

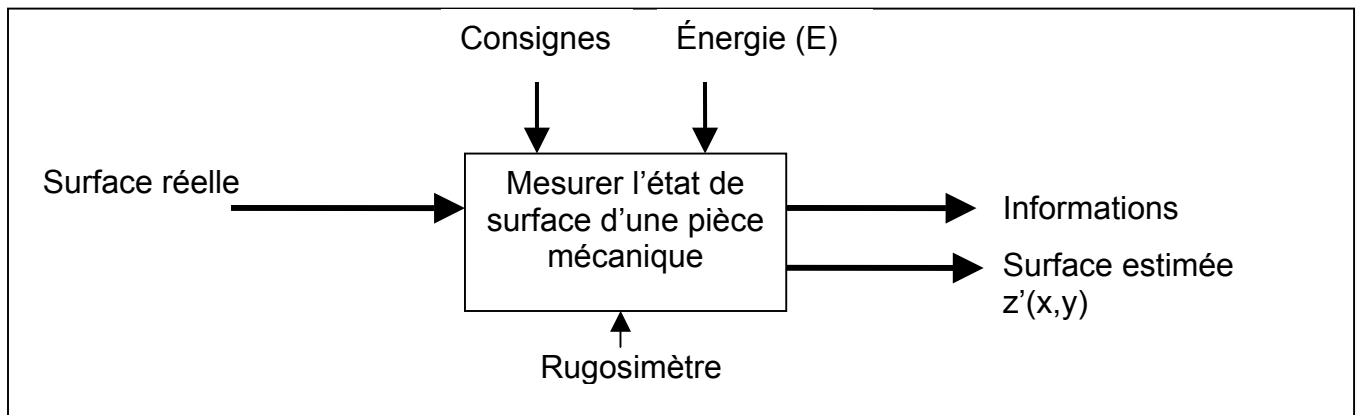
RUGOSIMETRE TRIDIMENSIONNEL à GRANDE VITESSE

I ETUDE FONCTIONNELLE DU SYSTEME « RUGOSIMETRE « 3D »

Question n°1 (dix minutes):

Proposer une analyse fonctionnelle par diagramme SADT de l'ensemble du système « prototype de rugosimètre 2D ». Indiquer le niveau « A-0 » (A moins zéro) présentant la fonction globale, puis le niveau « A0 » détaillant ses sous fonctions. On évitera les confusions entre entrées, moyens et contrôles. On fera clairement apparaître les boucles d'asservissement et l'élaboration finale de l'estimation de la grandeur physique mesurée.

1.a : Actigramme A-0

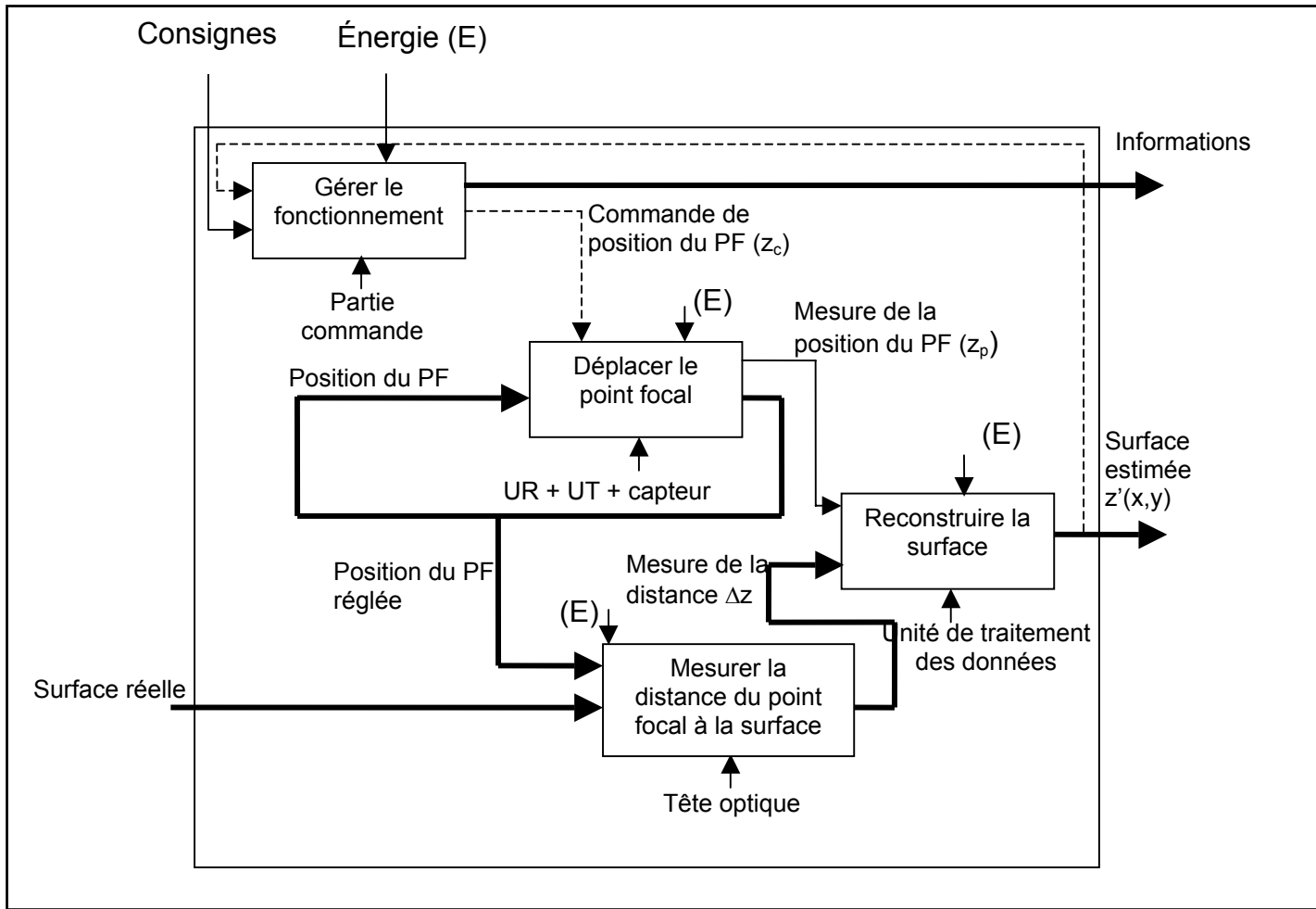


1.b : Actigramme (A.0)

