

A 98 PHYS. II

ÉCOLE NATIONALE DES PONTS ET CHAUSSÉES,
ÉCOLES NATIONALES SUPÉRIEURES DE L'AÉRONAUTIQUE ET DE L'ESPACE,
DE TECHNIQUES AVANCÉES, DES TÉLÉCOMMUNICATIONS,
DES MINES DE PARIS, DES MINES DE SAINT-ÉTIENNE, DES MINES DE NANCY,
DES TÉLÉCOMMUNICATIONS DE BRETAGNE,
ÉCOLE POLYTECHNIQUE (FILIERE TSI)
CONCOURS D'ADMISSION 1998

SECONDE ÉPREUVE DE PHYSIQUE

Filière PC

(Durée de l'épreuve : 4 heures)

Sujet mis à disposition du concours ENTPE suite à l'arrêté du 09 décembre 1997

Les candidats sont priés de mentionner de façon apparente sur la première page de la copie :

PHYSIQUE II - PC

L'énoncé de cette épreuve, particulière aux candidats de la filière PC, comporte 10 pages.

- Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

- Tout résultat fourni dans l'énoncé peut être utilisé pour les questions ultérieures, même s'il n'a pas été démontré.

- Il ne faudra pas hésiter à formuler les commentaires (incluant des considérations numériques) qui vous sembleront pertinents, même lorsque l'énoncé ne le demande pas explicitement. Le barème tiendra compte de ces initiatives, ainsi que des qualités de rédaction de la copie.

N. B. : les deux parties de l'épreuve sont indépendantes entre elles. À l'intérieur d'une partie, les paragraphes sont largement indépendants entre eux.

Première partie : lentille de Zernike

Cette étude concerne les propriétés physiques du dispositif diviseur de front d'onde à symétrie de révolution représenté sur la figure 1.

Le laser, de puissance lumineuse 5 mW, émet dans le rouge un fin pinceau lumineux sensiblement parallèle, de longueur d'onde 632,8 nm, non polarisé. La répartition radiale d'intensité I est supposée gaussienne, c'est-à-dire modélisable (relation (a)) par

$$I(w) = I_0 \exp\left(-\frac{w}{w_0}\right)^2 \quad (a)$$

w est la distance à l'axe et $w_0 = 1$ mm s'appelle le diamètre (en anglais : *waist*) du laser.

Le *télescope laser* TL, dispositif afocal de grandissement supérieur à l'unité, transforme le fin pinceau parallèle incident en un large faisceau parallèle, le diaphragme à iris D_i

Tournez s'il vous plaît

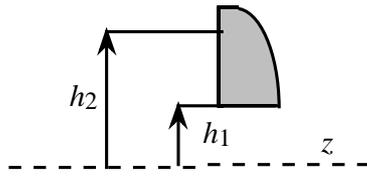


Fig. 2 : Notations pour la lentille de Zernike

sert à régler la quantité de lumière qui va traverser en aval la *lentille de Zernike* constituant le diviseur de front d'onde. Ce dernier se compose d'une lentille plan convexe en verre dans laquelle on a percé un trou circulaire de même axe que la lentille et de rayon h_1 . La figure 2 représente la demi-partie supérieure de la lentille et précise deux notations. Une photographie de lentille de Zernike, dont les caractéristiques sont données plus loin, est reproduite à la fin de l'énoncé de ce problème.

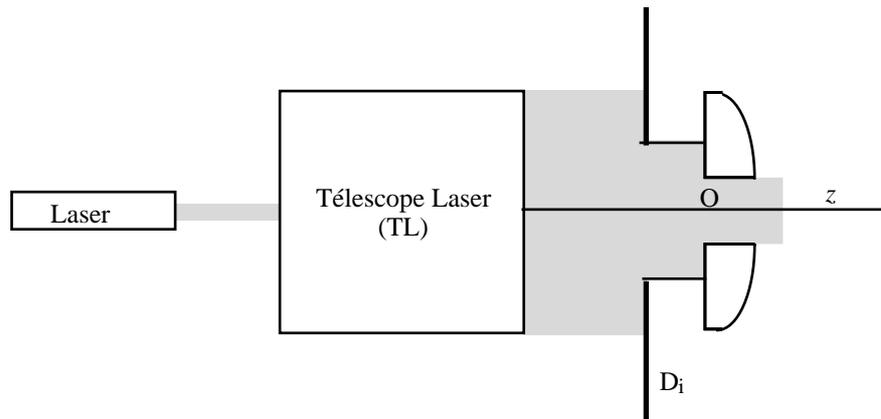


Fig. 1 : Diviseur de front d'onde ; le laser est un He-Ne (Hélium-Néon)

