

CONCOURS COMMUN 2004
DES ECOLES DES MINES D'ALBI, ALES, DOUAI, NANTES

Epreuve spécifique de Sciences Industrielles

(Filière PCSI, option PSI)

Mercredi 19 Mai 2004 de 8H00 à 12H00

CORRECTION SUJET 2004

Automate préparateur et distributeur de pizzas

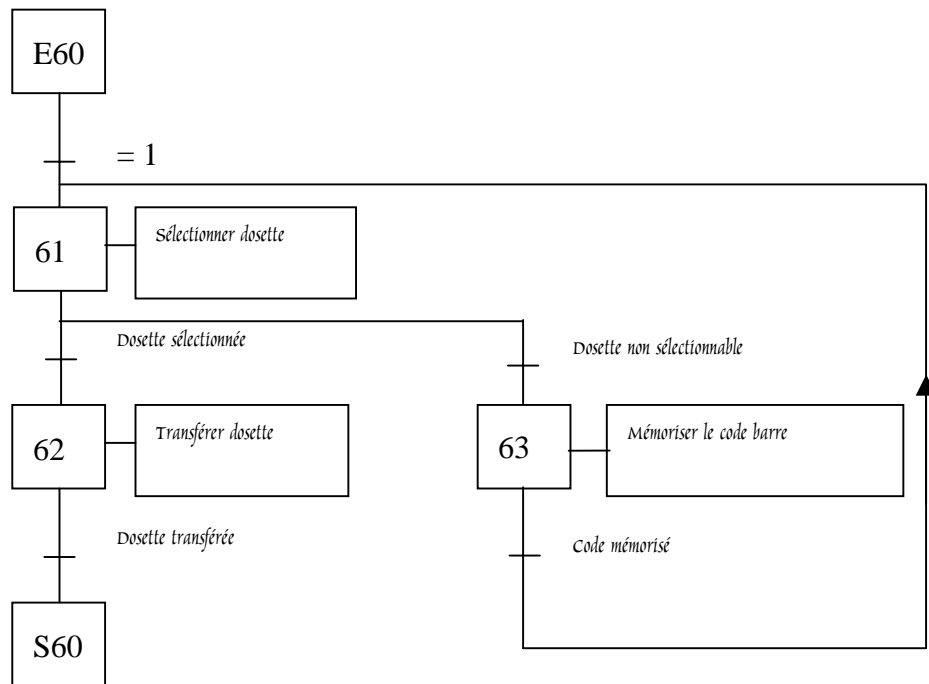
B1

La valeur ajoutée est ici une transformation du contenu des dosettes en une pizza prête à être consommée, de plus la pizza est conditionnée.

B2

Le ticket est présent en temps que compte rendu en sortie du système, mais il est également nécessaire comme donnée de contrôle (de type exploitation) afin d'autoriser la livraison de la pizza au client.

