

CORRECTION MINES PC 2005 : PHYSIQUE I

CHAUFFAGE PAR MICRO-ONDES

I Relaxation diélectrique

1°) Dans la molécule H₂O, l'oxygène est électronégatif et les atomes d'hydrogène électropositifs, cela veut dire que les nuages électroniques sont décalés vers l'atome d'oxygène, le barycentre des charges négatives n'est pas confondu avec celui des charges positives. Il y a apparition d'un dipôle électrique permanent lié à la molécule d'eau.

En modélisant le dipôle de la molécule d'eau comme constitué d'une fraction de charge ($\frac{1}{3}$ de e par exemple !) séparée de 1 Å (ordre de grandeur de la distance inter atomique) le moment dipolaire correspondant vaut :

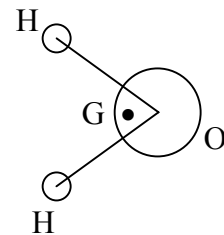
$$\mu = \frac{1}{3} \cdot 1,610^{-19} \cdot 10^{-10} = 0,5310^{-29} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\mu \approx 0,510^{-29} \text{ C.m} = 0,5 \text{ D}}$$

D pour Debye, qui est l'unité de moment dipolaire électrique.

Rem : Le Debye a justement été choisi tel que 1D=10⁻²⁹C.m pour être de l'ordre de grandeur du moment dipolaire électrique de l'eau, et par conséquent des autres molécules polaires...

Le moment d'inertie d'un solide par rapport à un axe est la somme du produit de la masse de chaque point du système par le carré de la distance du point à l'axe : $J = \int HM^2 dm$, H étant le projeté de M sur l'axe.

Pour la molécule d'eau, le moment d'inertie d'un axe passant par son barycentre dépend de l'axe choisi : il sera minimum si l'axe passe par le centre de l'atome d'oxygène, maximum si il est perpendiculaire au plan de la molécule...



L'ordre de grandeur reste le même : $J = 2m_H d_{H\text{-axe}}^2 + m_O d_{O\text{-axe}}^2$

$$\text{D'où } J \approx 2 \cdot 1,610^{-26} \cdot (10^{-10})^2 + 16 \cdot 1,610^{-26} \cdot \left(\frac{1}{16} \cdot 10^{-10}\right)^2$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{J \approx 510^{-46} \text{ kg.m}^2}$$

2°) On sait que le vecteur polarisation $\vec{P} = n\vec{p}$ (n étant le nombre de particules par unité de volume) est homogène à $\epsilon_0 \vec{E}$ (ceci car les charges équivalentes d'un milieu diélectrique sont données par : $\sigma_{\text{polarisation}} = \vec{P} \cdot \vec{n}_{\text{extérieur}}$ et $\rho_{\text{polarisation}} = -\text{div}(\vec{P})$) on en déduit :

$$[\alpha] = \frac{[\langle \vec{p} \rangle_{\text{eq}}]}{[\epsilon_0 \vec{E}]} = \frac{\frac{[\vec{P}]}{[n]}}{[\epsilon_0 \vec{E}]} = \frac{1}{[n]} \quad \Rightarrow \quad \boxed{[\alpha] = \text{m}^3}$$

3°) On remplace $\langle \vec{p} \rangle_{\text{eq}}$ et \vec{E} dans l'équation différentielle en projection sur \vec{e}_z :

$$\tau(-p' \omega \sin(\omega t) + p'' \omega \cos(\omega t)) + p' \cos(\omega t) + p'' \sin(\omega t) = \epsilon_0 \alpha E_m \cos(\omega t)$$

$$\Rightarrow (\tau p'' \omega + p' - \epsilon_0 \alpha E_m) \cos(\omega t) + (-\tau p' \omega + p'') \sin(\omega t) = 0$$

L'équation ci-dessus est vérifiée quel que soit t, les coefficients des termes en cosinus et sinus doivent donc être nuls. D'où l'obtention du système suivant :

$$\begin{cases} \tau p'' \omega + p' = \epsilon_0 \alpha E_m \\ -\tau p' \omega + p'' = 0 \end{cases}$$