A- Étude du télescope laser

❑ 1 – Montrer qu'il existe deux possibilités de réaliser TL avec deux lentilles minces : soit deux lentilles convergentes soit une lentille divergente et une lentille convergente.

Faire un schéma avec le tracé des rayons dans chaque cas en se plaçant dans le cadre de l'approximation de Gauss.

Pratiquement, qu'utilise-t-on, en guise de première lentille pour obtenir un fort élargissement ?

❑ 2 – On se place dans le cas où TL est formé de deux lentilles convergentes : la seconde lentille a une distance focale de 25 cm et un diamètre au moins égal à celui du faisceau émergent, ce dernier étant limité à 10 cm ; quelle serait la distance focale de la première lentille ? commenter le résultat obtenu.

❑ 3 – On limite le diamètre de D_i à 4 cm. En utilisant l'expression (a), déterminer avec quelle précision on peut, avec le critère de la répartition de l'intensité dans le faisceau, assimiler la structure de l'onde sortante à celle d'une onde plane.

❑ 4 – On observe en réalité une légère divergence, inférieure à 10^{-3} rad, du pinceau laser incident sur TL. Quelle peut être, selon vous, l'origine de cette divergence ? Par quel réglage géométrique de TL peut-on, en principe, la compenser ?

Dans toute la suite de cette première partie l'onde incidente sur la lentille de Zernike sera assimilée à une onde plane se propageant dans la direction Oz.

B - Étude géométrique de la lentille.

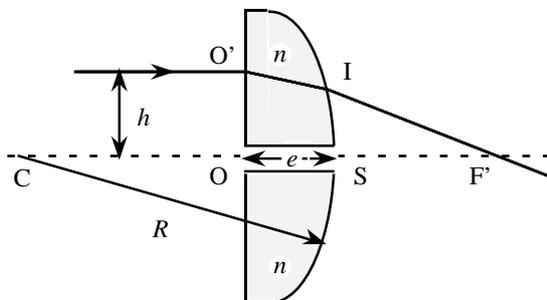


Fig. 3 : Une lentille de Zernike
 $e = 5 \text{ mm}$, $n = 1,54$, $SF'_0 = 50 \text{ cm}$

La lentille (fig. 3, données numériques dans la légende) est formée d'un dioptre plan de sommet O et d'un dioptre sphérique de sommet S. Soient e son épaisseur au centre, n l'indice de réfraction du verre pour la lumière laser et SF'_0 la distance focale paraxiale. Les résultats seront donnés pour la lentille entière et pour la lentille de Zernike associée (c'est-à-dire avec un trou central). On admettra la formule (b) suivante (l'indice zéro caractérise les grandeurs paraxiales, l'indice de l'air est 1), valable dans le cadre de l'approximation de Gauss :

$$\frac{1}{SF'_0} = \frac{1}{f'_0} = \frac{n-1}{CS} \tag{b}$$

- 5 – Calculer numériquement les distances $CS = R$; CF'_0 et OF'_0 .
- 6 – On se place maintenant *hors de l'axe*, c'est à dire que les conditions de Gauss ne sont plus vérifiées, les formules précédentes ne sont donc plus applicables. Pour un rayon incident parallèle à l'axe à la distance h , on appliquera la relation de Descartes localement en I, l'indice 1 caractérise un rayon passant dans le verre au bord du trou central et l'indice 2 un rayon passant par le bord de D_i . Établir la relation $CF' = \frac{nR^2}{n\sqrt{R^2 - h^2} - \sqrt{R^2 - n^2h^2}}$.

