Phy 2 09 PSI Mines

I. Etude d'un circuit à amplificateur opérationnel

PROBLEME III]

1. L'AO est idéal ($i_+ = i_- = 0$) et en fonctionnement linéaire ($\varepsilon = v_+ - v_- = 0$).

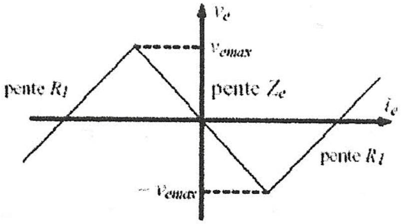
Par un diviseur de tension, on obtient $v_+ = \dfrac{R_3}{R_2 + R_3} v_s = v_- = v_e$, et aux bornes de R_1 : $v_e - v_s = R_1 . i_e$. On élimine v_s entre les deux équations et $R_3 .(v_e - R_1 . i_e) = (R_2 + R_3) . v_e$.

D'où $\boxed{\dfrac{v_e}{i_e} = Z_e = -\dfrac{R_1 . R_3}{R_2}}$

La limite de validité se trouve pour $v_s = \pm V_{sat}$, soit $\boxed{v_e = \dfrac{\pm R_3}{R_2 + R_3} . V_{sat} = \pm v_{e\max}}$

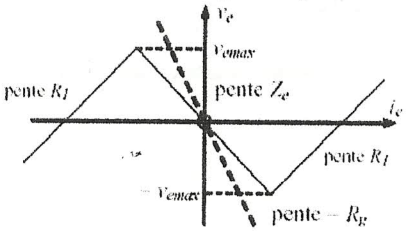
2. Pour $v_s = \pm V_{sat}$, on obtient $v_e = R_1 . i_e \pm V_{sat}$. La limite étant obtenue pour $i_e = \mp \dfrac{R_2}{R_1 .(R_2 + R_3)} V_{sat}$

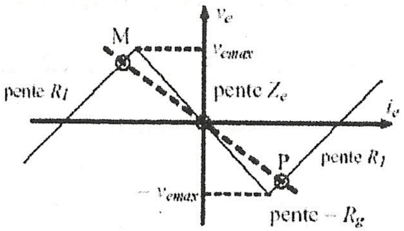
Plus précisément, en régime saturé :
Si $v_S = +V_{Sat}$, alors $V^+ = V_{Sat} R_3/(R_2+R_3)$ et $\varepsilon = V^+ - v_e > 0$ donne la condition : $v_e < V_{Sat} R_3/(R_2+R_3)$
Aux bornes de R_1 : $v_e - V_{Sat} = R_1 i_e$ (caractéristique rectiligne de pente R_1)
De même : Si $v_S = -V_{Sat}$ on obtient : $v_e > -V_{Sat} R_3/(R_2+R_3)$ pour $v_e + V_{Sat} = R_1 i_e$ (même pente R_1)
On vérifie la continuité en $v_e = v_{e\max}$ et $v_e = -v_{e\max}$ entre les deux régimes linéaire et saturé.
On obtient au final la caractéristique ci-contre.



3. Il faut brancher la masse de l'oscilloscope à la masse commune du montage, l'entrée 1 à la patte – de l'ampli Op pour avoir v_e et l'entrée 2 de l'oscilloscope de l'autre côté de R_g (borne commune à R_g et au générateur) pour avoir la tension $-R_g i_e$ proportionnelle à i_e.
Pour obtenir la caractéristique dans le bon sens (i_e et pas $-i_e$) on peut inverser la voie 2 à l'oscilloscope si celui-ci le permet (ce qui est en général le cas).
<u>Précaution</u> : avec ce branchement, la masse de l'oscilloscope ne peut pas être commune avec celle de la source E (qui est reliée à R_g). Si cette alimentation est reliée à la terre par sa prise de terre (si elle n'est pas en « masse flottante »), il faut absolument la brancher au montage par l'intermédiaire d'un transformateur d'isolement pour l'isoler de la masse, (sinon, R_g sera court-circuitée par la masse).

4. Avec E=0, on écrit la loi d'ohm aux bornes de R_g, on obtient l'équation d'une droite : $v_e = -R_g i_e$ que l'on peut tracer sur le même diagramme qu'en 2.





Si $R_g > \dfrac{R_1 . R_3}{R_2}$, il n'y aura qu'un seul point de fonctionnement : $v_e = 0$ et $i_e = 0$

Si $R_g < \dfrac{R_1 . R_3}{R_2}$, on aura alors trois points de fonctionnement : le précédent et deux points de fonctionnement en régime saturé.

