i}$ de l'image $\overline{A_iB_i}$ par rapport à O_1 ?

a) $\overline{O_1A_i} = -20\text{cm}$ b) $\overline{O_1A_i} = -10\text{cm}$ c) $\overline{O_1A_i} = 15\text{cm}$ d) $\overline{O_1A_i} = 40\text{cm}$

16. On place après L_1 un viseur constitué d'une lentille mince *convergente* L_2, de même axe optique que L_1, de distance focale image $f_2 = 40$ cm et d'un écran E disposé orthogonalement à l'axe optique à une distance $\overline{O_1E} = 80\text{cm}$ du centre optique O_2 de L_2. Calculer la distance $\overline{O_1O_2}$ entre les centres optiques des lentilles L_1 et L_2 pour que l'on observe sur l'écran une image nette de l'objet $\overline{A_oB_o}$.

a) $\overline{O_1O_2} = 50\text{cm}$ b) $\overline{O_1O_2} = 10\text{cm}$ c) $\overline{O_1O_2} = 70\text{cm}$ d) $\overline{O_1O_2} = 5\text{cm}$

17. On désire utiliser le système optique constitué par l'association de la lentille L_1 suivie de la lentille L2, pour transformer un faisceau cylindrique de rayons parallèles à l'axe optique et de diamètre d à l'entrée du système en un faisceau cylindrique de rayons parallèles à l'axe optique et de diamètre D à la sortie du système. Calculer la distance $\overline{O_1O_2}$ qui permet de réaliser un tel système.

a) $\overline{O_1O_2} = 30\text{cm}$ b) $\overline{O_1O_2} = 10\text{cm}$ c) $\overline{O_1O_2} = 40\text{cm}$ d) $\overline{O_1O_2} = 20\text{cm}$

18. Calculer le rapport $\frac{D}{d}$ des diamètres.

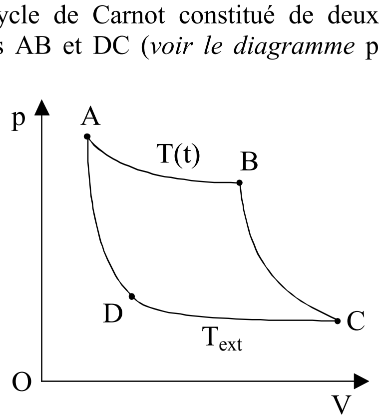
a) $\frac{D}{d} = 1$ b) $\frac{D}{d} = 2$ c) $\frac{D}{d} = 3$ d) $\frac{D}{d} = 4$

Le fluide d'une pompe à chaleur décrit de façon réversible un cycle de Carnot constitué de deux évolutions adiabatiques AD et BC et de deux évolutions isothermes AB et DC (*voir le diagramme* p (pression), V (volume) *représenté sur la figure ci-contre*).

Au cours de chaque évolution isotherme AB, le système échange la quantité de chaleur δQ_c avec une source chaude constituée par l'air ambiant d'une pièce de capacité thermique totale C que l'on désire *chauffer*. La température de la pièce à l'instant t est notée T(t).

Au cours de chaque évolution isotherme DC, le système échange la quantité de chaleur δQ_f avec une source froide constituée par l'air extérieur à la pièce dont la température *constante* est notée T_{ext}.

On peut considérer que la température T(t) de la source chaude reste constante au cours d'un cycle élémentaire, de durée dt) et qu'elle augmente de dT à chaque cycle. On désigne par $\mathcal{P}$ la puissance mécanique totale *constante* fournie au système.



19. Pour que la machine fonctionne en pompe à chaleur qui réchauffe la pièce :

a) Il faut que le cycle soit décrit dans le sens ADCBA.

b) Il faut que le cycle soit décrit dans le sens ABCDA.
c) Le sens du cycle n'a pas d'importance.
d) On doit nécessairement avoir : $T(0) > T_{ext}$.