On donne $h_1 = 7,5 \text{ mm}$; $h_2 = 21 \text{ mm}$. Calculer, avec un nombre pertinent de chiffres significatifs, les longueurs correspondantes CF'_1 et CF'_2 et comparer à CF'_0 . Le segment $F'_2F'_1$ constitue un "trait focal" dont on calculera la valeur numérique (n , R et h sont supposés exactement connus, ce qui importe est la faible valeur de $F'_2F'_1$).

- 7 – On prend maintenant l'origine des distances dans le plan de front passant par O. Calculer, toujours en fonction de n , e , R et h , les chemins optiques $[OSF']$ et $[O'IF']$.

Application numérique : calculer avec (par exemple) 6 chiffres significatifs ces chemins pour les rayons indicés 0, 1 et 2 ; les différents foyers obtenus sont-ils en phase (n , R , h et e sont toujours considérés connus exactement) ?

Vérifier, en effectuant un développement limité au premier ordre en h/R , que le chemin optique $[O'IF']$ est constant et égal à sa valeur sur l'axe :

$$[OI'F'] = ne - n \left(R - \sqrt{R^2 - h^2} \right) + \frac{R^2}{n \sqrt{R^2 - h^2} - \sqrt{R^2 - n^2 h^2}}.$$

Interpréter le sens physique de ce résultat en appliquant le théorème de Malus à la lentille utilisant les rayons paraxiaux (approximation de Gauss).

C - Étude des interférences à deux ondes.

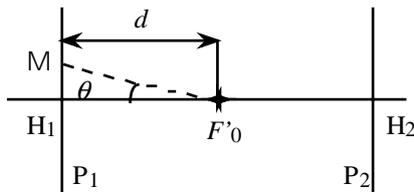


Fig. 4 : lentille ; conditions de Gauss

Pour cette partie C, on admet que la lentille de Zernike est utilisée dans les conditions de Gauss donc que tous les rayons la traversant convergent au foyer paraxial (fig. 4). Les plans P₁ et P₂ sont des plans de front situés de part et d'autre du foyer. La photographie à la fin de l'énoncé de ce problème montre des *anneaux de Zernike*.

□ 8 – Faire un grand schéma des faisceaux traversant la lentille et le trou central et hachurer le volume où l'on peut observer des interférences (on pourra, en le justifiant, se contenter de représenter un demi montage).

□ 9 – *Réglage des faisceaux* : pour obtenir un contraste maximum, il faut que le faisceau traversant le trou et celui traversant la lentille transportent la même énergie au point où se produit l'interférence. On dispose au laboratoire de trois instruments de mesure :

- une photodiode dont la fenêtre d'entrée est un trou de 1 mm de diamètre,
- un multimètre optique de fenêtre d'entrée rectangulaire 4x6 mm²,
- un luxmètre dont la cellule photovoltaïque est un disque de 4 cm de diamètre.

Quel appareil faut-il choisir et comment faut-il s'y prendre pour réaliser l'égalité de l'intensité des faisceaux ?

□ 10 – M étant un point du champ d'interférences dans le plan frontal P₁, construire les deux rayons interférant en M et calculer la différence de marche en M en fonction de d , e , n et θ .

□ 11 – Application numérique : H₁ M = 6 mm et $d = 20$ cm, calculer la valeur approchée de l'interfrange au voisinage de M.

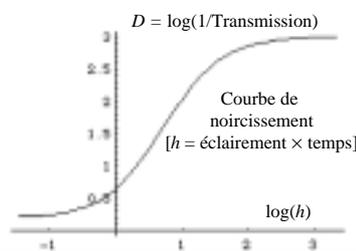


Fig. 5 : Seuil et saturation

□ 12 – *Étude des franges* : on enregistre ces franges sur une plaque photographique placée en P₁, que l'on développe ensuite. En observant au microscope le négatif ainsi obtenu, on voit alors de larges anneaux opaques séparés par de minces anneaux transparents. Expliquer cet aspect. On admettra que la détection des flux lumineux sur une plaque photographique et sur la rétine sont, l'un et l'autre, des phénomènes logarithmiques saturés et à seuil, comme représenté à la fig. 5.