Dont la résolution donne :

$$\begin{cases} p' = \frac{\epsilon_0 \alpha}{1 + \omega^2 \tau^2} E_m \\ p'' = \frac{\epsilon_0 \alpha \omega \tau}{1 + \omega^2 \tau^2} E_m \end{cases}$$

Interprétation de τ :

Si $E_0=0$, on a $\langle \vec{p} \rangle = \vec{p}_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$, donc si le moment dipolaire électrique moyen prend une valeur non nulle p_0 , il revient vers une valeur d'équilibre nulle en quelques τ .
On peut aussi interpréter τ en régime forcé comme le temps caractéristique du régime transitoire qui précède le régime forcé permanent.

4°) L'action du champ électrique \vec{E} sur un dipôle électrique \vec{p}_i est un couple qui vaut : $\vec{\Gamma} = \vec{p}_i \wedge \vec{E}$, la puissance fournie au dipôle est donc :

$$\vec{\pi}_i = (\vec{p}_i \wedge \vec{E}) \cdot \vec{\Omega} = (\vec{\Omega} \wedge \vec{p}_i) \cdot \vec{E}$$

Remarque : L'action du champ électrique se limite à un couple car on a supposé le champ électrique uniforme. Si ce dernier appartient à une onde électromagnétique, \vec{E} possède une variation spatiale. Pour conserver les formules établies dans ce paragraphe il faudra supposer que la distance caractéristique de ces variations spatiales soit grande devant la taille de l'échantillon étudié ; ou bien que les dipôles n'aient pas de mouvement de translation (c'est-à-dire que les molécules ne se déplacent pas) afin que la résultante des actions de \vec{E} sur un dipôle ne travaille pas.

Le mouvement du dipôle soumis au couple exercé par le champ électrique est un mouvement de rotation en utilisant la formule de la dérivée covariante entre le repère galiléen de référence et celui dans lequel le dipôle est fixe on obtient : $\frac{d\vec{p}_i}{dt} = \vec{\Omega} \wedge \vec{p}_i$

On en déduit :

$$\vec{\pi}_i = \frac{d\vec{p}_i}{dt} \cdot \vec{E}$$

La puissance fournie à N molécules s'écrit $\Pi_{inst} = \sum_{i=1}^N \frac{d\vec{p}_i}{dt} \cdot \vec{E} = \left(\sum_{i=1}^N \frac{d\vec{p}_i}{dt} \right) \cdot \vec{E}$ car \vec{E} est uniforme.

Or par définition la moyenne d'ensemble est donnée par : $\left\langle \frac{d\vec{p}_i}{dt} \right\rangle = \frac{1}{N} \left(\sum_{i=1}^N \frac{d\vec{p}_i}{dt} \right)$

On en déduit :

$$\Pi_{inst} = N \left\langle \frac{d\vec{p}_i}{dt} \right\rangle \cdot \vec{E}$$

5°) L'énoncé suppose l'égalité entre la moyenne des dérivées et la dérivée de la moyenne on a donc : $\Pi_{inst} = N \frac{d\langle \vec{p}_i \rangle}{dt} \cdot \vec{E}$

En reprenant les notations de la question 3, on a :

$$\langle \vec{p}_i \rangle = \left[\frac{\epsilon_0 \alpha}{1 + \omega^2 \tau^2} E_m \cos(\omega t) + \frac{\epsilon_0 \alpha \omega \tau}{1 + \omega^2 \tau^2} E_m \sin(\omega t) \right] \vec{e}_z \quad \text{et} \quad \vec{E} = E_m \cos(\omega t) \vec{e}_z$$

on en déduit :

$$\begin{aligned} \Pi_{\text{inst}} &= N \left[-\frac{\epsilon_0 \alpha \omega}{1 + \omega^2 \tau^2} E_m \sin(\omega t) + \frac{\epsilon_0 \alpha \omega^2 \tau}{1 + \omega^2 \tau^2} E_m \cos(\omega t) \right] E_m \cos(\omega t) \\ &= N \left[-\frac{\epsilon_0 \alpha \omega}{1 + \omega^2 \tau^2} E_m^2 \sin(\omega t) \cos(\omega t) + \frac{\epsilon_0 \alpha \omega^2 \tau}{1 + \omega^2 \tau^2} E_m^2 \cos^2(\omega t) \right] \end{aligned}$$