- la tête optique mesure la distance entre point focal PF et profil réel de la pièce. Ce capteur, de faible amplitude de lecture (20 μ m), permet une mesure rapide des hautes fréquences spatiales (variations rapides) des profils rugosimétriques mesurés ;
- un asservissement mécanique vertical à grande amplitude (environ 10 mm) permet à la tête optique de suivre les moyennes et basses fréquences spatiales (variations plus lentes) des profils. Le déplacement vertical du capteur optique est assuré par une Unité de Rotation (U.R.) portée par le coulisseau (2) lui-même déplacé par l'Unité de Translation (U.T.).

Mines-Ponts MP 2006 (corrigé)

- Un second capteur donne la position verticale de la tête optique et donc la position réelle du PF.
- le pilotage en altitude du PF se fait sur une consigne égale à la position moyenne du profil de rugosité.
 - Le profil complet sera obtenu par la somme des signaux fournis par les deux capteurs.



II SIMULATION DE LA REPONSE DU CAPTEUR OPTIQUE

Question n°2 (quinze minutes):

Indiquer en fonction de $(x, y, z, R_e, R_r, \alpha)$ si S appartient d'une part au cylindre du faisceau d'émission et d'autre part à l'un des deux demis-cylindres de réception.

2.a : Le point S appartient au cylindre du faisceau d'émission d'axe (F_0, \vec{e}) (\vec{e} unitaire)

si $\|\vec{e} \wedge \overrightarrow{F_0 S}\| \leq R_e$

$$\text{Soit } \begin{vmatrix} \sin \alpha & x \\ 0 & y \\ \cos \alpha & z \end{vmatrix}_{B_0} \wedge \begin{vmatrix} x \\ y \\ z \end{vmatrix}_{B_0} = \begin{vmatrix} -y \cdot \cos \alpha \\ x \cdot \cos \alpha - z \cdot \sin \alpha \\ y \cdot \sin \alpha \end{vmatrix}$$

$$\text{Soit : } (-y \cdot \cos \alpha)^2 + (x \cdot \cos \alpha - z \cdot \sin \alpha)^2 + (y \cdot \sin \alpha)^2 \leq R_e^2$$

$$\boxed{(x \cdot \cos \alpha - z \cdot \sin \alpha)^2 + y^2 \leq R_e^2}$$

Équation 1

2.b : Le point S appartient à l'un des demis-cylindres du faisceau de réception d'axe (F_0, \vec{r}) (\vec{r} unitaire) si $\|\vec{r} \wedge \overrightarrow{F_0S}\| \leq R_r$

$$\text{Soit } \begin{matrix} -\sin \alpha & x \\ 0 & y \\ \cos \alpha & z \end{matrix} \wedge \begin{matrix} x \\ y \\ z \end{matrix} = \begin{matrix} -y \cdot \cos \alpha \\ x \cdot \cos \alpha + z \cdot \sin \alpha \\ -y \cdot \sin \alpha \end{matrix}$$

$$\text{Soit : } (-y \cdot \cos \alpha)^2 + (x \cdot \cos \alpha + z \cdot \sin \alpha)^2 + (-y \cdot \sin \alpha)^2 \leq R_r^2$$

$$\boxed{(x \cdot \cos \alpha + z \cdot \sin \alpha)^2 + y^2 \leq R_r^2}$$

Équation 2

III SIMULATION DE LA SURFACE RUGUEUSE

Question n°3 (quinze minutes):

A quel ordre minimal N_{\min} doit-on calculer W_N pour que l'erreur δR_a commise sur le R_a soit inférieure à une borne fixée, notée ici $\bar{\delta}$?

$$\text{Equation 3-3 : } R_a = \frac{1}{L} \int_{x=0}^L |W(x)| \cdot dx$$

$$\text{Equation 3-4 : } (R_a)_N = \frac{1}{L} \int_{x=0}^L |W_N(x)| \cdot dx$$

$$\text{Equation 3-5 : } \delta R_a = |R_a - (R_a)_N|$$

$$\delta R_a = \left| \frac{1}{L} \int_{x=0}^L |W(x)| \cdot dx - \frac{1}{L} \int_{x=0}^L |W_N(x)| \cdot dx \right| = \frac{1}{L} \left| \int_{x=0}^L (|W(x)| - |W_N(x)|) \cdot dx \right|$$

$$\delta R_a \leq \frac{1}{L} \cdot \int_{x=0}^L \left| |W(x)| - |W_N(x)| \right| \cdot dx \leq \frac{1}{L} \cdot \int_{x=0}^L |W(x) - W_N(x)| \cdot dx$$

$$\text{Equation 3-2 : } W(x) - W_N(x) = e_N(x) = \sum_{k=N+1}^{\infty} a^k \cdot \cos(b^k \cdot x)$$