□ 13 – On se reporte maintenant à la figure 6. La plaque développée est placée perpendiculairement au faisceau à symétrie cylindrique d'un laser de lecture He-Ne, le point M

précédent du champ d'interférence étant situé sur l'axe de ce cylindre. On suppose le diamètre du pinceau petit devant le rayon des anneaux, ce qui permet d'assimiler localement ces derniers à un réseau de fines fentes rectilignes parallèles. À une distance de 2 m en aval on place un écran pour observer les phénomènes de diffraction. On suppose cette distance suffisamment grande pour que les lois de la diffraction à l'infini lui soient applicables.

Reprendre le schéma et indiquer comment les ordres d'interférence -1 , 0 et 1 sont disposés sur l'écran.

La mesure entre les centres des ordres -1 et 1 est de $11,7$ cm à 2 mm près ; en déduire le pas du réseau, sa précision et comparer avec les résultats de la question 11.

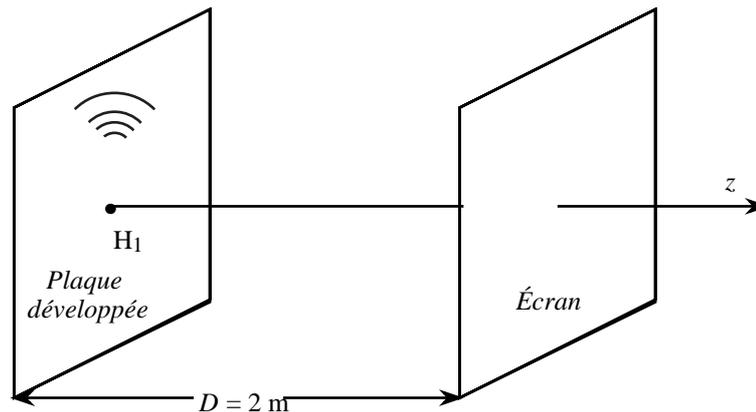


Fig. 6 : dispositif d'étude du système d'interférences

D -Examen de la plaque au voisinage du point central

On observe au microscope sur la plaque deux systèmes d'anneaux opaques, fins et de faible densité sur fond gris (ce qui caractérise un phénomène peu lumineux). Le premier système est centré en H_1 et l'autre se déduit du premier par une petite translation latérale. Pour vérifier ce résultat (paradoxal ?), après avoir atténué le laser, on observe directement le plan P_1 au voisinage de H_1 avec une lunette à frontale fixe visant la direction des z négatifs. On observe un système d'anneaux épais centrés en H_1 , centre d'un disque brillant. Une photographie du système d'anneaux est reproduite à la fin de cet énoncé.

14– Quelle différence y a-t-il entre une lunette à frontale fixe et un viseur dioptrique ?

15– Que pouvait on s'attendre à observer au voisinage de H_1 ?

Le système d'anneaux observé peut s'expliquer par la diffraction du trou central de la lentille. En supposant que la distance SH_1 soit "infiniment grande" (au sens de la question 13), calculer numériquement le diamètre d_1 du disque central entourant H_1 . On admet que le diamètre angulaire de la tâche centrale entourant l'image géométrique est $1,22 \lambda/D$, où D est le diamètre de la pupille diffractante ; plus précisément, c'est le diamètre angulaire du premier zéro d'éclairement (*tâche d'Airy*).

□ 16– On peut aussi s'étonner du nombre élevé d'anneaux observés dans cette partie centrale. Pour l'expliquer il faut faire intervenir les propriétés physiologiques de l'œil. On se reportera à la figure 7 (il n'est plus question ici de lentille de Zernike).

Le plan $Z = 0$ est constitué d'un écran opaque percé d'une fente fine de largeur a selon OY et de hauteur b suivant OX ($b \gg a$). Cette pupille diffractante est éclairée en incidence normale par le faisceau dilaté d'un laser He-Ne. La direction d'observation à l'infini, OZ_1 , est située dans le plan $X = 0$ et repérée par l'angle φ .

Calculer l'amplitude complexe $A(\varphi)$ et l'intensité $I(\varphi)$ diffractées par la fente.

