CONCOURS COMMUN 2006
DES ÉCOLES DES MINES D'ALBI, ALÈS, DOUAI, NANTES

Épreuve de Mathématiques
(toutes filières)

Jeudi 11 mai 2006 de 14h00 à 18h00

Corrigé

Auteur du Sujet : M. DE-MOLINER – Lycée Wallon - VALENCIENNES

CONCOURS COMMUN 2006
DES ÉCOLES DES MINES D'ALBI, ALÈS, DOUAI, NANTES

Premier problème

ETUDE DE f .

1. $f(z)$ est défini si et seulement si $z \neq 2i$ donc $D=\mathbb{C}-\{2i\}$.
2. **a** Si on pose $\delta=a+ib$ avec $(a,b)\in\mathbb{R}^2$ alors
$$\delta^2=8-6i \Leftrightarrow \begin{cases} a^2-b^2=8 \\ 2ab=-6 \\ a^2+b^2=|8-6i|=\sqrt{64+36}=10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a^2=18 \\ 2b^2=2 \\ ab=-3 \end{cases}$$
donc les racines carrées de $8-6i$ sont $3-i$ et $-3+i$.
b. $\{z\in D$ et $f(z)=1+i\}\Leftrightarrow\{z\neq 2i$ et $z^2=(1+i)(z-2i)=(1+i)z-2i+2\}\Leftrightarrow$
$\{z\neq 2i$ et $z^2-(1+i)z+2i-2=0\ (1)$ le discriminant de (1) est $\Delta=(1+i)^2-4(2i-2)=8-6i$
$z_1=\dfrac{1+i+3-i}{2}=2$ et $z_2=\dfrac{1+i-3+i}{2}=-1+i$ les deux racines sont distinctes de $2i$ donc $1+i$ a deux antécédents 2 et $-1+i$.
3. Soit $h\in\mathbb{C}$ fixé. Soit $z\in D$. z est un antécédent de h si et seulement si $\}\Leftrightarrow\{z\neq 2i$ et $z^2=h(z-2i)\}\Leftrightarrow\{z\neq 2i$ et $z^2-hz+2ih=0\ (2)\}$.
On remarque que : $(2i)^2-h(2i)+2ih=-2$ donc $2i$ n'est jamais racine de (2)
Le discriminant de (2) est $h^2-4(2ih)=h^2-8ih=h(h-8i)$
Donc si $h\neq 0$ et $h\neq 8i$ alors h a deux antécédents par f car (2) a deux racines distinctes qui sont différentes de $2i$. 0 et $8i$ n'ont qu'un seul antécédent par f car (2) a une seule racine confondue distincte de $2i$.
4. Puisque tout élément de $\mathbb{C}$ a au moins un antécédent dans D par f alors $f(D)=\mathbb{C}$. Donc f est surjective.
5. f n'est pas injective car $1+i$ a deux antécédents distincts dans D.
6. Soit z de D $z=x+iy$ avec $(x,y)\in\mathbb{R}^2$
$$g(z)=\frac{|z-2i|^2z^2}{z-2i}+z^3=\frac{(z-2i)\overline{(z-2i)}}{(z-2i)}z^2+z^3=(\bar{z}+2i)z^2+z^3=z\bar{z}z+2iz^2+z^3=$$
$$|z|^2z+z^2(2i+z)=(x^2+y^2)(x+iy)+(x^2-y^2+2ixy)(x+2i+iy)=$$
$$x^3+xy^2+i(x^2y+y^3)+(x^3-y^2x-2xy(y+2))+i(2x^2y+(x^2-y^2)(2+y)))=$$
$$2x^3-2xy^2-4xy+i(3x^2y+y^3+2x^2-2y^2+x^2y-y^3)=x(2x^2-2y^2-4y)+i(4x^2y+2x^2-2y^2)$$
Donc la partie réelle de $g(z)$ est $x(2x^2-2y^2-4y)$ et sa partie imaginaire $4x^2y+2x^2-2y^2$.
7. Soit M de coordonnées (x,y) dans R appartient à Γ si et seulement si $x=0$ (si $y\neq 2$) ou $2x^2-2y^2-4y=0$ donc la réunion de l'axe (Oy) privé du point A de coordonnées (0,2) (correspondant au point d'affixe $2i$) et de la courbe C d'équation cartésienne $x^2-(y+1)^2=-1$ donc $-x^2+(y+1)^2=1$
8. C est une hyperbole d'axe l'axe (Oy) car de la forme $\dfrac{X^2}{a^2}-\dfrac{Y^2}{b^2}=1$ avec $X=y+1$, $y=x$
$a=b=1$ donc le centre de C est le point A de coordonnées(0,–1) Si on pose $c=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{2}$
l'excentricité est $\dfrac{c}{a}=\sqrt{2}$. Les foyers F et F' de C ont pour coordonnées $(0,-1+\sqrt{2})$ et $(0,-1-\sqrt{2})$ car F et F' sont sur l'axe de l'hyperbole et $AF=AF'=c=\sqrt{2}$.