$$D'où : \bar{\Pi} = \frac{1}{2\pi/\omega} \int_0^{2\pi} \Pi_{\text{inst}} dt = N \left[-\frac{\epsilon_0 \alpha \omega}{1 + \omega^2 \tau^2} E_m^2 * 0 + \frac{\epsilon_0 \alpha \omega^2 \tau}{1 + \omega^2 \tau^2} E_m^2 * \frac{1}{2} \right]$$

$$\boxed{\bar{\Pi} = \frac{N \epsilon_0 \alpha \omega^2 \tau}{2 (1 + \omega^2 \tau^2)} E_m^2}$$

En posant $x = \omega\tau$ on obtient $\bar{\Pi} = \frac{x^2}{1 + x^2} \frac{N \epsilon_0 \alpha E_m^2}{2\tau}$

$\bar{\Pi}$ est maximum pour $x \rightarrow +\infty$ donc $\bar{\Pi}_{\text{max}} = \frac{N \epsilon_0 \alpha E_m^2}{2\tau}$

On a donc : $\frac{\bar{\Pi}}{\bar{\Pi}_{\text{max}}} = \frac{x^2}{1 + x^2}$ l'étude de la fonction $f(x) = \frac{x^2}{1 + x^2}$ donne bien une

représentation graphique identique à celle de la courbe 2 (courbe croissante de 0 à 1 avec un point d'inflexion).

6°) Comme on l'a vu à la question 3, τ est un temps de relaxation (temps mis pour atteindre le régime forcé permanent ou pour revenir vers un état d'équilibre...). Les molécules d'eau dans la glace sont liées les unes aux autres de manière beaucoup plus intense que dans l'eau liquide. On comprend que faire varier l'orientation d'une molécule d'eau dans la glace va nécessiter une action plus longue que dans l'eau liquide. Il est donc logique d'avoir $\tau_{\text{liq}} \ll \tau_{\text{solide}}$.

On a : $\omega\tau_{\text{solide}} = 10^6 \gg 1 \Rightarrow \frac{\bar{\Pi}_{\text{solide}}}{\bar{\Pi}_{\text{max,solide}}} \approx 1$

$\omega\tau_{\text{liquide}} = 10^{-1} \ll 1 \Rightarrow \frac{\bar{\Pi}_{\text{liquide}}}{\bar{\Pi}_{\text{max,liquide}}} \approx 10^{-2}$

Or $\frac{\bar{\Pi}_{\text{max,solide}}}{\bar{\Pi}_{\text{max,liquide}}} = \frac{\tau_{\text{liquide}}}{\tau_{\text{solide}}} = 10^{-7} \ll 1$ (rem : $\alpha_{\text{liquide}} \approx \alpha_{\text{solide}}$, confondu par l'énoncé avec α_{vapeur})

Ces résultats montrent que la puissance cédée par l'onde au milieu est proche de sa valeur maximale pour un solide, alors qu'on est loin du transfert maximum pour un liquide. En revanche, en valeur absolue, l'onde cède une puissance un million de fois supérieure au milieu liquide qu'au milieu solide.

Si le récipient de faïence ressort brûlant c'est que ce matériau doit contenir de l'eau liquide dans ses pores, ce qui ne doit pas être le cas du verre.

Remarque : Le liquide contenu dans le récipient finit toujours par échauffer ce dernier, quelle que soit sa nature, par conduction thermique.

II Interaction d'un milieu aqueux avec une onde centimétrique

7°) Le bilan énergétique pour un échantillon d'aire S et d'épaisseur élémentaire dx traduit la conservation de l'énergie électromagnétique :

La puissance qui entre en x est égale à la puissance qui sort en $x+dx$ à laquelle s'ajoute la puissance électromagnétique qui est absorbée par le milieu.