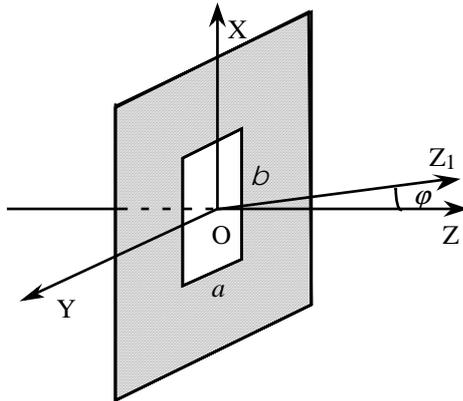


Fig. 7 : pupille diffractante

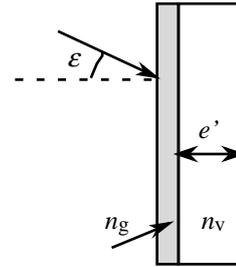


Fig. 8 : vue en coupe de la plaque photo

Calculer, de façon approchée, les intensités maximales successives de franges brillantes observées ; sachant que l'œil peut percevoir dans de bonnes

conditions des valeurs relatives dans le rapport 10^7 , combien peut on voir, en principe, de franges de part et d'autre de la frange centrale ? (on se limitera à l'aspect énergétique).

□ 17– La figure 8 représente la plaque photographique en coupe. On désire maintenant expliquer la présence sur cette plaque de deux systèmes d'anneaux décalés alors que l'observation visuelle directe ne permet que d'en observer un seul. Connaissant les indices de réfraction du verre $n_v = 1,54$ et celui de la gélatine $n_g = 1,37$, calculer, en incidence normale et en supposant que les matériaux sont transparents, les coefficients de réflexion r en amplitude des interfaces verre-air et verre-gélatine. En déduire les coefficients énergétiques R .

□ 18– Montrer alors que le deuxième système d'anneaux décalé peut s'interpréter par un défaut de calage de la plaque en incidence normale et une réflexion parasite sur la face arrière de la plaque. Notant ε l'angle d'incidence, calculer sa valeur numérique sachant que l'épaisseur e' de la plaque est de 1,5 mm et la distance des centres des anneaux est de 50 microns. (La couche de gélatine non impressionnée est très mince, de l'ordre de 0,1 mm et on pourra, encore une fois, la supposer transparente).

E - Observation du plan P_2 au voisinage de son centre

Se reporter aux figures 4 et 9. En procédant de la même manière que pour P_1 on peut observer de très fins anneaux brillants sur fond noir, ces anneaux sont très peu lumineux et sont centrés en H_2 .

□ 19 – En prenant l'exemple étudié en cours, justifier sommairement pourquoi la finesse des anneaux fait penser à un phénomène d'interférences à ondes multiples.

□ 20 – On peut tenter d'expliquer ce phénomène par la diffusion cohérente des molécules d'air au voisinage du "trait focal" étudié dans la partie B. Comme l'a montré cette étude, les différents points du trait focal sont cohérents entre eux et déphasés entre eux. Pour simplifier le modèle représenté sur la figure 9, on suppose que l'amplitude diffusée de façon isotrope par un petit élément de est constante et que la phase à la réception varie linéairement d'une extrémité à l'autre.

Calculer alors l'amplitude complexe $A(i)$ et l'intensité $I(i)$ diffusées à l'infini dans la direction i . Les anneaux observés ne sont pas fins, mais, comme précédemment, ils sont de faible intensité ; on ne voit donc que les crêtes, qui sont fines.

Imaginer un test permettant de vérifier avec sûreté l'hypothèse de la diffusion cohérente du trait focal.