$$\delta R_a \leq \frac{1}{L} \cdot \int_{x=0}^L \left| \sum_{k=N+1}^{\infty} a^k \cdot \cos(b^k \cdot x) \right| \cdot dx \leq \frac{1}{L} \cdot \sum_{k=N+1}^{\infty} \int_{x=0}^L a^k \cdot |\cos(b^k \cdot x)| \cdot dx \leq \frac{1}{L} \cdot \sum_{k=N+1}^{\infty} \int_{x=0}^L a^k \cdot dx \leq \frac{1}{L} \cdot \sum_{k=N+1}^{\infty} a^k \cdot L$$

$$\delta R_a \leq \frac{a^{N+1}}{a-1} \text{ car } a \in]0,1[$$

$$\text{soit } \delta R_a \leq \frac{a^{N+1}}{1-a} \leq \bar{\delta} \Rightarrow a^{N+1} \leq \bar{\delta} \cdot (1-a) \Rightarrow (N+1) \cdot \ln(a) \leq \ln(\bar{\delta} \cdot (1-a))$$

$$\Rightarrow N \geq \frac{\ln(\bar{\delta} \cdot (1-a))}{\ln(a)} - 1 \text{ car } \ln(a) < 0 \quad \boxed{N_{\min} = E\left(\frac{\ln(\bar{\delta} \cdot (1-a))}{\ln(a)}\right)}$$

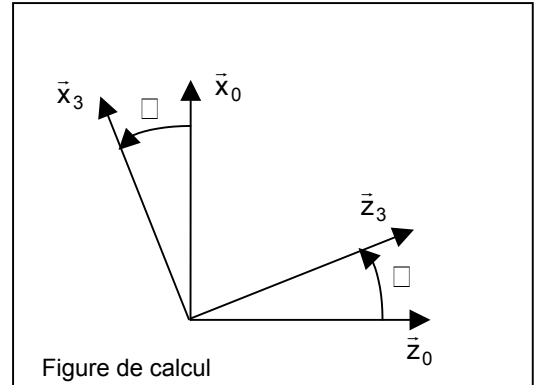
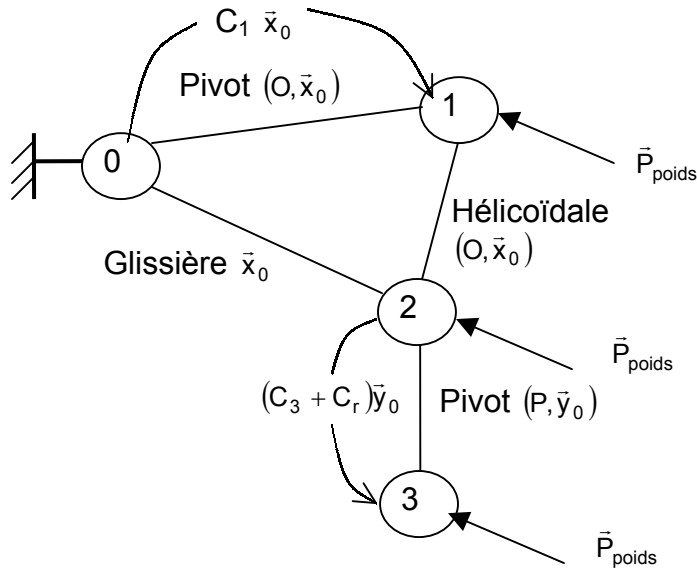
IV MISE EN EQUATION DU RUGOSIMETRE

Question n°4 (quarante minutes) :

Déterminer deux équations différentielles sans autre paramétrage géométrique que (x, \square) , par l'application de principes, théorèmes et méthodes laissés à l'initiative du candidat. Constater que ces équations sont non-linéaires, et

couplées (c'est-à-dire qu'elles ne sont pas réductibles à deux équations à une seule variable chacune).

Grphe des liaisons :



1. isolons S={3} :

Bilan d'actions mécaniques sur S={3} :

- $\{\mathfrak{S}(2 \rightarrow 3)\}_P = \begin{Bmatrix} X_{23} & L_{23} \\ Y_{23} & -f_3 \dot{\theta} \\ Z_{23} & M_{23} \end{Bmatrix}_{B_3}$ pivot de coefficient de frottement visqueux f_3
- $\{\mathfrak{S}(M_3 \rightarrow 3)\} = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ C_3 \vec{y}_0 \end{Bmatrix}$ moteur M_3
- $\{\mathfrak{S}(\text{ressort} \rightarrow 3)\} = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ C_r \vec{y}_0 \end{Bmatrix}$ ressort d'équilibrage
 $C_r = -k_3 \cdot (\theta + \theta_0)$
- $\{\mathfrak{S}(\text{poids} \rightarrow 3)\}_{G_3} = \begin{Bmatrix} -m_3 g \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -m_3 \cdot g \vec{z}_0 \\ m_3 \cdot g \cdot r \cdot \cos \theta \vec{y}_0 \end{Bmatrix}$

Théorème du moment dynamique en (P) en projection sur (\vec{y}_0) :

$$\sum \vec{M}(P, \text{ext} \rightarrow 3) \cdot \vec{y}_0 = \delta_P(3/0) \cdot \vec{y}_0$$