C1

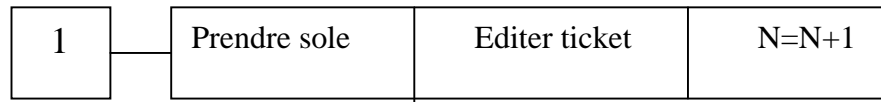


C2

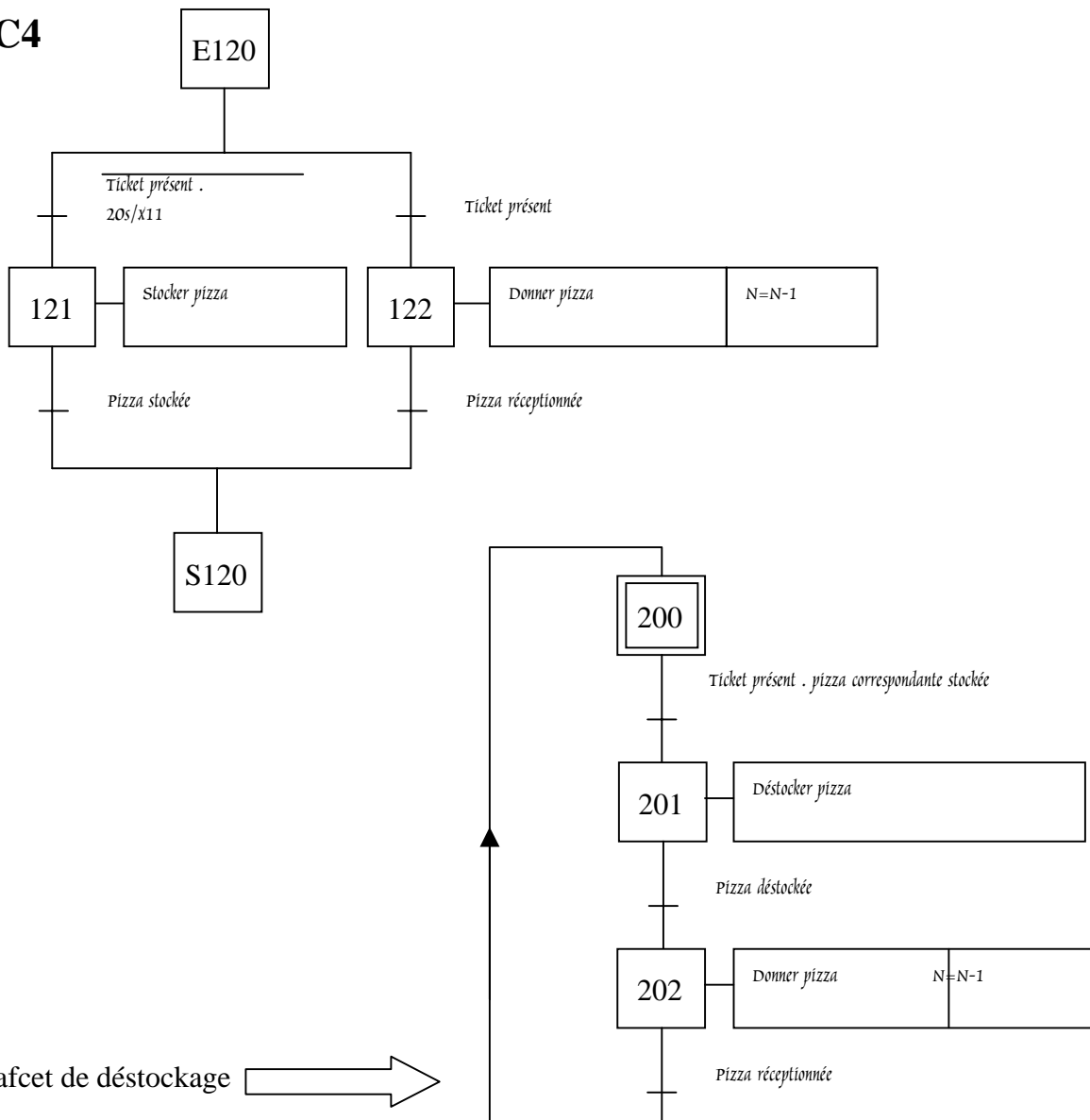
$$(t_{78}) = X_5$$

C3

$(t_{01}) = \text{demande de pizza} . N < K$



C4



E1

$$\{V_{4/0}\}_P = \begin{Bmatrix} 0 & vx_{40} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix} \quad (\text{forme valable } \forall P) \quad \{V_{0/3}\}_F = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \omega z_{03} & 0 \end{Bmatrix}$$

$$\{V_{3/2}\}_D = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \omega z_{32} & 0 \end{Bmatrix} \quad \{V_{2/4}\}_C = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \dot{\beta} & 0 \end{Bmatrix}$$

E2

$$\{V_{4/0}\} + \{V_{0/3}\} + \{V_{3/2}\} + \{V_{2/4}\} = \{0\}$$

torseurs exprimés au même point et dans la même base.