Le flux du vecteur de Poynting correspondant à la puissance électromagnétique qui traverse la surface considérée, on obtient :

$$\vec{R}(x) \cdot \vec{S} = \vec{R}(x+dx) \cdot \vec{S} + \vec{\Pi}_{vol} S dx$$

En remplaçant chacun des termes par leurs expressions :

$$\frac{n}{2\mu_0 c_0} E_m^2(x) S = \frac{n}{2\mu_0 c_0} E_m^2(x+dx) S + DE_m^2 S dx \Rightarrow -\frac{n}{2\mu_0 c_0} \frac{\partial E_m^2}{\partial x} = DE_m^2$$

$$\frac{\partial E_m^2}{\partial x} = -\frac{2\mu_0 c_0}{n} DE_m^2 \Rightarrow E_m^2(x) = A \exp\left(-\frac{2\mu_0 c_0}{n} Dx\right) \quad A \text{ étant une constante d'intégration.}$$

Or $E_m(0) = E_0$ d'où $A = E_0^2$, on en déduit :

$$E_m(x) = E_0 \exp\left(-\frac{x}{L}\right) \quad \text{avec} \quad L = \frac{n}{\mu_0 c_0 D}$$

Application numérique : $L = \frac{8}{4\pi 10^{-7} \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 1} = 2,12 \cdot 10^{-2} \text{ m}$, on a bien $L \approx 2\text{cm}$

8°) Les parois réfléchissantes dans un four micro-onde, permettent de créer une cavité résonnante. Il apparaît dans le four des ondes stationnaires.

Utilité : ces ondes stationnaires sont absorbées par le milieu mais elles ne décroissent pas de manière exponentielle, ce qui permet un chauffage plus homogène, cela permet d'utiliser l'énergie non absorbée en la réfléchissant...

Le plateau est tournant car le problème des ondes stationnaires est la présence de nœuds où l'onde a une amplitude nulle et donc ne peut être absorbée en cet endroit par le système à chauffer... En faisant tourner le système sur un plateau, on s'assure qu'aucune partie du système ne reste positionnée constamment au niveau d'un nœud... Le chauffage est donc plus uniforme (alors que l'amplitude de l'onde chauffante ne l'est pas !).

9°) Dans un four normal la cuisson s'effectue par diffusion thermique à partir des parois de la préparation à cuire. Ce phénomène vérifie l'équation de diffusion suivante :

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = K \Delta T \quad \text{on en déduit le temps caractéristique } \Theta \text{ de diffusion sur une longueur } L :$$

$$\rho c \frac{\delta T}{\Theta} = K \frac{\delta T}{L^2} \Rightarrow \Theta = \frac{\rho c}{K} L^2.$$

Or quand la masse de préparation double on peut supposer que le volume double, on en déduit que la distance caractéristique associée à la préparation de masse $2m$ est liée à celle de la

$$\text{préparation de masse } m \text{ par : } V_{2m} = 2V_m \Rightarrow L_{2m}^3 = 2L_m^3 \quad \text{d'où} \quad L_{2m} = 2^{\frac{1}{3}} L_m$$

$$\text{On en déduit que } \Theta_{2m} = \frac{\rho c}{K} L_{2m}^2 = \frac{\rho c}{K} 2^{\frac{2}{3}} L_m^2 = 2^{\frac{2}{3}} \left(\frac{\rho c}{K} L_m^2 \right) \Rightarrow \Theta_{CL}^{2m} = 2^{\frac{2}{3}} \Theta_{CL}^m$$

Pour un four à micro-onde, si on suppose que la taille de la préparation est petite devant la longueur caractéristique d'atténuation de l'onde déterminée à la question 7°), la puissance volumique fournie au milieu est indépendante de l'espace. Tous les points de la préparation sont chauffés en même temps de la même manière. On a l'équation suivante :

$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \bar{\Pi}_{vol}$ on en déduit que le temps caractéristique Θ pour atteindre une température donnée au centre de la préparation est indépendante de la taille de la préparation. On a donc :

$$\Theta_{MO}^{2m} = \Theta_{MO}^m$$

Remarque : L'hypothèse faite sur la dimension caractéristique de la préparation suppose que celle-ci est faible devant 2cm, cela semble peu probable. En fait la question 8°) rappelle qu'on utilise des ondes stationnaires dans les four à micro-ondes. Dans ce cas la distance caractéristique de variation du champ électrique est $\frac{\lambda}{2} = \frac{c}{2 \cdot \nu} = \frac{3}{5} 10^{-1} = 6\text{cm}$, ce qui demeure encore petit devant une assiette de table ! Mais comme on l'a vu, le fait de faire tourner la préparation permet d'homogénéiser la cuisson ; ce qui justifie l'hypothèse de chauffage uniforme.