Calcul du moment dynamique en P :

$$\vec{\sigma}_P(3/0) = \vec{\sigma}_{G_3}(3/0) + m_3 \overrightarrow{PG_3} \wedge \vec{V}(G_3, 3/0)$$

$$\vec{V}(G_3, 3/0) = \vec{V}(P, 3/0) + \vec{\Omega}(3/0) \wedge \overrightarrow{PG_3} = \dot{x} \vec{x}_0 + \dot{\theta} \vec{y}_0 \wedge r \vec{x}_3$$

$$\vec{V}(G_3, 3/0) = \dot{x} \vec{x}_0 - r \cdot \dot{\theta} \vec{z}_3$$

Équation 3

$$\bar{\sigma}_{G_3}(3/0) = [I_3(G_3)] \bar{\Omega}(3/0) = \begin{bmatrix} A & -F & -E \\ -F & B & -D \\ -E & -D & C \end{bmatrix}_{B_3} \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix}_{B_3}$$

$$\boxed{\bar{\sigma}_{G_3}(3/0) = -F \cdot \dot{\theta} \bar{x}_3 + B \cdot \dot{\theta} \bar{y}_0 - D \cdot \dot{\theta} \bar{z}_3} \quad \text{Équation 4}$$

$$\bar{\sigma}_P(3/0) = -F \cdot \dot{\theta} \bar{x}_3 + B \cdot \dot{\theta} \bar{y}_0 - D \cdot \dot{\theta} \bar{z}_3 + m_3 r \bar{x}_3 \wedge (\dot{x} \bar{x}_0 - r \cdot \dot{\theta} \bar{z}_3)$$

$$\boxed{\bar{\sigma}_P(3/0) = -F \cdot \dot{\theta} \bar{x}_3 + (B \cdot \dot{\theta} + m_3 r \cdot (-\dot{x} \sin \theta + r \cdot \dot{\theta})) \bar{y}_0 - D \cdot \dot{\theta} \bar{z}_3} \quad \text{Équation 5}$$

$$\bar{\delta}_P(3/0) \cdot \bar{y}_0 = \left(\frac{d\bar{\sigma}_P(3/0)}{dt} \right)_0 \cdot \bar{y}_0 + m_3 (\bar{V}(P/0) \wedge \bar{V}(G_3, 3/0)) \bar{y}_0$$

$$\left(\frac{d\bar{\sigma}_P(3/0)}{dt} \right)_0 \cdot \bar{y}_0 = \frac{d(\bar{\sigma}_P(3/0) \cdot \bar{y}_0)}{dt} = B \cdot \ddot{\theta} - m_3 \cdot r \cdot (\ddot{x} \cdot \sin \theta + \dot{x} \cdot \dot{\theta} \cos \theta - r \cdot \ddot{\theta})$$

$$m_3 (\bar{V}(P/0) \wedge \bar{V}(G_3, 3/0)) \bar{y}_0 = m_3 (\dot{x} \bar{x}_0 \wedge (\dot{x} \bar{x}_0 - r \cdot \dot{\theta} \bar{z}_3)) \bar{y}_0 = m_3 \cdot r \cdot \dot{\theta} \cdot \dot{x} \cdot \cos \theta$$

$$\bar{\delta}_P(3/0) \cdot \bar{y}_0 = B \cdot \ddot{\theta} - m_3 \cdot r \cdot (\ddot{x} \cdot \sin \theta + \dot{x} \cdot \dot{\theta} \cos \theta - r \cdot \ddot{\theta}) + m_3 \cdot r \cdot \dot{\theta} \cdot \dot{x} \cdot \cos \theta = B \cdot \ddot{\theta} - m_3 \cdot r \cdot \ddot{x} \cdot \sin \theta + m_3 \cdot r^2 \cdot \ddot{\theta}$$

Le théorème du moment dynamique s'écrit donc :

$$C_3 - k_3 \cdot (\theta + \theta_0) - f_3 \cdot \dot{\theta} + m_3 \cdot g \cdot r \cdot \cos \theta = B \cdot \ddot{\theta} - m_3 \cdot r \cdot \ddot{x} \cdot \sin \theta + m_3 \cdot r^2 \cdot \ddot{\theta}$$

$$\text{Soit } B \cdot \ddot{\theta} - m_3 \cdot r \cdot \ddot{x} \cdot \sin \theta + f_3 \cdot \dot{\theta} + k_3 \cdot (\theta + \theta_0) + m_3 \cdot r^2 \cdot \ddot{\theta} = C_3 + m_3 \cdot g \cdot r \cdot \cos \theta$$

$$\text{À l'équilibre } (\theta=0 \text{ et } C_3=0), \text{ on a } \boxed{k_3 \cdot \theta_0 = m_3 \cdot g \cdot r} \quad \text{Équation 6}$$

$$\text{D'où : } \boxed{(B + m_3 \cdot r^2) \ddot{\theta} - m_3 \cdot r \cdot \ddot{x} \cdot \sin \theta + f_3 \cdot \dot{\theta} + k_3 \cdot \theta = C_3 + m_3 \cdot g \cdot r \cdot (\cos \theta - 1)} \quad \text{Équation 7}$$

2. isolons S={2+3} :

Bilan d'actions mécaniques sur S={2+3} :

Il y a une erreur d'énoncé le moment des actions de 1 sur 2 doit être $+f_4 \cdot \dot{\varphi} \cdot \bar{x}_0$)

$$\bullet \quad \left\{ \mathfrak{T}(1 \rightarrow 2) = \begin{bmatrix} X_{12} & -\frac{p}{2\pi} \cdot X_{12} + f_4 \cdot \dot{\varphi} \\ Y_{12} & M_{12} \\ Z_{12} & N_{12} \end{bmatrix} \right\}_{(\bar{x}_0, \bar{y}_1, \bar{z}_1)} \quad \text{hélicoïdale de coefficient de frottement}$$

visqueux f_4 , pas à droite

$$\bullet \quad \left\{ \mathfrak{T}(0 \rightarrow 2) = \begin{bmatrix} -f_2 \cdot \dot{x} & L_{12} \\ Y_{12} & M_{12} \\ Z_{12} & N_{12} \end{bmatrix} \right\}_{(\bar{x}_0, \bar{y}_1, \bar{z}_1)} \quad \text{glissière de coefficient de frottement visqueux } f_2$$