E3

calculs effectués au point c.

$$\vec{V}(C \in 3/2) = \vec{0} + \vec{CD} \wedge \vec{\Omega}(3/2) = \begin{vmatrix} L \cos \beta & 0 \\ L \sin \beta & 0 \\ 0 & \omega z_{32} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} L \omega z_{32} \sin \beta \\ -L \omega z_{32} \cos \beta \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$\vec{V}(C \in 0/3) = \vec{0} + \vec{CF} \wedge \vec{\Omega}(0/3) = 2.L.\cos\beta \vec{x} \wedge \omega z_{03} \vec{z} = -2.L.\omega z_{03}.\cos\beta \vec{y}$$

$$\begin{cases} \omega z_{03} + \omega z_{32} + \dot{\beta} = 0 \\ vx_{40} + L.\omega z_{32} \sin \beta = 0 \\ -L.\omega z_{32} \cos \beta - 2.L.\omega z_{03}.\cos \beta = 0 \end{cases}$$

donc $vx_{40} = -L.\omega z_{32} \sin \beta$

$$\omega z_{32} = -2\omega z_{03}$$

en définitive

$$\boxed{\omega z_{32} = \frac{-V}{L.\sin \beta}} \quad (\text{avec } vx_{40} = V)$$

E3 (suite)

$$\omega_{z_{03}} = \frac{V}{2.L.\sin \beta}$$

et $\dot{\beta} = -\omega_{z_{03}} - \omega_{z_{32}} = \frac{V}{L.\sin \beta} - \frac{V}{2.L.\sin \beta}$

donc : $\beta = \frac{V}{2.L.\sin \beta}$

E4 calcul de $\vec{V}(E \in 5/0)$

$$\vec{V}(E \in 5/0) = \vec{V}(E \in 5/2) + \vec{V}(E \in 2/0)$$

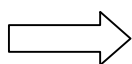
$$\vec{V}(E \in 5/2) = \vec{0} \text{ et } \vec{V}(E \in 2/0) = \vec{V}(E \in 2/4) + \vec{V}(E \in 4/0)$$

$$\{V_{2/4}\}_C = \left\{ \frac{V}{2.L.\sin \beta} \vec{z} \quad \vec{0} \right\}$$

$$\text{donc } \vec{V}(E \in 2/4) = \vec{0} + \vec{EC} \wedge \vec{\Omega}_{2/4} = -2L\vec{u} \wedge \left(\frac{V}{2.L.\sin \beta} \vec{z} \right)$$

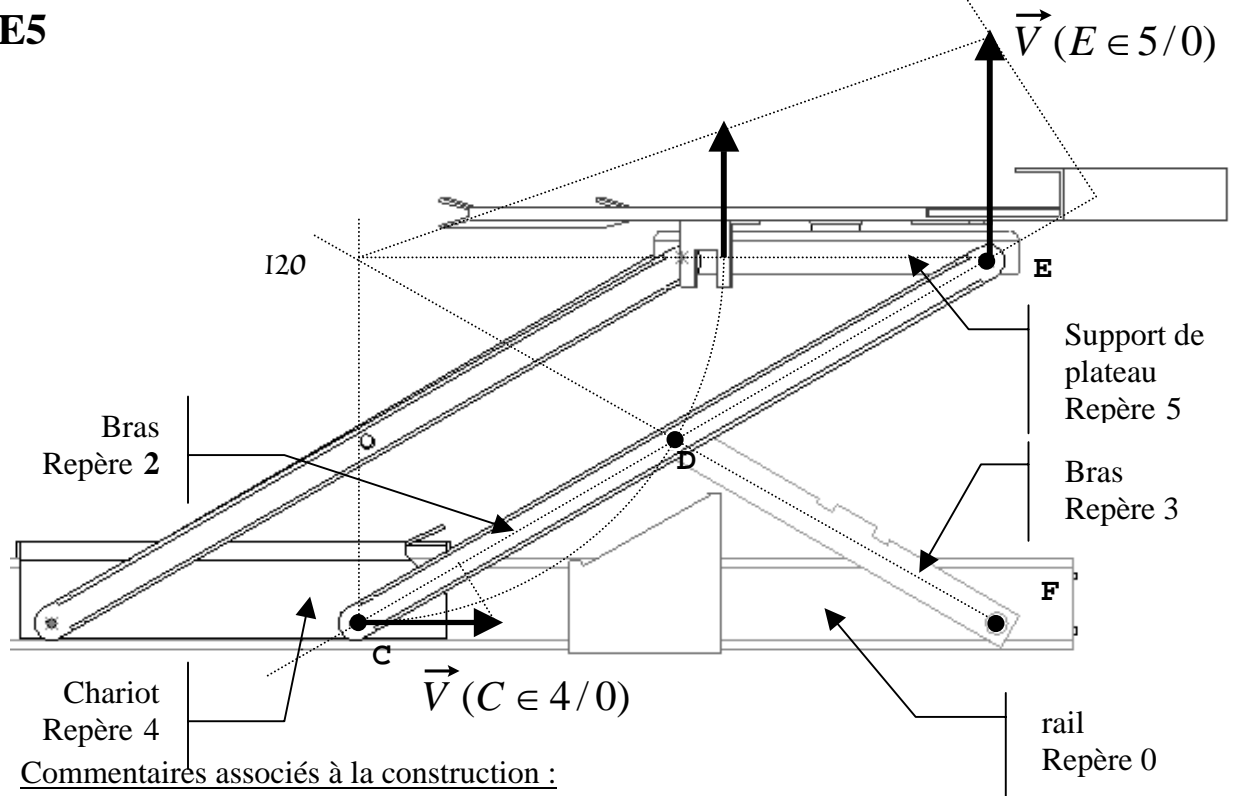
$$= \begin{vmatrix} -2.L.\cos \beta & 0 \\ -2L.\sin \beta & 0 \\ 0 & V \end{vmatrix} \wedge \frac{1}{2.L.\sin \beta} = \begin{vmatrix} -V \\ V/\tan \beta \\ 0 \end{vmatrix}$$