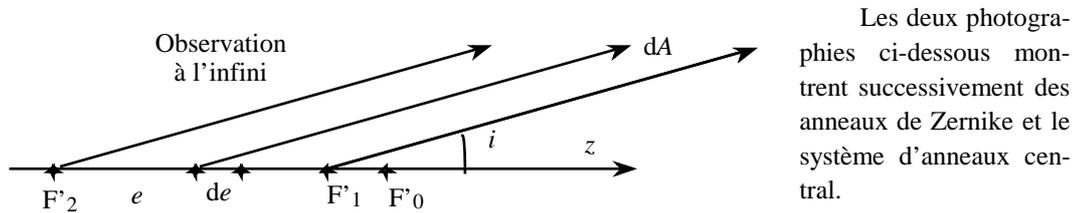


Fig. 9 : Diffusion cohérente du trait focal : un modèle.

FIN DE CE PROBLÈME

2^{ème} partie : Polarisation de la lumière naturelle ; modèle de FRESNEL ARAGO.

Les figures 10 a et b rappellent quelques indications sur la lumière naturelle.

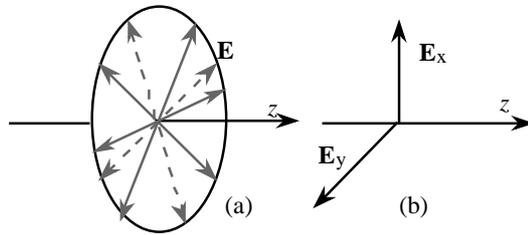


Fig. 10 : modèles de lumière naturelle.

a) lumière naturelle non polarisée : le vecteur champ électrique \mathbf{E} , transversal, peut prendre, aléatoirement, toute orientation dans son plan.

b) modèle de Fresnel Arago : superposition de deux ondes polarisées rectilignement suivant deux directions perpendiculaires (par exemple OX et OY), incohérentes entre elles et de même amplitude.

A - Étude d'un polaroïd¹. Loi de Malus

On se reportera aux figures 11 a et b. La source est un laser He-Ne non polarisé de puissance 0,5 mW, le détecteur est un multimètre optique permettant la mesure des puissances lumineuses avec des calibres en μW (10^{-6} W) et nW (10^{-9} W). En l'absence de polaroïd, le détecteur D indique une puissance P_0 de $456 \pm 2 \mu\text{W}$ (fluctuations). En présence du polaroïd, $P_1 = 192 \pm 2 \mu\text{W}$, cette valeur reste sensiblement constante lorsque l'on fait varier α , ce qui permet de vérifier que le laser n'est pas polarisé.

□ 21 – Prenant le modèle (fig. 10a) de la lumière naturelle et supposant le polaroïd idéal, calculer la puissance théorique transmise P_{10} transmise.

□ 22 – Reprendre le même calcul en utilisant cette fois le modèle de Fresnel Arago.

□ 23 – Considérant les valeurs expérimentales, définir et calculer numériquement un coefficient de transparence énergétique τ du polaroïd.

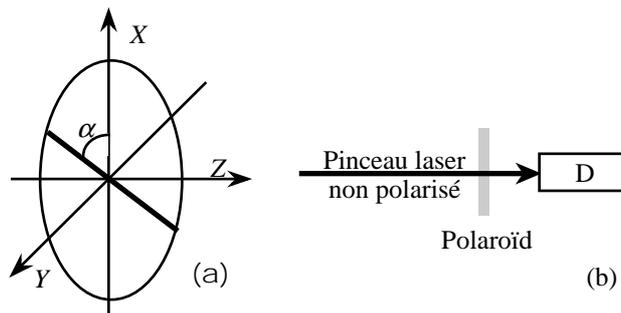


Fig. 11 a et b : mise en œuvre d'un polaroïd

Fig. 11a : convention de signe de la rotation de l'axe d'un polaroïd ; le trait gras représente la direction de l'axe du polaroïd.

Fig. 11 b : schéma d'une première expérience.

B- EXPÉRIENCE DE MALUS.

On se reportera à la fig. 12. Derrière le polaroïd précédent noté P_1 on place un deuxième polaroïd identique noté P_2 . On

¹ Nom déposé (1954). C'est l'une des multiples inventions du Dr. Land.