- $\{\mathfrak{S}(\text{poids} \rightarrow 3)\}_{G_3} = \begin{Bmatrix} -m_3 g \bar{z}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -m_3 \cdot g \bar{z}_0 \\ m_3 \cdot g r \cos \theta \bar{y}_0 \end{Bmatrix}$
- $\{\mathfrak{S}(\text{poids} \rightarrow 2)\}_{G_2} = \begin{Bmatrix} -m_2 g \bar{z}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$

Le théorème de la résultante dynamique en projection sur \bar{x}_0 permet de déterminer X_{12} .

$$\sum \bar{F}(\text{ext} \rightarrow 2+3) \cdot \bar{x}_0 = (m_2 \bar{a}(G_2, 2/0) + m_3 \bar{a}(G_3, 3/0)) \cdot \bar{x}_0$$

$$\bar{a}(G_2, 2/0) = \bar{a}(P, 2/0) = \ddot{x} \bar{x}_0 \quad (\text{Solide en translation})$$

$$\bar{a}(G_3, 3/0) = \ddot{x} \bar{x}_0 - r \cdot \ddot{\theta} \bar{z}_3 - r \dot{\theta}^2 \bar{x}_3 \quad \text{d'après Equation 3.}$$

$$X_{12} - f_2 \cdot \dot{x} = ((m_2 + m_3) \ddot{x} \bar{x}_0 - m_3 r \cdot \ddot{\theta} \bar{z}_3 - m_3 r \dot{\theta}^2 \bar{x}_3) \cdot \bar{x}_0$$

$$\boxed{X_{12} = f_2 \cdot \dot{x} + (m_2 + m_3) \ddot{x} - m_3 r \cdot \ddot{\theta} \sin \theta - m_3 r \dot{\theta}^2 \cos \theta}$$

Équation 8

3. Système isolé : $S = \{1\}$

Bilan d'actions mécaniques sur $S=\{1\}$:

- $\{\mathfrak{S}(2 \rightarrow 1)\}_0 = \begin{Bmatrix} -X_{12} & \frac{p}{2\pi} X_{12} - f_4 \cdot \dot{\phi} \\ -Y_{12} & -M_{12} \\ -Z_{12} & -N_{12} \end{Bmatrix}_{(\bar{x}_0, \bar{y}_1, \bar{z}_1)}$ hélicoïdale de coefficient de frottement visqueux f_4 , pas à droite

- $\{\mathfrak{S}(0 \rightarrow 1)\}_0 = \begin{Bmatrix} X_{01} & -f_1 \cdot \dot{\phi} \\ Y_{01} & M_{01} \\ Z_{01} & N_{01} \end{Bmatrix}_{(\bar{x}_0, \bar{y}_1, \bar{z}_1)}$ pivot de coefficient de frottement visqueux f_1

- $\{\mathfrak{S}(\text{poids} \rightarrow 1)\}_{G_1} = \begin{Bmatrix} -m_1 g \bar{z}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$

- $\{\mathfrak{S}(M_1 \rightarrow 1)\} = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ C_1 \bar{x}_0 \end{Bmatrix}$

Le théorème du moment dynamique en 0 en projection sur \bar{x}_0 permet de déterminer C_1 en fonction de X_{12} .

$$\sum \bar{M}(0, \text{ext} \rightarrow 1) \cdot \bar{x}_0 = \bar{\delta}_0(1/0) \cdot \bar{x}_0$$

$$\bar{\delta}_0(1/0) \cdot \bar{x}_0 = J_1 \ddot{\phi} \quad (\text{Solide en rotation autour d'un axe fixe})$$

$$C_1 - f_1 \cdot \dot{\phi} + \left(\overrightarrow{OG_1} \wedge (-m_1 g \bar{z}_0) \right) \cdot \bar{x}_0 + \frac{p}{2\pi} X_{12} - f_4 \cdot \dot{\phi} = -J_1 \ddot{\phi}$$

Avec $\dot{\phi} \cdot \frac{p}{2\pi} = -\dot{x}$

$$\text{Soit } \boxed{C_1 = -\frac{p}{2\pi} X_{12} - (f_4 + f_1) \frac{2\pi}{p} \dot{x} - J_1 \frac{2\pi}{p} \ddot{x}}$$

Équation 9

Les équations 8 et 9 donnent :

$$C_1 = -(f_4 + f_1) \left(\frac{2\pi}{p} \right) \dot{x} - f_2 \left(\frac{p}{2\pi} \right) \dot{x} - \left(J_1 \left(\frac{2\pi}{p} \right) + (m_2 + m_3) \left(\frac{p}{2\pi} \right) \right) \ddot{x} + m_3 \cdot r \left(\frac{p}{2\pi} \right) (\ddot{\theta} \cdot \sin \theta + \dot{\theta}^2 \cdot \cos \theta)$$

Erreur! Source du renvoi introuvable. **Équation 10**

Equation 7 et équation 10 forment un système de deux équations différentielles couplées, non linéaires, d'inconnues (x, θ) .

V COMMANDE DE LA TETE OPTIQUE : ANALYSE PREVISIONNELLE

Question n°5 (quarante minutes) :

Justifier le choix d'une linéarisation de θ au voisinage de 0.

Le bon fonctionnement du capteur optique nécessite que sa position soit quasi-horizontale. De plus, durant le fonctionnement du rugosimètre, θ reste petit. La linéarisation permet de modéliser le mécanisme par utilisation des transformées de Laplace.

En tenant compte des hypothèses du début du \$5, montrer que l'une des équations déterminées à la question 4 se réduit à la forme $C_3 = J_3 \cdot \ddot{\theta} + f_3 \cdot \dot{\theta} + k_3 \cdot \theta$, puis remplacer la forme générale de H_{rot} donnée dans l'équation 5-1, par sa valeur en fonction des données du \$4.