Etude d'un polynôme :

9. Soit $Q=a_0+a_1X+a_2X^2+a_3X^3$ un polynôme de $\mathbb{R}[X]$ ayant trois racines dans $\mathbb{R}$ α_1, α_2 et α_3 alors $a_2=-a_3(\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3)$ et $a_1=a_3(\alpha_1\alpha_2+\alpha_1\alpha_3+\alpha_2\alpha_3)$ et $a_0=-a_3\alpha_1\alpha_2\alpha_3$ donc comme ici comme $a_3=1$ alors $t_1+t_2+t_3=0$ et $t_1t_2t_3=-2$.

10. $P_a(0)=2$ donc comme $\lim\limits_{t\to-\infty} P_a(t)=-\infty$ P_a s'annule sur $]-\infty,0[$ donc $t_1<0$ de plus 0 n'est pas racine de P_a.

11. Le produit des trois racines est négatif donc soit on a trois racines négatives soit deux racines positives et une racine négative. Si les trois racines étaient négatives comme $t_1<0$ alors la somme des 3 racines seraient strictement négative ce qui n'est pas possible. Donc on a deux racines positives et une négative. Or on a $|t_1t_2t_3|=2$ donc on $|t_1|\leq 2$ et or $t_2\neq 0$ donc $t_2\geq 1$ de même $t_3\geq 1$ donc comme $-t_1=t_2+t_3$ on a $-t_1\geq 2$ donc $|t_1|=2$ donc $t_1=-2$ et $t_2=t_3=1$.

12. t_2 est racine double donc $P_a(t_1)=P'_a(t_1)=0$ donc $3t_1{}^2-(a^2+2a)=0$ donc $a^2+2a=1$ donc a est racine de l'équation $a^2+2a-3=0$ le discriminant de cette équation est 4+12=16 donc les racines sont $\dfrac{-2+4}{2}=1$ et $\dfrac{-2-4}{2}=-3$ comme on veut un entier naturel seule la valeur $a=1$ peut convenir.

13 Soit P_1 tel que : $\forall t\in\mathbb{R}$ $P_1(t)=t^3-3t+2$ on a : $P_1(1)=1-3+2=0$ $P_1'(1)=3-3=0$ donc 1 racine double et $P_1(-2)=-8+6+2=0$ donc -2 racine de P_1 donc P_1 a trois racines dans $\mathbb{Z}$.

Etude d'ensembles de Matrices :

14. $M_{x,y}$ est non inversible si et seulement si son déterminant est nul donc si et seulement $(x-y)(x+y)-2y=0$ donc si et seulement si $x^2-y^2-2y=0$.

$$M_{x,y}\times M_{-x,y}=\begin{pmatrix} x-y & y \\ 2 & x+y \end{pmatrix}\times\begin{pmatrix} -x-y & y \\ 2 & -x+y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} y^2-x^2+2y & xy-y^2-xy+y^2 \\ -2x-2y+2x+2y & y^2-x^2+2y \end{pmatrix}$$

$=(y^2-x^2+2y)\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ donc si $x^2-y^2-2y\neq 0$ $M_{x,y}$ est inversible et son inverse est $\dfrac{1}{y^2-x^2+2y}M_{-x,y}$.

15. Σ n'est pas un sous espace vectoriel de $(M_2(\mathbb{R}),+,.)$ car $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ élément neutre de + n'appartient pas à Σ.

16. $M\in J \Leftrightarrow \exists(x,y)\in\mathbb{R}^2$ tel que $M=\begin{pmatrix} x-y & y \\ 0 & x+y \end{pmatrix}=x\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}+y\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. Si on pose $I=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ et $K=\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ J est vect(I, K) le sous espace vectoriel engendré par I et K.