comme $\vec{V}(E \in 4/0) = V\vec{x}$



$$\vec{V}(E \in 5/0) = \frac{V}{\tan \beta} \vec{y}$$

E5



Commentaires associés à la construction :

$$\vec{V}(C \in 4/0) = \vec{V}(C \in 2/0) \text{ et } \vec{V}(E \in 5/0) = \vec{V}(E \in 2/0)$$

on obtient le tracé de $\vec{V}(E \in 5/0)$ dirigé suivant \vec{y} , par équiprojectivité sur la droite CE.

Autre méthode :

$$\vec{V}(C \in 4/0) = \vec{V}(C \in 2/0) \Rightarrow I_{20} \in \text{à la perpendiculaire en C à } \vec{V}(C \in 4/0).$$

$$\vec{V}(D \in 2/0) = \vec{V}(D \in 3/0) \Rightarrow I_{20} \in \text{à la droite (F,D), car le mouvement de 3/0 est une rotation de centre F.}$$

120 appartient donc à l'intersection des deux directions définies précédemment.

Détermination de $\vec{V}(E \in 5/0)$ par triangle des vitesses.

Le support de $\vec{V}(E \in 5/0)$ est bien vertical (porté par l'axe \vec{y}).

E6

A, B, E et C constituent un parallélogramme déformable, le mouvement du plateau 5 par rapport au chariot 4 est donc un mouvement de translation circulaire.

E7

Le mouvement du plateau 5 par rapport au rail 0 est un mouvement de translation rectiligne de direction \vec{y} . ($\vec{V}(E \in 5/0)$ est constamment porté par \vec{y} , de plus on montre facilement que $\vec{\Omega}(5/0)$ est nul).

Le mouvement de translation rectiligne est favorable du point de vue encombrement. Comme le montre la photo de droite du document 5, la position du préparateur empêcherait le mouvement de translation circulaire du plateau porte-dosette.