III Transfert Thermique

10°) Validité des hypothèses : Il faut que 2e soit très inférieur à 2 ou 6cm ; K, c et ρ doivent être indépendants de la température, or la masse volumique doit varier légèrement avec la température puisque le système est essentiellement constitué d'eau... De plus, l'énoncé propose un modèle à une dimension ; il faut donc que 2e soit faible devant \sqrt{S} , pour qu'on puisse négliger les effets de bord (et donc que la conduction thermique suivant \vec{e}_y et \vec{e}_z soit négligeable)...

11°) On applique le premier principe à une tranche d'épaisseur dx du système :

$$dU = \frac{\partial U}{\partial t} dt = \rho c S dx \frac{\partial T}{\partial t} dt = \delta W + \delta Q$$

Le système étant supposé incompressible il n'y a pas de travail échangé. La chaleur échangée correspond au flux par transfert thermique au travers des parois en x et x+dx, auquel il faut ajouter la puissance fournie au système qui vaut $P \frac{dxS}{2eS}$ (règle de 3 sur la puissance totale fournie) :

$$\rho c S dx \frac{\partial T}{\partial t} dt = 0 + (j_{th}(x)S)dt + (-j_{th}(x+dx)S)dt + P \frac{dxS}{2eS} dt$$

Les flux de chaleur étant calculés au travers des parois orientées vers l'extérieur. On en déduit :

$$\rho c S dx \frac{\partial T}{\partial t} dt = -\frac{\partial j_{th}}{\partial x} S dx dt + P \frac{dx}{2e} dt$$

Puis en utilisant la loi de Fourier, en supposant K constant et en simplifiant :

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = K \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{P}{2eS}$$

En utilisant la modélisation des échanges thermiques au niveau des interfaces proposée par l'énoncé on a :

$$j_{Th}(-e, t) = -g(T_s(t) - T_0) \quad \text{et} \quad j_{Th}(e, t) = g(T_s(t) - T_0)$$

On remarquera le signe des expressions ci-dessus qui provient du fait que j_{Th} est la projection du vecteur densité de flux de chaleur sur \vec{e}_x . Donc en $-e$ il correspond à un flux entrant et en e à un flux sortant, alors que le Φ_S de l'énoncé correspond à une puissance sortante.

12°) En régime permanent $\frac{\partial T}{\partial t} = 0$, on a donc à résoudre l'équation suivante :

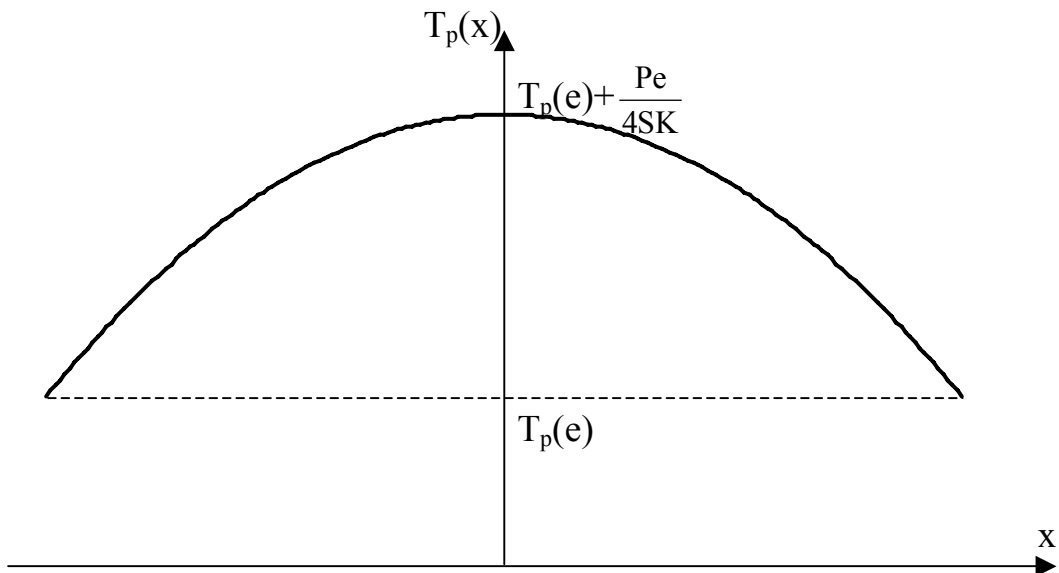
$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = -\frac{P}{2eKS} \Rightarrow T = -\frac{P}{4eKS}x^2 + Ax + B$$