Le solide 2 translate à vitesse constante soit $\dot{x} = cte$.

L'équation 7 devient : $(B + m_3 \cdot r^2) \ddot{\theta} + f_3 \cdot \dot{\theta} + k_3 \cdot \theta = C_3 + m_3 \cdot g \cdot r \cdot (\cos \theta - 1)$ puis comme θ petit :

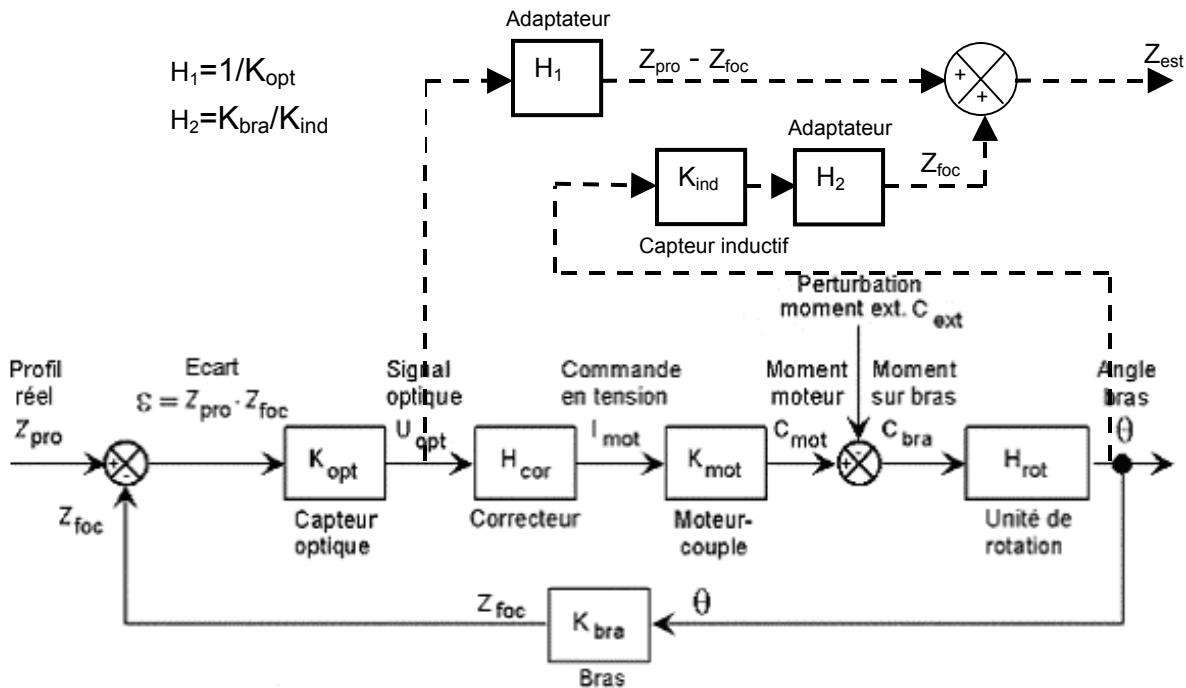
$$(B + m_3 \cdot r^2) \ddot{\theta} + f_3 \cdot \dot{\theta} + k_3 \cdot \theta = C_3$$

On obtient donc :

$$H_{rot}(p) = \frac{\theta(p)}{C_3(p)} = \frac{1}{J_3 \cdot p^2 + f_3 \cdot p + k_3} \quad \text{avec } J_3 = B + m \cdot r^2$$

Équation 11

Compléter le schéma bloc de la figure 10 : placer le capteur inductif (de gain K_{ind}) et faire apparaître le signal que l'on cherche à mesurer : la coordonnée Z_{est} de la position estimée du profil réel par rapport à F_0 .



Exprimer la FTBF globale, notée H_{BF} , en fonction des blocs de la figure 10, puis exprimer en fonction de H_{BF} la réponse θ à une entrée simulée par W_N défini au §3.

$$H_{BF}(p) = \frac{\theta(p)}{Z_{pro}(p)} = \frac{K_{opt} \cdot H_{cor}(p) \cdot K_{mot} \cdot K_{rot}}{1 + K_{opt} \cdot H_{cor}(p) \cdot K_{mot} \cdot K_{rot} \cdot K_{bras}}$$

$$\theta(p) = H_{BF}(p) \cdot W_N(p)$$

$$\text{avec } W_N(x) = \sum_{k=0}^N a^k \cdot \cos(b^k \cdot x) \text{ avec } x = V \cdot t$$

$$\text{soit } W_N(t) = \sum_{k=0}^N a^k \cdot \cos(b^k \cdot V \cdot t) \text{ et donc } W_N(p) = \sum_{k=0}^N a^k \cdot \frac{p}{p^2 + (b^k \cdot V)^2}$$

$$\text{d'où } \theta(p) = H_{BF}(p) \cdot \sum_{k=0}^N a^k \cdot \frac{p}{p^2 + (b^k \cdot V)^2}$$

Dire, sans développer les calculs, comment prévoir si le système sera capable de suivre à vitesse constante v un profil W_N .

Une étude fréquentielle du gain de $H_{BF}(j\omega)$ pour $\omega = b^k \cdot V$ permet de savoir si le gain reste suffisant dans la plage $\omega \in]0, b^N \cdot V[$

VI COMMANDE DE LA TETE OPTIQUE : IDENTIFICATION ET REGLAGE

Question n°6 (quarante minutes) :

Déduire des résultats expérimentaux de la figure 12 et de la figure 13, les valeurs numériques des paramètres de H_{rot} donnés dans l'équation 5-1 ainsi qu'une particularité importante de la fonction de transfert du correcteur H_{cor} .