F1

$$\{\tau_{1 \rightarrow 4}\}_A = \begin{Bmatrix} X_{A,1 \rightarrow 4} & - \\ Y_{A,1 \rightarrow 4} & - \\ - & 0 \end{Bmatrix} ; \quad \{\tau_{4 \rightarrow 0}\}_H = \begin{Bmatrix} 0 & - \\ Y_{H,4 \rightarrow 0} & - \\ - & N_{H,4 \rightarrow 0} \end{Bmatrix}$$

F2

SYSTEME ISOLE : bras 1

INVENTAIRE DES ACTIONS MECANIKES EXTERIEURES :

- Action de 4 sur le bras 1 au point A (glisseur possédant deux inconnues)
- Action de 5 sur le bras 1 au point B (glisseur possédant deux inconnues)

APPLICATION DU Principe Fondamental de la Statique

Le bras 1 est soumis à l'action de deux glisseurs, ils sont donc nécessairement opposés.

RESOLUTION

Il ne subsiste donc, après résolution partielle, qu'une inconnue par torseur (de plus cette inconnue est la même, au signe près, pour les deux torseurs).

SYSTEME ISOLE : support de plateau 5 et plateau porte-dosette 6

INVENTAIRE DES ACTIONS MECANIKES EXTERIEURES :

- Action de 1 sur le support 5 au point B (glisseur possédant une inconnue)
- Action de 2 sur le support 5 au point E (glisseur possédant deux inconnues)
- Action de la pesanteur (connue)

APPLICATION DU Principe Fondamental de la Statique

L'ensemble (5,6) est soumis à l'action de trois glisseurs, le problème présente 3 inconnues, la résolution est possible.

RESOLUTION

Toutes les inconnues sont déterminées

SYSTEME ISOLE : bras 3

INVENTAIRE DES ACTIONS MECANIKES EXTERIEURES :

- Action de 0 sur le bras 3 au point F (glisseur possédant deux inconnues)
- Action de 2 sur le bras 3 au point D (glisseur possédant deux inconnues)

APPLICATION DU Principe Fondamental de la Statique

Le bras 3 est soumis à l'action de deux glisseurs, ils sont donc nécessairement opposés.

RESOLUTION

Il ne subsiste donc, après résolution partielle, qu'une inconnue par torseur (de plus cette inconnue est la même, au signe près, pour les deux torseurs).

F2 suite

SYSTEME ISOLE : bras 2

INVENTAIRE DES ACTIONS MECANQUES EXTERIEURES :

- Action de 5 sur le bras 2 au point E (glisseur connu)
- Action de 3 sur le bras 2 au point D (glisseur possédant une inconnue)
- Action de 4 sur le bras 2 au point C (glisseur possédant deux inconnues)

APPLICATION DU Principe Fondamental de la Statique

Le bras 2 est soumis à l'action de trois glisseurs, le problème présente 3 inconnues, la résolution est possible.

RESOLUTION

Toutes les inconnues sont déterminées

SYSTEME ISOLE : chariot 4

INVENTAIRE DES ACTIONS MECANQUES EXTERIEURES :

- Action de 1 sur le chariot 4 au point A (glisseur connu)
- Action de 2 sur le chariot 4 au point C (glisseur connu)
- Action de la pesanteur (connue)
- Action de 0 sur le chariot 4 au point H (torseur possédant deux inconnues)
- Action de la courroie sur le chariot 4 au point J (glisseur possédant une inconnue)

APPLICATION DU Principe Fondamental de la Statique

Le chariot 4 est soumis à l'action de cinq torseurs, le problème présente 3 inconnues, la résolution est possible.

RESOLUTION

Toutes les inconnues sont déterminées. L'action de la courroie sur le chariot, inconnue qui faisait l'objet du calcul est donc déterminée.

F3

unités : résultante en N et moment en Nm

$$\{\tau_{1 \rightarrow 4}\}_A = \begin{pmatrix} -17 & - \\ -10 & - \\ - & 0 \end{pmatrix} \quad \{\tau_{2 \rightarrow 4}\}_C = \begin{pmatrix} -17 & - \\ 10 & - \\ - & 0 \end{pmatrix} \quad \{\tau_{pes \rightarrow 4}\}_H = \begin{pmatrix} 0 & - \\ -5 & - \\ - & 0 \end{pmatrix}$$

$$\{\tau_{courroie \rightarrow 4}\}_J = \begin{pmatrix} X_{J,c \rightarrow 4} & - \\ 0 & - \\ - & 0 \end{pmatrix} \quad \{\tau_{0 \rightarrow 4}\}_H = \begin{pmatrix} 0 & - \\ -Y_{H,4 \rightarrow 0} & - \\ - & -N_{H,4 \rightarrow 0} \end{pmatrix}$$