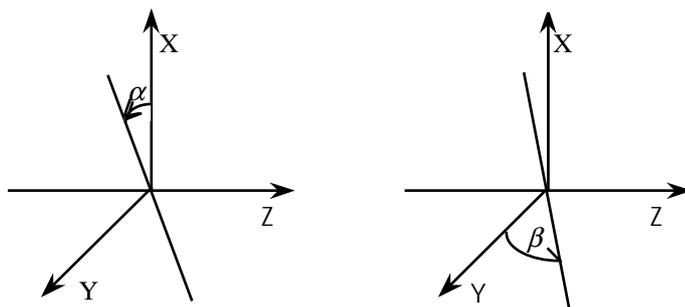


Fig. 12 : expérience de Malus

cale P_1 sur $\alpha = 0$ et en utilisant le détecteur D on croise P_2 aussi exactement que possible (son axe est alors sensiblement suivant OY) et on note β sa rotation comptée à partir de OY. On procède alors à une série de mesures de la puissance transmise notée $P_2(\beta)$.

- 24 – En supposant P_2 idéal, calculer la puissance théorique P_{20} transmise en fonction de β et de P_1 .
- 25 – Dans l'expérience, quelle valeur maximale est-on en droit d'attendre pour P_2 ?
- 26 – Comment faut-il choisir de graduer les axes sur une feuille de papier millimétré pour mettre en évidence graphiquement la loi de Malus ?

C-Interféromètre de Michelson et lumière polarisée

On se reportera à la figure 13 qui représente l'interféromètre vu de dessus et situe les quatre polaroïds identiques et idéaux et dont les rotations d'axe α_i sont comptées à partir de OX. On admettra, pour simplifier, que les miroirs et la séparatrice S_p n'agissent en aucune manière sur la lumière polarisée. On utilisera le modèle de Fresnel Arago.

En l'absence de tout polaroïd, on règle soigneusement l'interféromètre en franges du coin d'air (en lumière monochromatique naturelle) puis on ajoute successivement les polaroïds comme indiqué ci-dessous. Qu'observe-t-on dans les différents cas suivants (argumentation succincte) ?

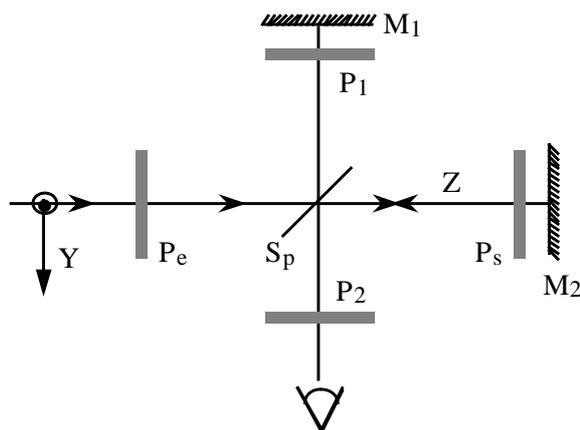


Fig. 13 : interféromètre de Michelson

- 27 – On place $P_1 : \alpha_1 = +\frac{\pi}{4}$
et $P_2 : \alpha_2 = -\frac{\pi}{4}$.
- 28 – On rajoute $P_s : \alpha_s = 0$.
- 29 – On enlève P_s et on place $P_e : \alpha_e = 0$.
- 30 – On rajoute $P_s : \alpha_s = 0$.
- 31 – On tourne $P_s : \alpha_s = +\frac{\pi}{2}$. On se bornera ici à une discussion des conditions vectorielles d'apparition de franges, qui fera apparaître les directions X et Y.

□ 35 – Le problème cite les noms de Airy, Arago, Fresnel, Gauss, Land et Malus. Situer chacun de ces savants dans son siècle ; indiquer, si vous les connaissez, des repères biographiques et d'autres travaux de ces personnages.

FIN DE CE PROBLÈME

FIN DE L'ÉPREUVE

Indication biographique

Frederik ZERNIKE — physicien hollandais ; Amsterdam 1888 - Groningen 1966. Doctorat de chimie à l'Université de Groningen (1913). À partir de 1920, chaires de physique mathématique, de mécanique théorique et de physique technique. En 1934, début des travaux sur le *contraste de phase*, qui permettra, notamment, l'observation d'objets invisibles en éclairage à fond clair (nombreuses applications en biologie). Prix Nobel en 1953.