17. (I, K) forme une partie génératrice de J. Montrons qu'ils sont libres. Soit (x,y) de $\mathbb{R}^2$ tel que $xI+yK=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ donc $\begin{pmatrix} x-y & y \\ 0 & x+y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ donc $\begin{cases} x-y=0 \\ y=0 \\ x+y=0 \end{cases}$ donc x=y=0 donc (I, K) libre donc base de J. Donc J est de dimension 2.

18. Soit M et M' deux éléments de J. Donc il existe (x,y) et (x',y') tel que $M=xI+yK$ et $M'=x'I+y'K$ donc $M\times M'=(xI+yK)\times(x'I+y'K)=xx'I+(xy'+x'y)K+yy'K^2$ car I élément neutre de $\times$. Or $K^2=I$ donc $M\times M'=(xx'+yy')I+(xy'+x'y)K$ et appartient à J.

Etude d'une application linéaire :

19. Soit$(\alpha,\beta)\in\mathbb{R}^2$. Soit X et X' deux matrices de $M_2(\mathbb{R})$.

$\varphi_B(\alpha X+\beta X')=B\times(\alpha X+\beta X')=\alpha BX+\beta BX'=\alpha\varphi_B(X)+\beta\,\varphi_B(X')$ donc φ_B est linéaire

20.

20.a B est inversible car le déterminant de B est non nul. Soit Y une matrice de $M_2(\mathbb{R})$. Soit $X=B^{-1}Y$ .alors $\varphi_B(X)=B(B^{-1}Y)=Y$ donc φ est surjective. Comme $M_2(\mathbb{R})$ est un espace vectoriel de dimension finies 4 alors φ_B est également bijective car il y a bijection entre surjectivité et bijectivité.

20.b

$$(E_{1,1})=BE_{1,1}=\begin{pmatrix}1&1\\2&3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0\\2&0\end{pmatrix}=E_{1,1}+2E_{2,1}$$

$$\varphi_A(E_{1,2})=BE_{1,2}=\begin{pmatrix}1&1\\2&3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&1\\0&2\end{pmatrix}=E_{1,2}+2E_{2,2}$$

$$\varphi_A(E_{2,1})=BE_{2,1}=\begin{pmatrix}1&1\\2&3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0\\3&0\end{pmatrix}=E_{1,1}+3E_{2,1}$$

$$\varphi_A(E_{2,2})=BE_{2,2}=\begin{pmatrix}1&1\\2&3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&1\\0&3\end{pmatrix}=E_{2,1}+3E_{2,2\mathrm{a}}$$

Donc la matrice de φ_B est $\begin{pmatrix}1&0&1&0\\0&1&0&1\\2&0&3&0\\0&2&0&3\end{pmatrix}$

21. B n'est pas bijective car son déterminant est nul. Si φ_B était surjective la matrice I aurait un antécédent donc il existerait une matrice X telle que $BX=I$ donc alors $\det(BX)=\det(I)=1$ donc $\det(B)\det(X)=1$ donc $0=1$ absurde donc φ_B n'est pas surjective donc elle n'est pas également bijective.

DEUXIEME PROBLEME

1. $f_n(x)$ est définie si et seulement si $2-\cos x$ est non nul. Or comme pour tout x de $\mathbb{R}$ $|\cos x|\leq 1$, alors $\cos x \neq 2$ donc D est égal à $\mathbb{R}$.

2. Le domaine D de f_n est symétrique. Soit x un élément de D.

$f_n(-x)=\dfrac{\sin(-x)}{2-\cos(-x)}-\dfrac{-x}{n}=-\dfrac{\sin x}{2-\cos x}+\dfrac{x}{n}=-f_n(x)$ donc f_n est impaire. Même chose pour f_0.

3. Soit x un réel quelconque. Si $n\neq 0$ $f_n(x+2\pi)=\dfrac{\sin(x+2\pi)}{1-\cos(x+2\pi)}-\dfrac{x+2\pi}{n}=f_n(x)-\dfrac{2\pi}{n}$. La fonction n'est pas périodique si $n\neq 0$. Par contre $\forall x\in\mathbb{R}$, $f_0(x+2\pi)=\dfrac{\sin(x+2\pi)}{1-\cos(x+2\pi)}=f_0(x)$ donc f_0 périodique de période 2π.