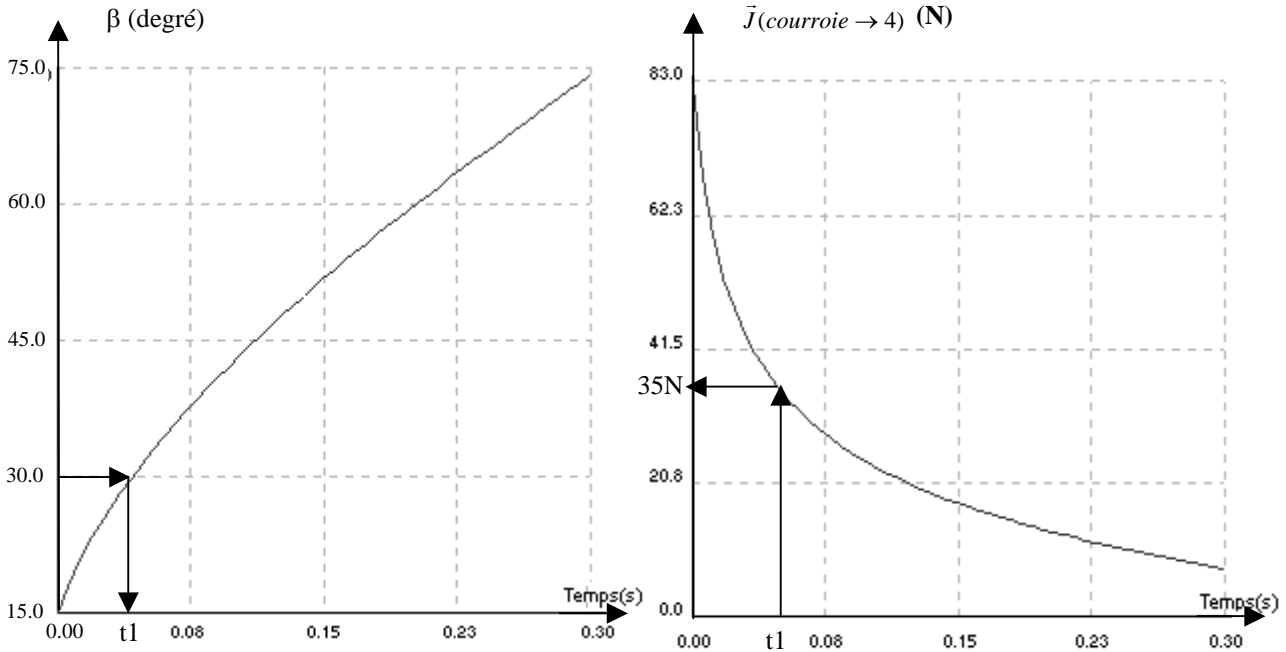
L'inconnue à déterminer est $X_{J,c \rightarrow 4}$.

il suffit donc d'utiliser l'équation de résultante statique en projection sur l'axe \vec{x} .

$$\vec{R}_{4 \rightarrow 4} \cdot \vec{x} = 0 \quad X_{J,c \rightarrow 4} - 17 - 17 = 0 \quad \text{Donc } X_{J,c \rightarrow 4} = 34 \text{ N}$$

F4

REMARQUE : la courbe traduisant l'évolution de l'angle β en fonction du temps est tracée à partir de la position repos du mécanisme. Dans cette position le bras 1 fait un angle $\beta_{initial}$ de 15° avec l'axe $O\vec{x}$.



Commentaires relatifs à la construction:

Le calcul de statique a été fait pour une valeur de β égale à 30° .

On obtient sur la courbe $\beta=f(t)$ la valeur de t notée t_1 .

Sur la courbe traduisant l'évolution de \vec{J} (courroie \rightarrow 4) on trouve une valeur d'environ 35 N qui confirme celle obtenue analytiquement.