Pour trouver les constantes d'intégration, on utilise les conditions aux limites en e et $-e$:

$$\begin{cases} T_p(e) = -\frac{P}{4eKS}e^2 + Ae + B \\ T_p(-e) = T_p(e) = -\frac{P}{4eKS}e^2 - Ae + B \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = 0 \\ B = T_p(e) + \frac{P}{4eKS}e^2 \end{cases}$$

D'où le profil de température $T_p(x)$:

$$T = \frac{P}{4eKS}(e^2 - x^2) + T_p(e)$$



On a immédiatement $T_p(0) = T_p(e) + \frac{Pe}{4SK}$

Or $j_{Th}(e) = -K \frac{\partial T}{\partial x}(e) = -K \left(\frac{P}{4eKS}(-2e) \right) = \frac{P}{2S}$, en utilisant la formule du transfert conducto-

convectif donné par l'énoncé : $j_{Th}(e) = \frac{P}{2S} = \frac{\Phi_s}{S} = g[T_p(e) - T_0]$ d'où :

$$\boxed{T_p(e) = T_0 + \frac{P}{2gS}} \Rightarrow \boxed{T_p(0) = T_p(e) + \frac{Pe}{4SK} = T_0 + \frac{Pe}{2Sg} \left(1 + \frac{ge}{2K} \right)}$$

13°) $T(t=0) = T_0 \Rightarrow \boxed{f(0) = 1}$
 $T(t \rightarrow \infty) = T_p(x) \Rightarrow \boxed{f(t \rightarrow \infty) = 0}$

14°) On injecte la forme proposée pour $T(x,t)$ dans l'équation de la chaleur établie à la question 11°) :

$$\rho c(-f'(t)[T_p(x) - T_0]) = K \frac{\partial^2 T_p(x)}{\partial x^2} [1 - f(t)] + \frac{P}{2eS}$$

En utilisant l'expression de $T_p(x)$ établie à la question 12°) :

$$\rho c \left(-f'(t) \left[\frac{P}{4eKS} (e^2 - x^2) + \frac{P}{2gS} \right] \right) = K \left(-\frac{P}{2eKS} \right) [1 - f(t)] + \frac{P}{2eS}$$

D'où :

$$\frac{f'(t)}{f(t)} = - \frac{\frac{P}{2eS}}{\rho c \left(\frac{P}{2gS} + \frac{P(e^2 - x^2)}{4eKS} \right)} = - \frac{2K}{\rho c \left(\frac{2eK}{g} + (e^2 - x^2) \right)} = \varphi(x)$$

Les variables de temps t et d'espace x étant indépendante la solution proposée n'est valable que si $\varphi(x) = C^{te}$, il faut donc que :

$$\forall x \in [-e, e], \quad (e^2 - x^2) < e^2 \ll \frac{2eK}{g} \quad \Rightarrow \quad \boxed{ge \ll 2K}$$

Si cette condition est vérifiée alors :

$$\frac{f'(t)}{f(t)} = - \frac{g}{\rho ce} = - \frac{1}{t_s} \quad \Rightarrow \quad f(t) = A \exp\left(-\frac{t}{t_s}\right) \quad \text{avec} \quad \boxed{t_s = \frac{\rho ce}{g}}$$