4. Soit $R(O,\vec{i},\vec{j})$ un repère du plan. Soit C_n la courbe de f_n dans R. Si on trace la courbe pour x appartenant à $[0,\pi]$ par symétrie par rapport à O comme f_n est impaire alors on a également la courbe pour x appartenant à$[-\pi,0]$. Soit t un réel. Soit $P(t)$ le point de coordonnées dans R $(t, f_m(t))$ alors $\overrightarrow{P(t)P(t+2\pi)}=2\pi\vec{i}-\dfrac{2\pi}{n}\vec{j}$ donc on déduit la courbe de f_n sur $[\pi,3\pi]$ par translation de la courbe de f_n sur $[-\pi,\pi]$ et ainsi de suite on a la courbe sur tout $\mathbb{R}$. De même pour f_0.

Etude de f_0 :

5. f_0 est le quotient de la fonction sin et de la fonction $x\mapsto 2-\cos(x)$ qui sont C^∞ sur $\mathbb{R}$ donc f_0 est C^∞ sur $\mathbb{R}$.

$\forall x\in\mathbb{R}$, $f_0'(x)=\dfrac{\cos x(2-\cos x)-\sin x(\sin x)}{(2-\cos x)^2}=\dfrac{2\cos x-1}{(2-\cos x)^2}$.

6. $f_0'(x)$ est même signe que $2\cos x-1$ or

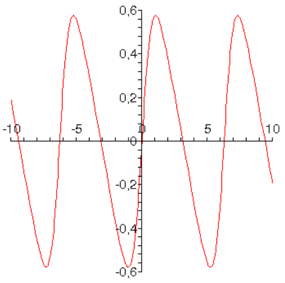
$2\cos x-1>0\Leftrightarrow\cos x>\dfrac{1}{2}=\cos\dfrac{\pi}{3}\Leftrightarrow x<\dfrac{\pi}{3}$ car cos est strictement décroissante sur $[0,\pi]$

Donc pour $x\in[0,\pi]$ $f_0'(x)>0\Leftrightarrow x<\dfrac{\pi}{3}$

7.

x	0		$\dfrac{\pi}{3}$		π
$f_0'(x)$	1	$+$	0	$-$	$-\dfrac{1}{3}$
$f_0(x)$	0	$\uparrow$	$\dfrac{1}{\sqrt{3}}$	$\downarrow$	0

$$f_0\left(\frac{\pi}{3}\right)=\frac{\sin(\frac{\pi}{3})}{2-\cos(\frac{\pi}{3})}=\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{2-\frac{1}{2}}=\frac{\sqrt{3}}{2}\frac{2}{3}=\frac{1}{\sqrt{3}}.$$



8. En regardant le tableau de variations de f_0 on remarque : $\forall x \in [0,\pi]$ $0 \leq f_0(x) \leq \dfrac{1}{\sqrt{3}}$ du fait que f_0 est impaire on a : $\forall x \in [-\pi,0]$ $-\dfrac{1}{\sqrt{3}} \leq f_0(x) \leq 0$ donc le maximum sur $[-\pi,\pi]$ atteint par f_0 est $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ et son minimum est $-\dfrac{1}{\sqrt{3}}$. Comme la fonction f_0 est périodique de période 2π ce sont le maximum et le minimum atteint par f_0 sur $\mathbb{R}$ donc : $\forall x \in \mathbb{R}$ $|f_0(x)| \leq \dfrac{1}{\sqrt{3}}$ donc le maximum de $|f_0|$ est $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$.

Etude d'une primitive de f_0.

9. sin est la dérivée de la fonction : $x \mapsto 2-\cos x$ donc une primitive de f_0 est l'application $F : x \mapsto \ln(2-\cos x)$ F est bien définie sur $\mathbb{R}$.

$$\int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin(x)}{2-\cos(x)}\,dx = F\left(\frac{\pi}{3}\right) - F(0) = \ln\left(2-\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)\right) - \ln(2-\cos(0)) = \ln\frac{3}{2}$$

10. Vu les théorèmes de cours sur les équations différentielles les solutions de l'équation différentielles (H) sont les fonctions de la forme : $x \mapsto \lambda e^{-F(x)} = \lambda e^{-\ln(2-\cos(x))} = \dfrac{\lambda}{2-\cos x}$ où λ est un réel quelconque.