20. L'efficacité thermique $\eta(t)$ de la pompe est définie par le rapport $\eta = -\dfrac{\delta Q_c}{\delta W}$ où δW est le travail total échangé au cours d'un cycle. Exprimer $\eta(t)$.

a) $\eta(t) = \dfrac{T_{ext}}{T(t) - T_{ext}}$ b) $\eta(t) = \dfrac{T(t)}{T_{ext}}$ c) $\eta(t) = \dfrac{T(t) - T_{ext}}{T(t)}$ d) $\eta(t) = \dfrac{T(t)}{T(t) - T_{ext}}$

21. On suppose, dans un premier temps, que la pièce est thermiquement isolée de l'extérieur et que sa température initiale est $T(0) = T_0 > T_{ext}$. Calculer la durée t_1 - comptée depuis l'instant origine - pendant laquelle la pompe à chaleur doit fonctionner, à puissance mécanique constante, pour que la température de la pièce atteigne la valeur $T_1 > T_0$.

a) $t_1 = \dfrac{C}{\mathcal{P}}\left(T_{ext} \ln\left(\dfrac{T_1}{T_0}\right)\right)$ b) $t_1 = \dfrac{C}{\mathcal{P}}\left(T_1 - T_0 - T_{ext} \ln\left(\dfrac{T_1}{T_0}\right)\right)$

c) $t_1 = \dfrac{C}{\mathcal{P}}\left(T_1 - T_0 \ln\left(\dfrac{T_{ext}}{T_1}\right)\right)$ d) $t_1 = \dfrac{C}{\mathcal{P}}\left(T_0 - T_1 \ln\left(\dfrac{T_{ext}}{T_0}\right)\right)$

22. On suppose maintenant que la puissance $\mathcal{P}$ est directement fournie à une résistance chauffante de capacité thermique négligeable et que la pièce est initialement à la température T_0. Calculer la durée t_2 - comptée depuis l'instant origine - au bout de laquelle la température de la pièce atteint la valeur T_1.

a) $t_2 = \dfrac{C}{\mathcal{P}} \dfrac{(T_1 - T_0)^2}{T_1 + T_0}$ b) $t_2 = \dfrac{C}{\mathcal{P}} \dfrac{(T_1 + T_0)}{2}$

c) $t_2 = \dfrac{C}{\mathcal{P}} \dfrac{(T_1 - T_0)}{2}$ d) $t_2 = \dfrac{C}{\mathcal{P}}(T_1 - T_0)$

23. On suppose maintenant que la pièce présente une fuite thermique. Lorsque sa température est $T(t)$, elle échange avec l'extérieur, pendant l'intervalle de temps dt, une quantité de chaleur $\delta Q = -kC\left(T(t) - T_{ext}\right)dt$ où k est une constante.
La pompe est arrêtée lorsque la température de la pièce vaut 295 K alors que T_{ext} = 290 K. On constate qu'au bout de 3 heures la température de la pièce a chuté de 3°C. Calculer la valeur de k.
a) $k = 17{,}2.10^{-4}\ s^{-1}$ b) $k = 32{,}4.10^{-5}\ s^{-1}$ c) $k = 84{,}8.10^{-6}\ s^{-1}$ d) $k = 46{,}8.10^{2}\ s^{-1}$

24. Montrer que la température T_{max} qu'il est possible d'obtenir dans la pièce en présence de la fuite thermique lorsque la pompe fonctionne et que le régime permanent est établi se déduit de la relation :

a) $T_{max}^2 - 2\left(T_{ext} + \dfrac{\mathcal{P}}{2kC}\right)T_{max} + T_{ext}^2 = 0$ b) $T_{ext}^2 - \left(T_{ext} + \dfrac{\mathcal{P}}{kC}\right)T_{max} = 0$

c) $T_{max}^2 - \left(T_{ext} + \dfrac{\mathcal{P}}{kC}\right)T_{ext} = 0$ d) $\left(2T_{ext} + \dfrac{\mathcal{P}}{2kC}\right)^2 T_{max} + T_{ext}^3 = 0$

Du point de vue du potentiel et du champ électrique qu'ils créent, les noyaux de certains atomes légers peuvent être modélisés par une distribution de charge à ***l'intérieur*** d'une sphère de centre O et de rayon a. On désigne par **r** = **OP** le vecteur position d'un point P quelconque de l'espace. Pour r < a, la charge volumique $\rho(P)$ qui représente le noyau varie en fonction de r suivant la loi :

$$\rho(r) = \rho_0\left(1 - \frac{r^2}{a^2}\right)$$

où ρ_0 est une constante positive.