F5

La courbe précédente nous donne un effort maximum pour \vec{J} (courroie \rightarrow 4) de 83 N, l'effort résistant dû au frottement est de 30 N.

La tension réelle de la courroie sera donc de 113 N.

Moment appliqué sur l'arbre de la poulie motrice : $113 \cdot \left(\frac{0,0356}{2} \right) = 2 \text{ Nm}$

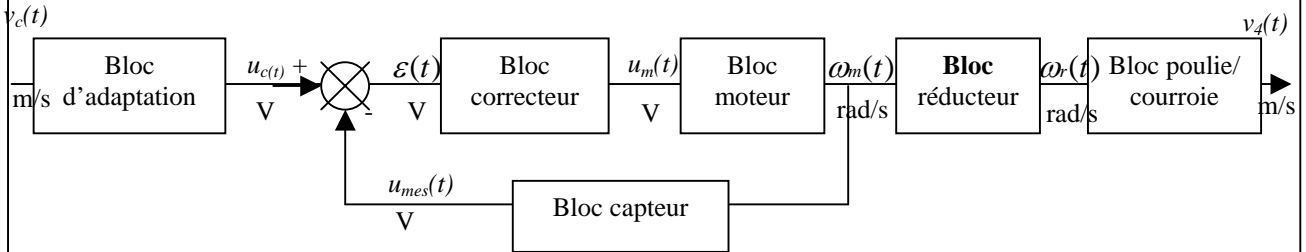
Le moment disponible en sortie du motoréducteur est de 1,3 Nm.

Le moteur est donc sous-dimensionné.

Solution pour néanmoins permettre le fonctionnement avec ce moteur :

Réduire les frottements en interposant des éléments roulants et imposer un $\beta_{initial}$ un peu plus grand afin de diminuer l'effort maximal.

G1



G2

$$\varepsilon(t) = u_c(t) - u_{mes}(t) \ ; \text{ or } u_c(t) = K_a \cdot V_c(t)$$

$$\text{et } u_{mes}(t) = K_{mes} \cdot \omega_m(t) = K_{mes} \cdot R \cdot \omega_r(t) = K_{mes} \cdot R \cdot \frac{2}{D_p} \cdot V_d(t)$$

donc $\varepsilon(t) = K_a \cdot V_c(t) - K_{mes} \cdot R \cdot \frac{2}{D_p} \cdot V_d(t) = 0$ en régime permanent, lorsque

$$V_c(t) = V_d(t) \ \text{si} \ \boxed{K_a = K_{mes} \cdot R \cdot \frac{2}{D_p}}$$

Remarque - l'écart $\varepsilon(t)$ en régime permanent ne pourra s'annuler que si le correcteur contient une action intégrale. C'est l'hypothèse faite ici.

G3

Entre 0,5 et 1,5 secondes, la consigne de vitesse est constante et égale $GV=0,5$ m/s.

En régime permanent, à partir de 1 seconde, il n'y a pas d'écart entre la vitesse réelle du chariot et la vitesse de consigne. On peut donc considérer que le gain K du modèle du 1^{er} ordre sera égal à 1. (Démonstration rigoureuse à l'aide du théorème de la valeur finale).

G4 $V_c(t) = \frac{GV}{t1} \cdot t$, donc $\frac{dV_c}{dt} = \frac{GV}{t1}$.

En prenant la transformée de Laplace de cette expression, on trouve : $p.V_c(p) - V_c(t=0) = \frac{GV/t1}{p}$, donc $V_c(p) = \frac{GV/t1}{p^2}$