Or on a vu que $f(0)=1$ donc $A=1$ d'où :

$$\boxed{f(t) = \exp\left(-\frac{t}{t_s}\right)}$$

$$15°) \text{ Application Numérique : } t_s = \frac{410^6 \cdot 510^{-3}}{10} = 2 \cdot 10^3 \quad \Rightarrow \quad \underline{t_s = 2 \cdot 10^3 \text{ s}}$$

$$T_p(0) = 293 + \frac{500}{210^{-2} \cdot 10} (1 + 0,05) = 2918 \quad \Rightarrow \quad \underline{T_p(0) = 2920 \text{ K}}$$

Remarque : $ge = 5 \cdot 10^{-2} \text{ W.K}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$ et $2K = 1 \text{ W.K}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$, on est bien dans le cadre de l'approximation nécessaire à la résolution proposée.

16°) Le chauffage se faisant sous pression atmosphérique, l'apparition des premières bulles de vapeur se fait dès que la température atteint $T_{\text{vap}}(P_0) = 373 \text{ K}$.

La température étant maximale en $x=0$ on a : $T(0, t_E) = 373 \text{ K}$ d'où :

$$T_{\text{vap}}(P_0) = T_0 + (T_p(0) - T_0) \left(1 - \exp\left(-\frac{t_E}{t_s}\right) \right) = T_0 + \frac{Pe}{2Sg} \left(1 + \frac{ge}{2K} \right) \left(1 - \exp\left(-\frac{t_E}{t_s}\right) \right)$$

Ce qui donne en remplaçant par les valeurs numériques :

$$373 = 293 + (2918 - 293) \left(1 - \exp\left(-\frac{t_E}{t_s}\right) \right)$$

$$\Rightarrow 80 = 2625 \left(1 - \exp\left(-\frac{t_E}{t_s}\right) \right) \quad \Rightarrow \quad t_E = -t_s \ln\left(1 - \frac{80}{2625}\right)$$

$$\text{Application Numérique : } \quad \underline{t_E \approx 62 \text{ s}}$$

$$T(e, t_E) = T_0 + (T_p(e) - T_0) \left(1 - \exp\left(-\frac{t_E}{t_s}\right) \right) = T_0 + \frac{P}{2gS} \left(1 - \exp\left(-\frac{t_E}{t_s}\right) \right) = T_0 + \frac{P}{2gS} \frac{T_{\text{vap}}(P_0) - T_0}{T_p(0) - T_0}$$

$$\Rightarrow T(e, t_E) = 293 + \frac{500}{2 \cdot 10 \cdot 10^{-2}} \frac{80}{2625} = 369$$

Application Numérique : $T(e, t_E) = 369 \text{ K}$

17°) L'expulsion se termine lorsque l'ensemble des pores est occupé par de la vapeur d'eau. Donc lorsque la vapeur d'eau considérée comme un gaz parfait, occupe un volume de $V_T/2$. On a donc :

$$P \frac{V_T}{2} = \frac{m}{M} RT \quad \Rightarrow \quad \boxed{m = \frac{PV_T M}{2RT}}$$

Application Numérique : $m = 2,9 \cdot 10^{-5} \text{ kg} = 29 \text{ mg}$

Remarque : On suppose pour ce calcul que la température de la vapeur est uniforme égale à 373 K, car pour $t=t_E$, la vapeur commence à apparaître et occupe immédiatement un volume très important, on ne peut plus utiliser le profil de température de la question 12°).

18°) Si on suppose que toute la puissance fournie sert à vaporiser l'eau (la roche n'est pas chauffée, l'eau liquide est et reste à 100°C), alors on a :

$$P \cdot t_x = mL_v \quad \Rightarrow \quad \boxed{t_x = \frac{mL_v}{P}} \quad \text{Application Numérique} : \quad \underline{t_x = 0,13 \text{ s}}$$

Le temps réel est sûrement beaucoup plus grand car la modélisation est peut-être trop simpliste : La température n'est probablement pas uniforme à 100°C. La pression peut varier à l'intérieur de la roche et la vapeur peut s'échauffer. De plus il faut tenir compte de la tension superficielle dans les pores...