25. Exprimer la charge totale Q du noyau.

a) $Q = \dfrac{1}{3}\pi\varepsilon_0\rho_0 a^3$ b) $Q = \dfrac{8}{15}\pi\rho_0 a^3$ c) $Q = \dfrac{3}{5}\pi\varepsilon_0\rho_0 a^2$ d) $Q = \dfrac{\rho_0 a^2}{2\pi}$

26. Les propriétés de symétrie du champ électrique permettent d'affirmer que :
a) Le champ électrique est contenu dans les plans de symétrie des charges.
b) Le champ électrique est orthogonal aux plans d'anti-symétrie des charges.
c) Le champ électrique est orthogonal aux plans de symétrie des charges.
d) Le champ électrique est contenu dans les plans de symétrie des charges.

27. Calculer le champ électrique $\mathbf{E}_{ext}(P)$ en tout point P extérieur à la sphère (r > a).

a) $\mathbf{E}_{ext}(P) = \dfrac{2\rho_0 a^3}{15\varepsilon_0 r^3}\mathbf{r}$ b) $\mathbf{E}_{ext}(P) = \dfrac{\rho_0 a^3}{2\pi\varepsilon_0 r^2}\mathbf{r}$

c) $\mathbf{E}_{ext}(P) = \dfrac{2\pi\rho_0 a^2}{\varepsilon_0 r^2}\mathbf{r}$ d) $\mathbf{E}_{ext}(P) = \mathbf{0}$

28. Calculer le champ électrique $\mathbf{E}_{int}(P)$ en tout point P intérieur à la sphère (r < a).

a) $\mathbf{E}_{int}(P) = \dfrac{\rho_0}{2\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{2}{3} - \dfrac{3r^2}{4a^2}\right)\mathbf{r}$ b) $\mathbf{E}_{int}(P) = \dfrac{3\rho_0}{2\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{3}{4} - \dfrac{4r^2}{3a^2}\right)\mathbf{r}$

c) $\mathbf{E}_{int}(P) = \dfrac{\rho_0}{\varepsilon_0}\left(\dfrac{1}{3} - \dfrac{r^2}{5a^2}\right)\mathbf{r}$ d) $\mathbf{E}_{int}(P) = \mathbf{0}$

29. Exprimer le potentiel $V_{ext}(P)$ créé par le noyau lorsque r > a.

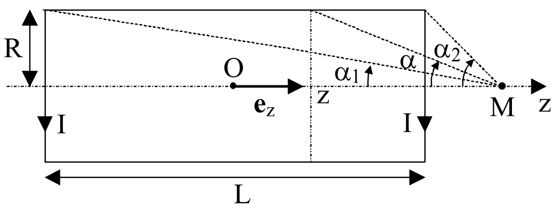
a) $V_{ext}(P) = \dfrac{\rho_0 a^2}{4\pi\varepsilon_0}$ b) $V_{ext}(P) = \dfrac{4\rho_0 a^2}{3\pi\varepsilon_0 r}$ c) $V_{ext}(P) = \dfrac{2\rho_0 a^3}{15\varepsilon_0 r}$ d) $V_{ext}(P) = \dfrac{\pi\rho_0 a^2}{3\varepsilon_0 r}$