11. On cherche une solution particulière y de (E) telle qu'il existe a et b de $\mathbb{R}^2$ tel que :
$\forall x \in \mathbb{R}, y(x) = a\cos(x) + b$ $\forall x \in \mathbb{R}, y'(x) = -a\sin(x)$ donc y est solution de (E) si et seulement si :
$\forall x \in \mathbb{R}, -a\sin(x) + \sin(x)\dfrac{a\cos x + b}{2-\cos(x)} = 2\sin x$ donc si et seulement si :
$\forall x \in \mathbb{R}$ $-a\sin(x)(2-\cos(x)) + a\sin(x)\cos(x) + b\sin(x) = 2\sin(x)(2-\cos(x))$ donc si et seulement si :
$\forall x \in \mathbb{R}$, $(4+2a-b)\sin(x) - (2+2a)\cos(x)\sin(x) = 0$ Donc il suffit de prendre

$$\begin{cases} 4+2a-b=0 \\ 2+2a=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=2 \end{cases}$$

donc une solution particulière de (E) est $x \mapsto -\cos(x) + 2$ donc les solutions de (E) étant somme d'une solution générale de (H) et une solution particulière de (E) sont les fonctions de la forme $x \mapsto 2 - \cos(x) + \dfrac{\lambda}{2-\cos x}$ où λ est un réel quelconque.

12. h est de la forme $x \mapsto 2-\cos(x) + \dfrac{\lambda}{2-\cos x}$ et $h(0) = 1$ donc $1 + \dfrac{\lambda}{2-1} = 1$ donc $\lambda = 0$ donc :
$\forall x \in \mathbb{R}$, $h(x) = 2 - \cos(x)$.

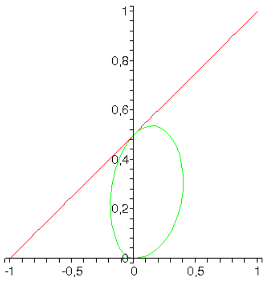
Etude d'une courbe polaire.

13. Soit θ un réel
$\overrightarrow{OM(-\theta)} = f_0(-\theta)\vec{u}_\theta = -f_0(\theta)(\cos(-\theta)\vec{i} + \sin(-\theta)\vec{j}) = -f_0(\theta)\cos(\theta)\vec{i} + \sin(\theta)f_0(\theta)\vec{j}$ donc
$M(-\theta) = S_{oy}(M(\theta)$ donc on a une symétrie par rapport à l'axe des (Oy)

14. $f_0(\frac{\pi}{2})=\frac{1}{2}$ donc $\overrightarrow{OM}(\frac{\pi}{2})=\frac{1}{2}[\cos(\frac{\pi}{2})\vec{i}+\sin(\frac{\pi}{2})\vec{j}\,]=\frac{1}{2}\vec{j}$ La tangente T en $M(\frac{\pi}{2})$ est dirigé par le vecteur $f'_0(\frac{\pi}{2})(\cos(\frac{\pi}{2})\vec{i}+\sin\frac{\pi}{2}\vec{j})+f_0(\frac{\pi}{2})(-\sin(\frac{\pi}{2})\vec{i}+\cos(\frac{\pi}{2})\vec{j})=-\frac{1}{4}\vec{j}-\frac{1}{2}\vec{i}$.

Donc on est amené à chercher l'équation de la droite passant par le point de coordonnées (0, $\frac{1}{2}$) et dirigé par le vecteur de coordonnées $\vec{u}$ $(-\frac{1}{4},-\frac{1}{2})$. Donc $P(x,y)$ appartient à T si et seulement si $\det(\overrightarrow{M(\frac{\pi}{2})P},\ \vec{u})=-\frac{1}{4}x+\frac{1}{2}y-\frac{1}{4}=0$ donc une équation de T est $-x+2y=1$.

15.



Etude la fonction $g: x\to\dfrac{\sin(x)}{x(2-\cos(x))}$

16. $g(x)$ est définie pour $x\neq 0$.

17. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{x}=1$ donc $\lim\limits_{x\to 0}g(x)=1$.

18. $\sin x=x-\dfrac{x^3}{6}+o(x^4)$ donc $\dfrac{\sin x}{x}=1-\dfrac{x^2}{6}+o(x^3)$

$$\frac{1}{2-\cos(x)}=\frac{1}{2-(1-\frac{x^2}{2}+o(x^3))}=\frac{1}{1+\frac{x^2}{2}+o(x^3)}=1-\frac{x^2}{2}+o(x^3)\text{ donc}$$

$$g(x)=(1-\frac{x^2}{6}+o(x^3))(1-\frac{x^2}{2}+o(x^3))=1-\frac{2}{3}x^2+o(x^3)$$

19. g admet un DL d'ordre 3 donc un Dl d'ordre 1 donc est dérivable en 0 et $g'(0)$=0.