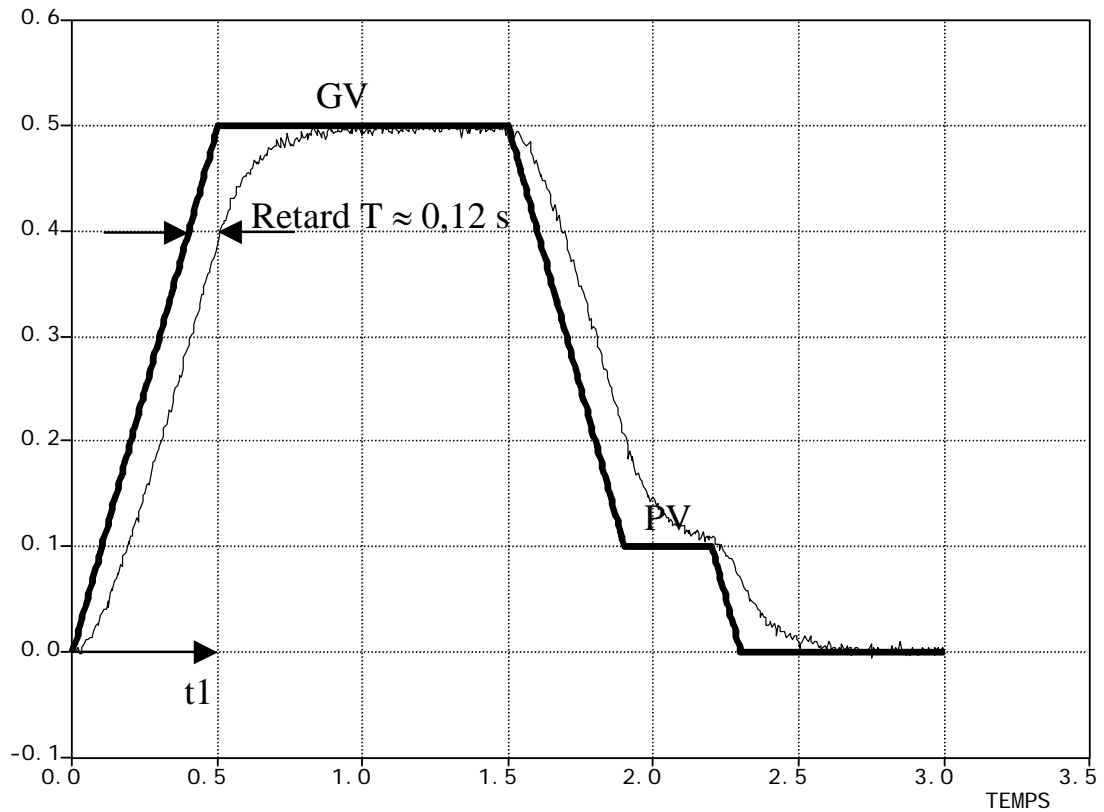
G5

$$V(p) = \frac{K}{1+Tp} \cdot V_c(p) = \frac{K}{1+Tp} \cdot \frac{GV/t1}{p^2} = K \frac{GV/t1}{p^2} \left[\frac{1}{p^2} - \frac{T}{p} + \frac{T^2}{1+Tp} \right]$$

En prenant la transformée de Laplace inverse, on retrouve bien la relation cherchée : $V(t) = K \cdot \frac{GV}{t1} (t - T + Te^{-t/T})$

G6 En régime permanent, quand t tend vers l'infini, $V_4(t) = K \cdot \frac{GV}{t1} (t - T)$,

La vitesse du chariot est donc en retard de T par rapport à la consigne.



H1

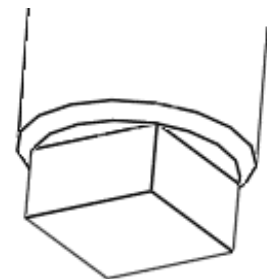
Compte - tenu des défauts liés au mode d'obtention du rail, il est nécessaire de prévoir un système de réglage de la position de l'axe d'un des galets. Le réglage de l'excentration de l'axe du galet de droite permettra d'assurer le maintien du contact galets / rail .

H2

La rondelle L, interposée entre la bague intérieure du galet et le chariot, permet d'éviter le contact entre la bague extérieure de galet (mobile en rotation) et le chariot.

H3

La forme rectangulaire barrée de deux traits fins à l'extrémité de l'axe excentré représente une surface plane du carré d'entraînement. Sa fonction est de recevoir la clé assurant le réglage de l'excentration.



H4

Le trou cylindrique dans le rail de guidage permet le passage de la clef afin d'assurer le réglage de l'axe excentré.