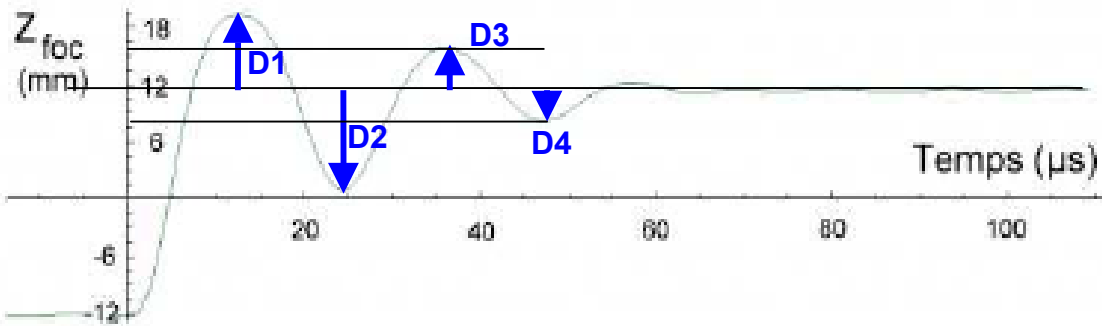
$$H_{rot}(p) = \frac{K_{rot}}{1 + \frac{2\xi}{\omega_n} p + \frac{1}{\omega_n^2} p^2} \quad \text{équation 5-1}$$

On observe une réponse oscillatoire amortie ressemblant à celle d'un second ordre de coefficient d'amortissement < 1 .

La réponse indicielle figure 12 donne les dépassements D_i suivants :

n° du dépassement	D_1	D_2	D_3	D_4
amplitude	30%	42%	16%	15%
temps (s)	0,012	0,024	0,035	0,046

ERREUR SUR L'UNITE DU TEMPS (en ms)



Soit $D_2 > D_1$, ce qui n'est pas le cas dans la réponse indicielle du second ordre.

En admettant qu'il s'agisse cependant d'un second ordre (en négligeant les autres modes éventuels et les non linéarités présentes dans l'équation 7), on détermine les caractéristiques (K_{rot} , ξ , ξ_n) :

- K_{rot} : par la valeur asymptotique finale : $K_{rot} \cdot K_{mot} \cdot K_{opt} \cdot K_{bras} = \frac{Z_{foc\infty} - Z_{foc0}}{Z_{pro\infty} - Z_{pro0}}$:

Ici l'échelon entrée Z_{pro} est d'amplitude 8 mm et la réponse est en régime permanent 24 mm soit $K_{rot} = \frac{24}{8 \cdot 1000 \cdot 0,05 \cdot 0,05} = 1,2 \text{ rad}/(\text{N.m})$

- ξ : par l'amplitude des dépassements.

Les différents dépassements ont pour amplitude $D_{i\%} = e^{-\frac{i\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}}$

n° du dépassement	D_1	D_2	D_3	D_4
amplitude	30%	42%	16%	15%
ξ	0,35	0,14	0,19	0,15

Les deux premiers dépassements sont modifiés par la présence d'autres modes. On peut approximer ici le coefficient d'amortissement par :

$$\xi \approx 0,2$$

- ω_n par l'amplitude de la pseudo-période :

On a une pseudo-période de 22,5 ms.

En utilisant $T = \frac{2\pi}{\omega_n \cdot \sqrt{1-\xi^2}}$ on trouve $\omega_n = 285 \text{ rad/s}$

La réponse harmonique indique que le système est de classe 1 (pente à -20 dB/décade et phase à $-\pi/2$ pour les petites pulsations), d'où la présence d'un intégrateur dans le correcteur.

Quelle est la conséquence de cette particularité sur le fonctionnement ?

La présence de cette intégration permet :

- D'avoir une erreur de position nulle en réponse à un échelon.
- D'annuler l'erreur $\varepsilon_{\text{pert}}$ due à une perturbation constante, puisque l'intégration se situe en amont de cette perturbation.

La réponse harmonique expérimentale est-elle conforme au modèle théorique du \$5 ?

Au-delà de 56 Hz environ (soit 350 rad/s), la réponse expérimentale ne correspond pas.

$$H_{\text{bo,théorique}}(p) = K_{\text{opt}} \cdot H_{\text{cor}}(p) \cdot K_{\text{mot}} \cdot \frac{K_{\text{rot}}}{1 + \frac{2\xi}{\omega_n} p + \frac{p^2}{\omega_n^2}}$$

Pour les grandes pulsations, avec un correcteur P.I., la phase devrait tendre vers -180° et le gain décroître à -40 dB/décade.