30. Exprimer le potentiel $V_{int}(P)$ créé par le noyau lorsque r < a.

a) $V_{int}(P) = \dfrac{\rho_0}{\varepsilon_0}\left(\dfrac{a^2}{4} - \dfrac{r^2}{6} + \dfrac{r^4}{20a^2}\right)$ b) $V_{int}(P) = \dfrac{\rho_0}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{a^2}{3} + \dfrac{r^2}{2} - \dfrac{r^3}{a}\right)$

c) $V_{int}(P) = \dfrac{\rho_0}{\varepsilon_0}\left(\dfrac{a^2}{6} - \dfrac{r^2}{3} - \dfrac{r}{3a}\right)$ d) $V_{int}(P) = \dfrac{4\pi\rho_0}{\varepsilon_0}\left(\dfrac{r^2}{6} + \dfrac{r^4}{4a^2}\right)$

Un solénoïde mince d'axe Oz et de longueur L est constitué de N spires circulaires jointives identiques de rayon R parcourues par un courant d'intensité I. On désigne par z la cote d'une spire vue sous un angle α depuis un point M de l'axe Oz à la cote z_M (voir figure ci-contre).



31. Compte tenu de la symétrie des sources, on peut affirmer :
a) En tout point de l'axe Oz, le champ magnétique est porté par cet axe.
b) Le champ magnétique est orthogonal au plan xOy en tout point de ce plan.
c) Le champ magnétique est uniforme en tout point de l'espace.
d) Le champ magnétique est nul à l'extérieur du solénoïde.

32. Exprimer, en fonction de α, le champ magnétique créé en M par la spire située à la cote z sur l'axe Oz.

a) $\mathbf{B} = \dfrac{\mu_0 I}{R}\sin^2\alpha\,\mathbf{e}_z$ b) $\mathbf{B} = \dfrac{I}{\mu_0 R}\cos^3\alpha\,\mathbf{e}_z$ c) $\mathbf{B} = \dfrac{\mu_0 I}{2R}\sin^3\alpha\,\mathbf{e}_z$ d) $\mathbf{B} = \dfrac{I}{\mu_0 R}\tan^3\alpha\,\mathbf{e}_z$

33. Une variation dz de la cote z d'une spire entraîne une variation dα de l'angle α. Exprimer dz en fonction de α et dα.

a) $dz = \dfrac{R}{\tan^2\alpha}d\alpha$ b) $dz = \dfrac{R}{\cos^2\alpha}d\alpha$ c) $dz = \dfrac{R}{\sin^3\alpha}d\alpha$ d) $dz = \dfrac{R}{\sin^2\alpha}d\alpha$

34. Exprimer le nombre dN de spires contenues dans un élément de longueur dz de solénoïde.

a) $dN = \frac{L}{N} dz$ b) $dN = \frac{N}{L} dz$ c) $dN = \frac{2N}{L} dz$ d) $dN = \frac{N}{2L} dz$

35. Exprimer le champ magnétique en tout point M de l'axe Oz en fonction des angles α_1 et α_2 définis sur la figure ci-dessus.

a) $\mathbf{B} = \frac{\mu_0 NI}{2L}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)\mathbf{e}_z$ b) $\mathbf{B} = \frac{NI}{2\mu_0 L}(\sin^2\alpha_1 - \sin^2\alpha_2)\mathbf{e}_z$

c) $\mathbf{B} = \frac{NI}{2\mu_0 L}(\tan\alpha_1 - \tan\alpha_2)\mathbf{e}_z$ d) $\mathbf{B} = \frac{\mu_0 NI}{2L}(\sin\alpha_1 - \sin\alpha_2)\mathbf{e}_z$

36. Exprimer le champ magnétique en tout point M de l'axe Oz d'un solénoïde infini, constitué de n spires par unité de longueur parcourues par un courant d'intensité I.

a) $\mathbf{B} = \frac{\mu_0 nI}{4\pi}\mathbf{e}_z$ b) $\mathbf{B} = \mu_0 nI\,\mathbf{e}_z$ c) $\mathbf{B} = \frac{nI}{\mu_0}\mathbf{e}_z$ d) $\mathbf{B} = \frac{nI}{2\mu_0}\mathbf{e}_z$