5. Le point M appartient à la droite $v_e = R_1 . i_e + V_{sat}$, l'AO est donc en saturation haute.
Le point P appartient à la droite $v_e = R_1 . i_e - V_{sat}$, l'AO est donc en saturation basse.

6. A_o est de l'ordre de 10^6 et f_o de l'ordre de 10 Hz (ω_o de l'ordre de 100 rad/s)
Pour établir l'équation différentielle, on passe en réels l'expression complexe du gain différentiel, soit $\left(1 + j\dfrac{\omega}{\omega_0}\right) \underline{V_s} = A_0 . \underline{\varepsilon}$ donne $v_s(t) + \dfrac{1}{\omega_0} . \dfrac{dv_s}{dt}(t) = A_0 . \varepsilon(t)$

On obtient v_+ et v_- par deux diviseurs de tension et $\varepsilon = v_+ - v_- = \left(\dfrac{R_3}{R_2 + R_3} - \dfrac{R_g}{R_1 + R_g}\right) . v_s$

D'où : $v_s(t) + \dfrac{1}{\omega_0} . \dfrac{dv_s}{dt}(t) = A_0 . \left(\dfrac{R_3}{R_2 + R_3} - \dfrac{R_g}{R_1 + R_g}\right) . v_s$ or $I_e = -\dfrac{v_s}{R_1 + R_g}$

Soit : $I_e(t) + \dfrac{1}{\omega_0} . \dfrac{dI_e}{dt}(t) = A_0 . \left(\dfrac{R_3}{R_2 + R_3} - \dfrac{R_g}{R_1 + R_g}\right) . I_e$

Et $\boxed{\dfrac{1}{\omega_0} . \dfrac{dI_e}{dt}(t) + I_e(t) . \left[-A_0 . \left(A - \dfrac{R_g}{R_1 + R_g}\right) + 1\right] = 0}$ avec $A = \dfrac{R_3}{R_2 + R_3}$

7. On néglige 1 devant $A . A_0$ et on obtient l'équation : $\dfrac{1}{\omega_0} . \dfrac{dI_e}{dt}(t) - I_e(t) . \left[A_0 . \left(A - \dfrac{R_g}{R_1 + R_g}\right)\right] = 0$

Soit : $\dfrac{1}{\omega_0} . \dfrac{dI_e}{dt}(t) - I_e(t) . \left[A_0 . \left(\dfrac{R_3}{R_2 + R_3} - \dfrac{R_g}{R_1 + R_g}\right)\right] = 0$

Soit : $\boxed{\dfrac{dI_e}{dt}(t) - \omega_0 . A_0 . \left(\dfrac{R_1 . R_3 - R_2 . R_g}{(R_2 + R_3) . (R_1 + R_g)}\right) . I_e(t) = 0}$

On en tire donc les résultats de la question 4 : $R_g < \dfrac{R_1 . R_3}{R_2}$ le système est instable, $R_g > \dfrac{R_1 . R_3}{R_2}$ le système est stable.

Rq : Dans le cas d'un système instable, la sortie en régime permanent est forcément à $+V_{Sat}$ ou $-V_{Sat}$. Comme dans le montage « comparateur à hystérésis (ou triger de Schmitt) » la valeur de la sortie dépend de l'histoire antérieure du système (v_s conserve la valeur qu'elle avait antérieurement).

8. Loi des mailles : $v_e = Z_e\, i_e = -L di_e/dt - R i_e - q/C$

On dérive par rapport au temps : $\boxed{L . \dfrac{d^2 I_e}{dt^2} + (R + Z_e) . \dfrac{dI_e}{dt} + \dfrac{1}{C} . I_e = 0}$

9. Le système est le siège d'oscillations purement sinusoïdales si l'équation différentielle est celle d'un oscillateur harmonique : soit $\boxed{R + Z_e = 0}$

L'équation devient donc : $\dfrac{d^2 I_e}{dt^2} + \dfrac{1}{LC} . I_e = 0$ d'où $\boxed{f_e = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}}$

Pour qu'effectivement l'oscillation démarre, il faut avoir une solution en exponentielle croissante soit : $R + Z_e < 0$ ce qui donne : $\boxed{R < \dfrac{R_1 . R_3}{R_2}}$

10. La résistance r_b est la résistance du fil de cuivre constituant l'enroulement de la bobine.