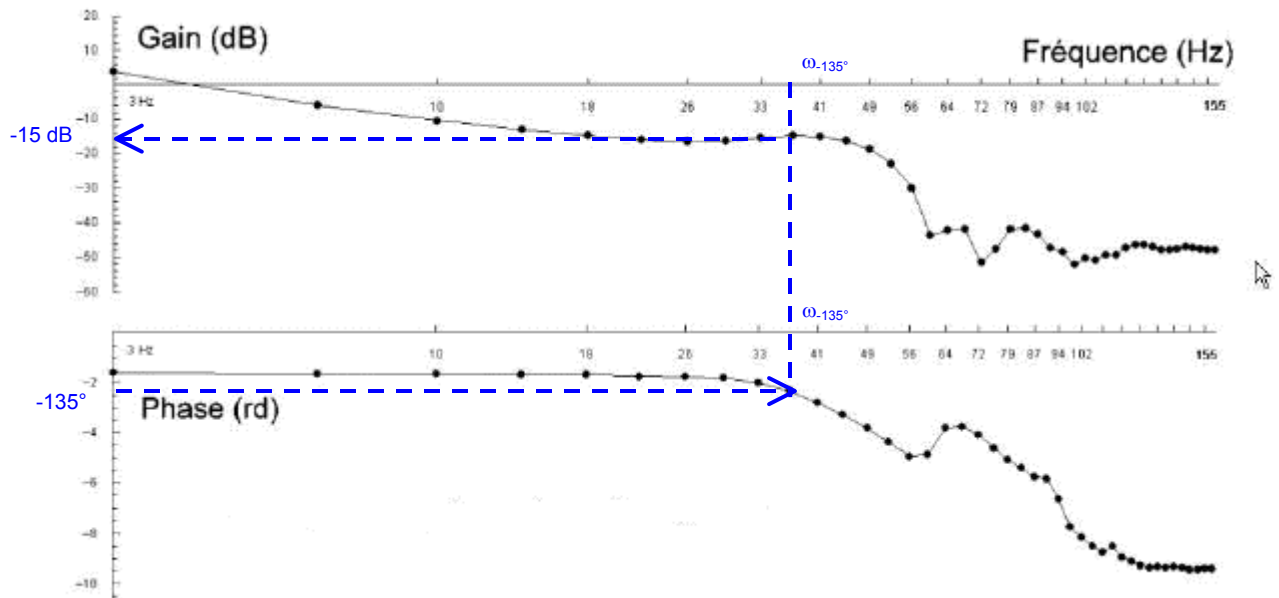
Proposer un réglage de gain statique en boucle ouverte permettant d'obtenir une marge de phase de $\pi/4$, en expliquant son choix par un schéma.

Graphiquement, on détermine $\omega_{-135^\circ} = 36 \text{ Hz} = 226 \text{ rad/s}$

Puis $H_{\text{dB}}(\omega_{-135^\circ}) = -15 \text{ dB}$

Pour une marge de phase de 45° , il faut $H_{\text{dB}}(\omega_{-135^\circ}) = 0 \text{ dB}$

Soit $-15 + 20 \cdot \log K_p = 0$ $K_p = 10^{\frac{15}{20}}$ soit $K_p = 5,6$



Quelle conséquence ce réglage aura-t-il sur la précision, la rapidité et la stabilité du système ?

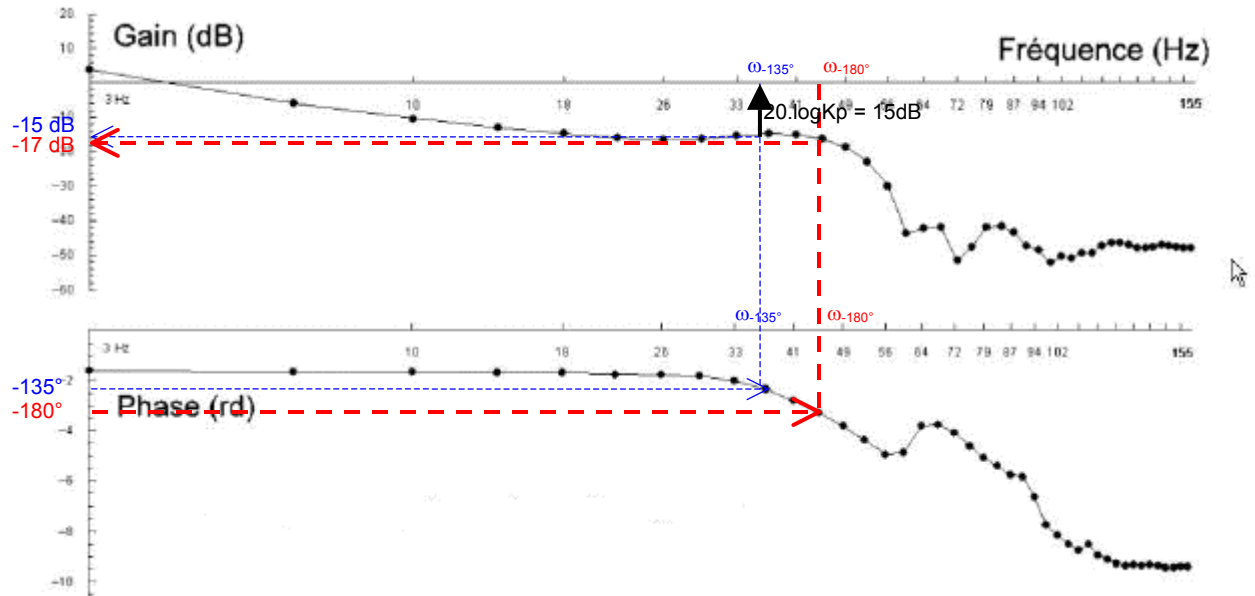
- Précision :

Compte tenu de la classe $\alpha = 1$, l'erreur statique est nulle et l'erreur de traînage est constante = $1/K_{BO}$

Le réglage de K_p n'a donc aucun effet sur l'erreur statique, par contre il diminue l'erreur de traînage.

- Stabilité :

La marge de phase est plus faible avec le nouveau gain K_P .
Quant à la marge de gain : initialement de 17 dB, elle sera donc de 2 dB seulement, ce qui est insuffisant.



- Rapidité :

Le système sera probablement très oscillant compte tenu de la marge de gain (il l'est déjà sans correcteur).

L'amplitude des oscillations augmentant, le temps de réponse augmentera lui aussi.

Remarque :

Les sujets PSI et MP, bien que traitant du même support, modélisent le système différemment.

Bizarre...

Le sujet PSI indique quant à lui une structure d'asservissement où la consigne est le profil moyen :