20. g est strictement décroissante sur [0,π] car sa dérivée est strictement négative et comme elle est continue elle est bijective entre [0,π] et g ([0,π])=[g(π), g (0)]=[0,1].

Etude d'une suite qui annule f_n

21. Si a vérifie $f_n(a)$ (a)=0 alors $a=nf_0(a)$ donc $a=|a|=n|f_0(a)|\leq n\sqrt{3}$ car : $\forall x\in\mathbb{R}$ $|f_0(x)|\leq\sqrt{3}$.

22. $f_n(x_n)=0$ et $x_n\in]0,\pi]\Leftrightarrow f_0(x_n)=\dfrac{x_n}{n}$ et $x_n\in]0,\pi]\Leftrightarrow g(x_n)=\dfrac{1}{n}$ et $x_n\in]0,\pi]\Leftrightarrow x_n=h(\dfrac{1}{n})$.

23. Comme h est continue et que : $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{1}{n}=0$ alors $\lim\limits_{n\to+\infty}x_n=h(0)=1$.

CONCOURS COMMUN 2006
DES ÉCOLES DES MINES D'ALBI, ALÈS, DOUAI, NANTES

Premier problème

Étude d'une fonction de $\mathbb{C}$ dans $\mathbb{C}$		Total de cette partie : 21 points.
1.	1.	
2.	3.	2 points pour les racines du discriminant et 1 pour les antécédents.
3.	3.	2 points pour le nombre d'antécédents, 1 pour ils sont différent de $2i$.
4.	2.	1point pour l'image, 1 point pour surjective.
5.	1.	
6.	3.	1 point pour partie réelle, 2 pour partie imaginaire.
7.	3.	1 point pour la droite, 1 point pour C, 1 pour le point retiré.
8.	5.	1 pour nature de C, 1 point pour le centre, 1 point pour les axes, 1 point l'excentricité, 1 point pour les foyers.
Étude d'un polynôme		Total de cette partie : 10 points.
9.	2.	1 point pour $t_1t_2t_3$ et 1 point pour $t_1+t_2+t_3$.
10.	2.	
11.	3.	Moduler les points suivant les réponses des élèves.
12.	2.	
13.	1.	
Étude de 2 ensembles de Matrices		Total de cette partie : 10 points
14.	3.	1 points pour la CNS , 1 points pour le produit 1 point pour l'inverse.
15.	1.	
16.	2.	
17.	2.	1 point pour dimension, 1 point pour la base.
18.	2.	
Étude d'une application de $M_2(\mathbb{R})$		Total de cette partie : 11 points
19.	2.	
20.a	3.	2 points φ surjective, 1 point φ bijective.
2a.b	3.	Mettre 1 point si l'étudiant indique qu'il cherche $\varphi_A(E_{1,1})$ $\varphi_A(E_{1,2})$,$\varphi_A(E_{2,1})$, $\varphi_A(E_{2,2})$
22.	3.	2 pour surjective ,1 pour bijective.
Total premier problème	52	

Deuxième problème

Généralités sur f_n		Total de cette partie : 6 points.
1.	1	
2.	2	
3.	1	
4.	2.	
Étude de f_0		Total de cette partie : 8 points.
5.	2	1 point la dérivabilité, 1 point pour la valeur de la dérivée
6.	2.	
7.	2	1 point pour le tableau, 1 pour la courbe.
8.	2	
Utilisation d'une primitive de f_0		Total de cette partie : 9 points.
9.	3	2 point pour la primitive, 1 point pour le calcul.
10.	2	
11.	2	1 point pour la solution particulière, 1 point pour la solution générale.
12.	2	
Étude d'une courbe polaire		Total de cette partie : 8 points.
13	2	
14.	3	
15.	3	Moduler les points.
Étude de la fonction g		Total de cette partie : 9 points.
16.	1	
17.	2	
18.	3	
19.	1	
20.	2	
Étude d'une suite qui annule f_n		Total de cette partie : 8 points
21.	2	
22.	3	
23.	3	
Total deuxième problème	48	